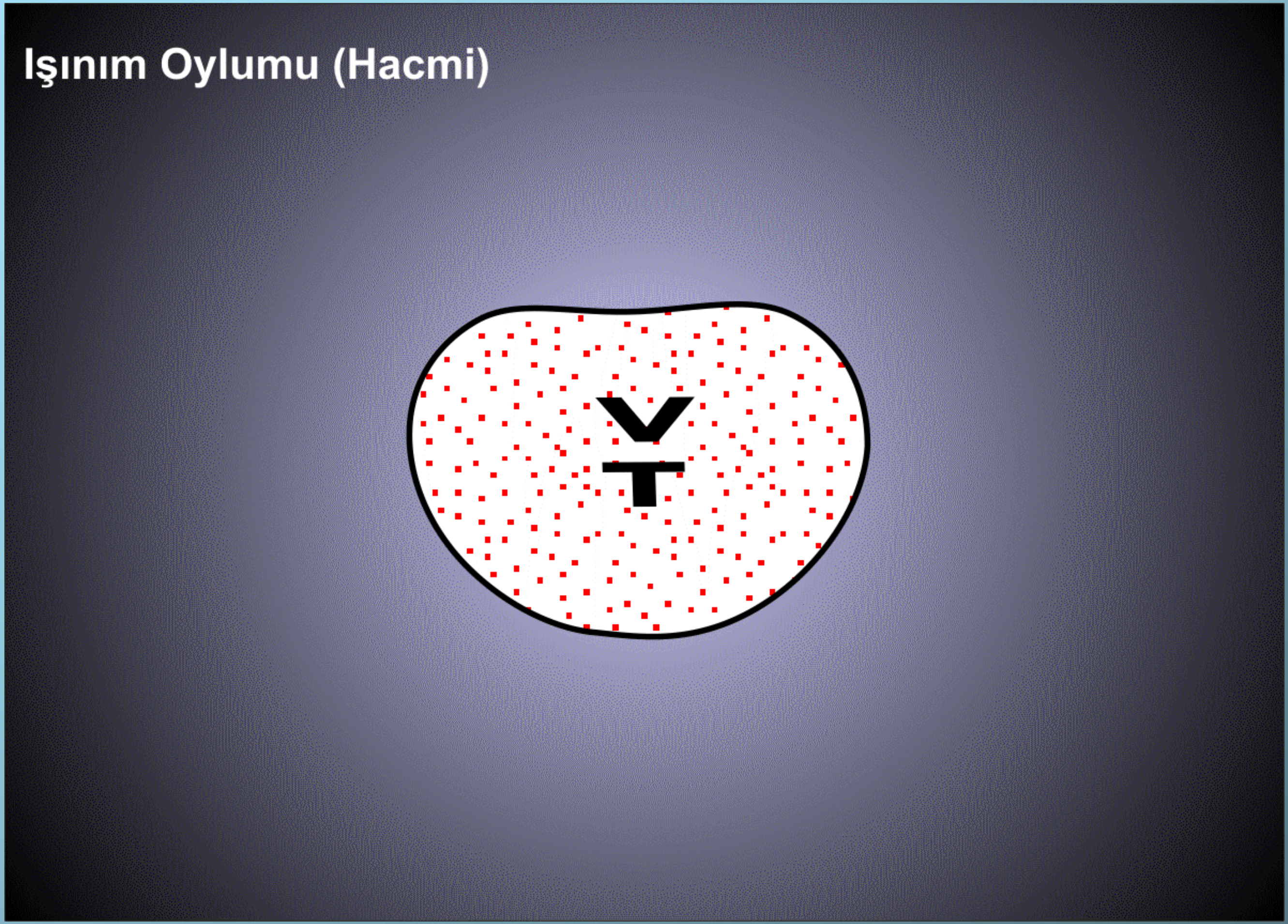
# 3. IŞINIM YASALARI

1. **Kirchhoff Yasası :**

Bir oylum içindeki ışınımı göz önüne alalım (Şekil 22). Oylum eş sıcaklı ise, ışınımı eş yönlüdür. **Yalıtılmış** (izole edilmiş) ise, ışınım dengesindedir. **Yani** dışarısı ile ısı ve ışık **alış verişi yapmıyorsa** bu oylum ışınım dengesindedir. İşte bunun gibi, dışarı ile ısı ve ışık alış verişi yapmayan ve içerde de ısı dengesinde bulunan iyice yalıtılmış oyluma "**IŞINIM KOVUĞU**" denir. Böyle bir kovuğun içindeki sıcaklık T ise, onun ışınımı **T sıcaklığındaki kovuk ışınımıdır.**

# 3. IŞINIM YASALARI




Şekil 22. T sıcaklığındaki ışınım kovuğu

# Kirchhoff yasası (devamı)

**Kovuk ışınımının özellikleri:**

1- **Kovuk** içindeki her noktada ve her doğrultuda ışınım aynıdır (eşdeğerdir).

2- Eş sıcaklı kovuklar eşdeğerli ışınım yaparlar.

3- Kovuk ışınımı kovuğun yapıldığı **malzemeye bağlı değildir**.

4- Bu üç özellik her dalgaboyu için geçerlidir.

Son iki özellikten kovuk ışınımı için şöyle bir yasa çıkarılabilir : Kovuk ışınımında, ışınım yeğinliği ve ışınım yoğunluğu yalnız ışınımın $\nu$ frekansına ve kovuğun T sıcaklığına bağlı olmalıdır. Yani,

$\mathbf{I}_\nu = I(\nu, T) = f(\nu, T)$ , $u_\nu = u(\nu, T)$ dir.

Bunun yanında, kovuğun tüm frekanslardaki toplam ışınımı sözkonusu olursa, **bu ışınım** yalnız T sıcaklığının fonksiyonu olması beklenmelidir.

# Kirchhoff yasası (devamı)

Şimdi ışınım kovuğu içinde bir **dV** oylum elementi alalım. Kolaylık olması için elementi yassı bir silindir olarak seçelim (Şekil 23). Silindirin tabanı $d\sigma$ ve kalınlığı **dl** olsun.

Bu elementin tabana dik $d\omega$ uzay açısına saniyede saldığı ve soğurduğu ışınım erkeleri :

saldığı erke ; $\mathbf{dS_\nu} = \varepsilon_\nu \, d\nu \, \mathbf{V} \, d\omega$ , $\mathbf{V} = d\sigma \, dl$ idi,

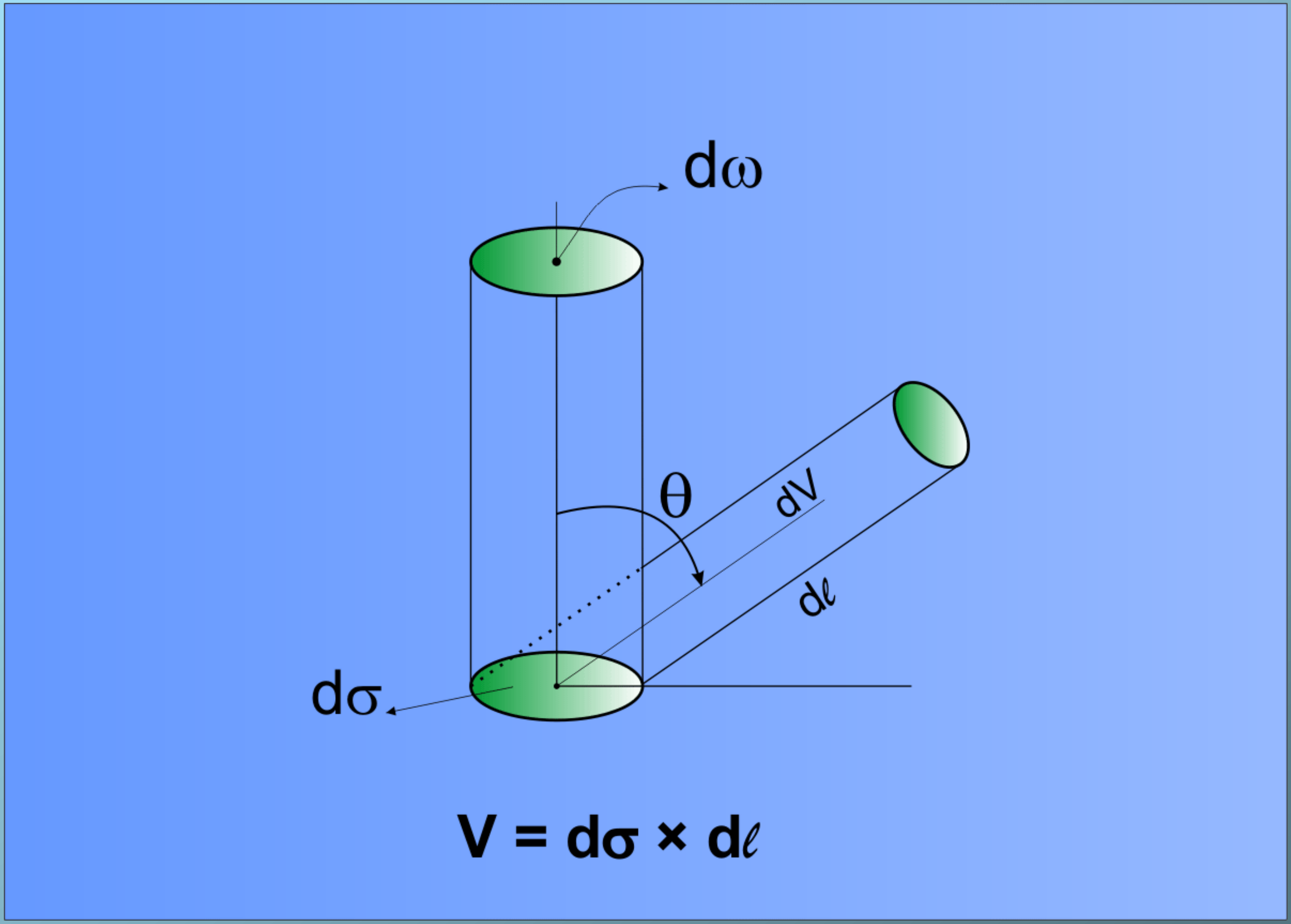
$$\mathbf{dS_\nu} = \varepsilon_\nu \, d\nu \, d\sigma \, dl \, d\omega$$

soğurduğu erke = $dI_\nu \, d\nu \, d\sigma \, d\omega$ , $dI_\nu = -\kappa_\nu \, I_\nu \, dl$ idi,

$$= -\kappa_\nu \, I_\nu \, d\nu \, dl \, d\sigma \, d\omega$$

dır.

# Kirchhoff yasası (devamı)




Şekil 23. Elemanter silindirdeki ışınım erkesi miktarı

# Kirchhoff yasası (devamı)

Elementin içinde bulunduğu kovuk, ısı ve ışınım dengesinde olduğuna göre onun soğurduğu erke saldığı erkeye eşit olmalıdır.

$\varepsilon_\nu \, d\nu \, d\sigma \, dl \, d\omega = - \kappa_\nu \, I_\nu \, d\nu \, dl \, d\sigma \, d\omega$

ve buradan,

$$\varepsilon_\nu / \kappa_\nu = I_\nu$$

olur. Burada **negatif** işaretini göz önüne alma gereği **yoktur**. O halde, herhangi bir kovuk ışınımında **salma** ve soğurma katsayılarının **oranı** bu kovuğun **ışınım yeğinliğine** eşit olup bu da frekans ve sıcaklığa bağlıdır.

# Kirchhoff yasası (devamı)

$I_\nu = I_o \exp(-\tau_\nu)$ , $\tau_\nu = -\int \kappa_\nu \, dl$

( Şekil 24 ) de $I_\nu = f(\tau)$ grafiği gösterilmektedir.

Birim yüzeyin $S_\nu$ salma gücüne **karşılık gelen eylem** soğurmadır. Yüzeyin birim alanının birim yeğinlikten soğurduğu erke miktarı $A_\nu$ ise, bu miktara "**Yüzeyin Soğurma Gücü**" denir. $A_\nu = 1$ ise yüzey, kendi üzerine düşen **bütün erkeyi soğuruyor** demektir. $A_\nu < 1$ ise yüzey, üzerine düşen ışınımın **bir kısmını soğuruyor** ve

$$R_\nu = 1 - A_\nu$$

payını da **yansıtıyor** demektir. Burada tanımlanan $R_\nu$ miktarına "**Yüzeyin Yansıtma Katsayısı**" denir. Buna göre, $d\sigma$ yüzeyinin normal doğrultusuyla $\theta$ açısı yapan bir $d\omega$ uzay açısı için

saldığı erke = $S_\nu \, d\nu \, d\sigma \cos\theta \, d\omega$

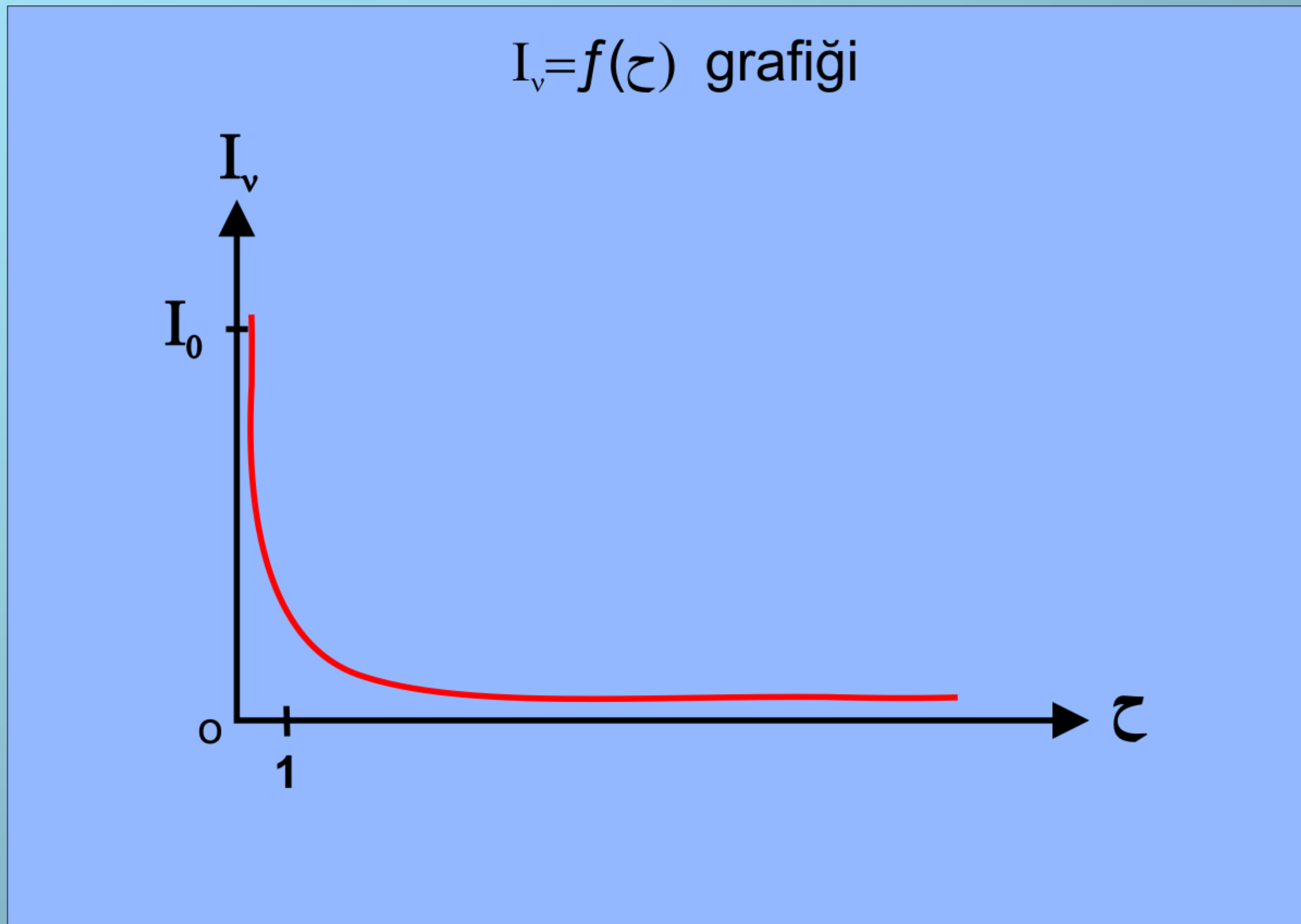
soğurduğu erke = $A_\nu I_\nu \, d\nu \, d\sigma \cos\theta \, d\omega$

olacaktır. Yüzeyin soğurduğu erke saldığı erkeye **eşitse**, buradan

$$S_\nu / A_\nu = I_\nu$$

bulunur. G.R. Kirchhoff 'un verdiği ifade budur.

# Kirchhoff yasası (devamı)



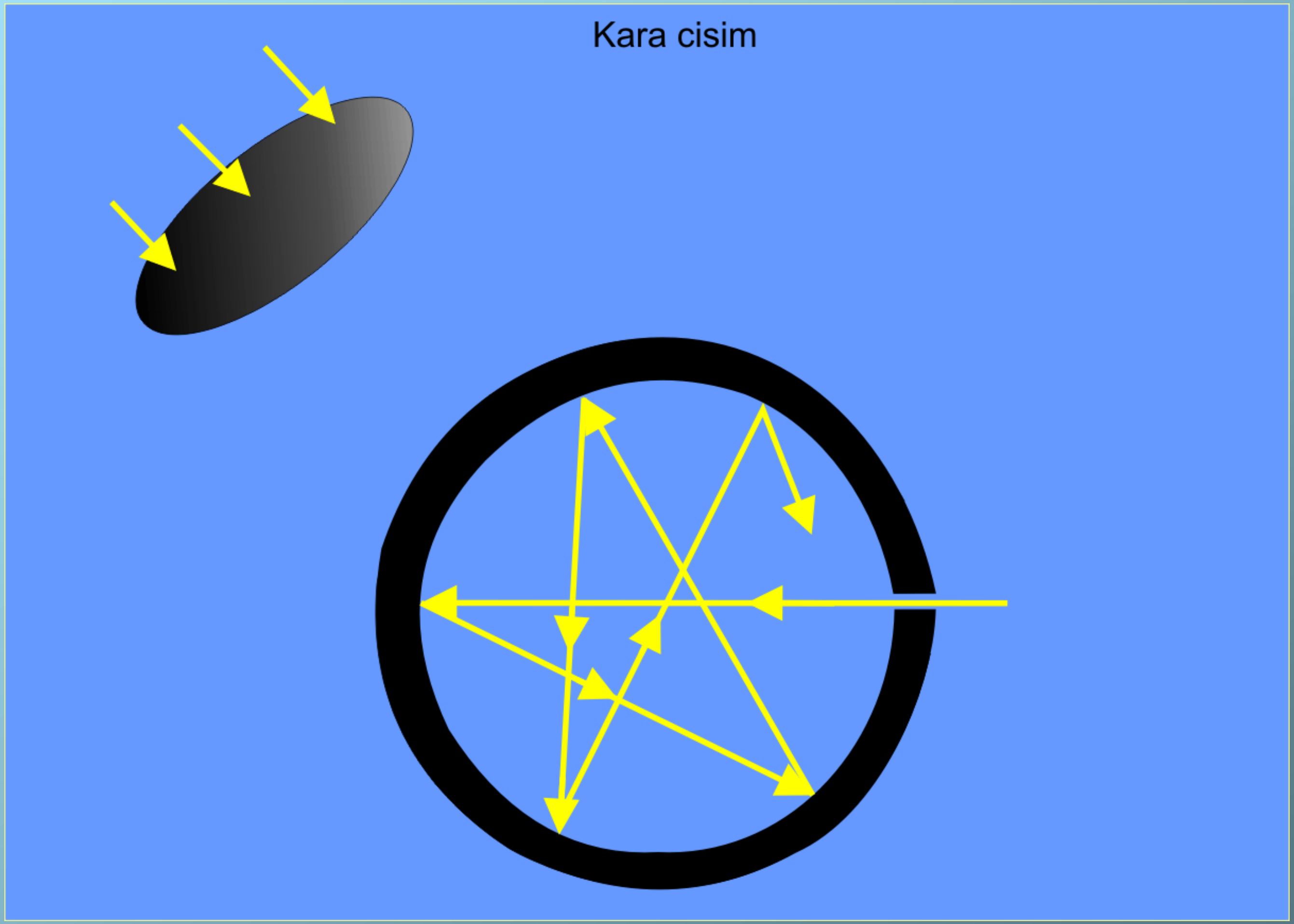

Şekil 24. Işınım yeğinliğinin optik derinlikle/kalınlıkla değişimi

# Kirchhoff yasası (devamı)

Kirchhoff ' a göre, kovuk ışınımında yüzeyin salma ve soğurma güçleri **oranı** kovuğun ışınım yeğinliğine eşittir. Bu yeğinlik, ışınımın **ν** frekansına ve kovuğun T sıcaklığına bağlıdır. Cismin **malzemesi söz konusu olmadığına** göre yasa **evrensel**dir. **Yani aynı sıcaklıktaki bütün kovukların aynı frekanslardaki ışınım yeğinlikleri eşittir**.

Herhangi bir kovuk için $\mathbf{A_\nu} = 1$ ise, $S_\nu = I_\nu$ dir. Buna göre, soğurma gücü **1** olan, **yani üzerine düşen ışınım erkesinin tamamını** soğuran cisim "**Kara cisim**" dir (Şekil 25). Bunun yapacağı ışınımın yeğinliği onun ışınım salma gücüne eşittir. Doğada bu koşulu özürsüz olarak sağlayan bir cisim bulmak çok güçtür. W. Wien tarafından önerilen yapma karacisim, **içi cilalı dışı yalıtkan cisim (küre)'dir** (Şekil 25).

# Kirchhoff yasası (devamı)




Şekil 25. Wien tarafından önerilen bir yapay karacisim örneği

# 3. IŞINIM YASALARI(devamı)

**2. Stefan – Boltzmann Yasası :**

Bir **kovuk** ya da **karacisim** ışınımında, ışınım yeğinliği yalnız sıcaklığın ve **frekansın** fonksiyonu ve **I ~ S** idi. **Avusturya**lı J. Stefan 1879 da, bir **karacismin** 1 $cm^2$ lik yüzeyinden 1 saniyede saldığı **toplam ışınım erkesinin** yani **ışınım salma gücünün**, cismin **T** salt sıcaklığının **dördüncü kuvveti** ile **orantılı olduğunu deneysel olarak** buldu. Şöyle ki,

$$S_\nu = A\,T^4$$

dir. Burada A= sabit ve **T** salt sıcaklıktır.

$$A = 5.6697 \times 10^{-5}\ \mathrm{erg\ cm^{-2}\ s^{-1}\ K^{-4}}$$

# **Stefan-Boltzmann yasası** (devamı)

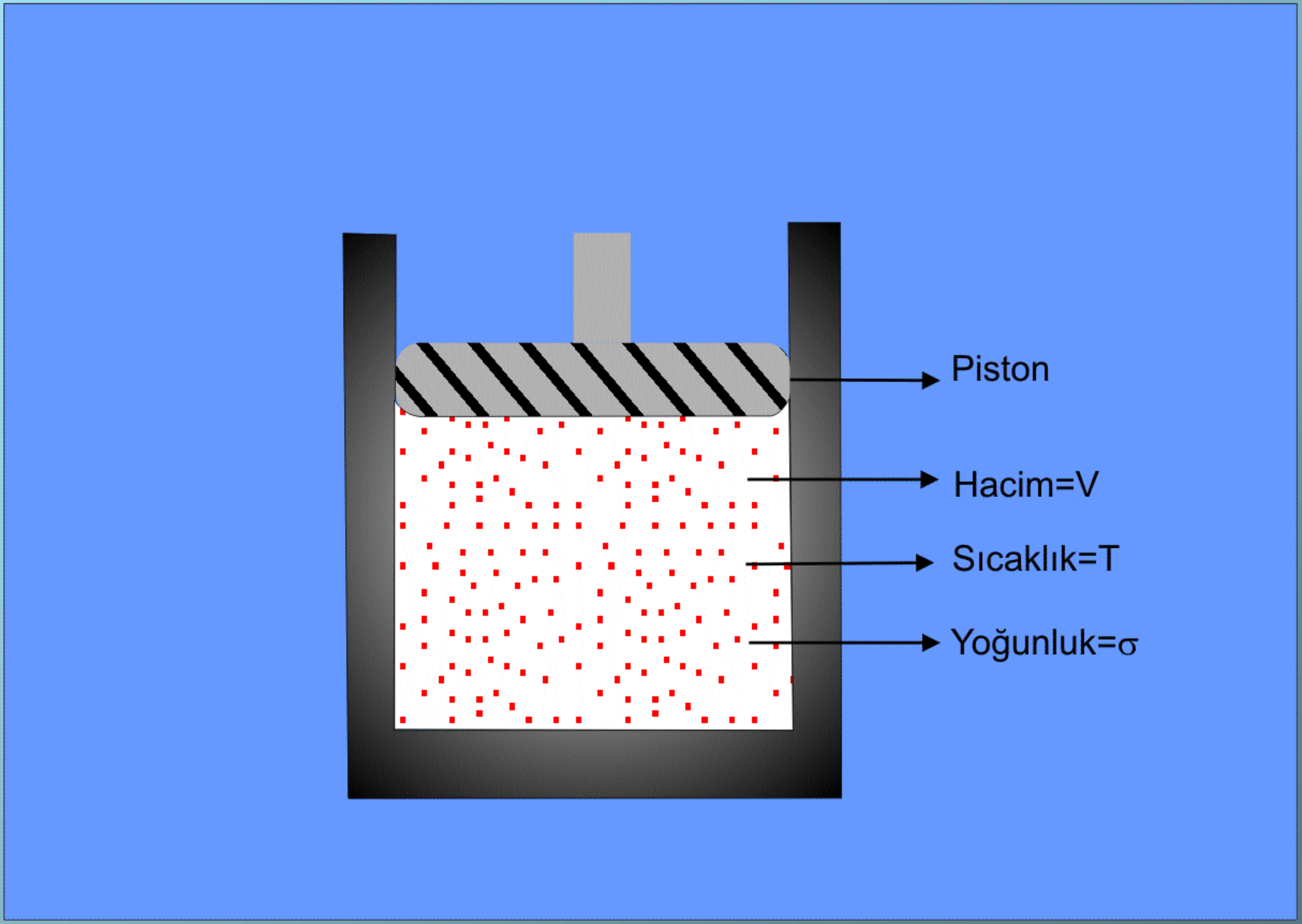
L. Boltzmann, 1884 de **aynı yasayı** kuramsal olarak buldu. L. Boltzmann burada J. C. Maxwell'in **kinetik gaz kuramından** yararlanmıştır. Bunun için, **dış yüzeyi karartılmış**, **iç yüzeyi iyice parlatılmış** bir **silindir** gözönüne alınmıştır (Şekil 26).

Bu şekilde hazırlanmış silindirin, taban alanı 1 $cm^2$ ve pistonun herhangi bir konumundaki oylumu **V** olsun. Bu konumdaki silindirin içine herhangi bir şekilde bir miktar ışınım erkesi verilmişse, bu oylum içine belirli bir T sıcaklığında, **u** yoğunluğunda ve

$$U = \mathbf{u}\,\mathbf{V}$$

değerinde bir ışınım erkesi hapsedilmiş olur. Bu erke **V** oylumundaki **silindirin** "**iç erkesi**"**dir**.

# Stefan-Boltzmann yasası (devamı)




Şekil 26. Dışarısı ile yalıtılmış silindir içindeki ışınım erkesi

# Stefan-Boltzmann yasası (devamı)

Dışarıdan ek bir erke verilirse, yani silindir içine dışarıdan dQ değerinde bir ısı erkesi verilirse, bu erke iki yerde harcanır :

1-Sistemin iç erkesinde bir artma olur ;

$U = u\,V$ , $dU = u\,dV + V\,du$ kadar artar,

2-Pistonun dh yüksekliğinde hareket etmesi ile bir miktar **iş** yapılmış olur ;

**Termodinamiğin birinci ilkesine** göre,

$$dQ = dU + p\,dV$$

idi. Burada görülen dU nun **yukarıdaki tam diferansiyelini** alıp, $p = u / 3$ **olduğu** da göz önüne alınırsa,

# Stefan-Boltzmann yasası (devamı)

$dQ = V\,du + u\,dV + (u / 3)\,dV$

buradan,

$dQ = (4/3)\,u\,dV + V\,du$ bulunur.

[ $dV = 1\ cm^2 \times dh\ (cm) = 1\ cm^3$ : **iş** = $p\,dV$ olur ]

Diğer yandan, kinetik gaz kuramında bir gazın durumunu gösteren ölçeklerden biri onun **ENTROPİ**'sidir. Burada $\varepsilon$ ile göstereceğimiz **entropi**, en basit söylenişiyle erkenin **sıcaklığa** oranıdır. O halde söz konusu olan sisteme verilen dU erkesi sonucunda onun **entropi değişimi ;**

$d\varepsilon = dQ / T$

olacaktır. O halde,

$d\varepsilon = dQ / T = (V / T)\,du + (4/3)(u / T)\,dV$ , bu da,

$d\varepsilon = (V / T)(du / dT)\,dT + (4/3)(u / T)\,dV$

**şeklinde** yazılabilir. Görüleceği gibi bu ifade $\varepsilon = \varepsilon(T,V)$ nin **tam diferansiyelidir.**

# Stefan-Boltzmann yasası (devamı)

Burada V nin bağımsız değişken olduğu ve u nun da yalnız T ye bağlı olduğu göz önüne alınırsa,

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial T \partial V} = \frac{T}{T^2}\,\frac{du}{dT} \Rightarrow \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T}\,\frac{du}{dT}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial V \partial T} = \frac{4}{3}\,\frac{du}{dT}\,\frac{1}{T} - \frac{4}{3}\,\frac{u}{T^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial V \partial T} = \frac{4}{3T}\,\frac{du}{dT} - \frac{4}{3}\,\frac{u}{T^2}$$

olur. Yukarıdaki $d\varepsilon$ ifadesi **tam diferansiyel** olduğundan **ikinci diferansiyelleri** birbirine **eşit** olacaktır. O halde,

# Stefan-Boltzmann yasası (devamı)

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial V \partial T}$$

$$\frac{1}{T}\frac{du}{dT} = \frac{4}{3T}\frac{du}{dT} - \frac{4}{3}\frac{u}{T^2}$$

$(4 / 3)\ (u / T^2) = [(4 / 3T) – (1 / T)]\ (du / dT)$

$(4 / 3)\ (u / T^2) = (1 / 3T)\ (du / dT)$

Her iki yanı 3T ile çarparsak,

$4\ (u / T) = (du / dT) \Rightarrow (du / u) = 4\ (dT / T)$ olur.

Buradan,

$\ln u = 4 \ln T + \ln \mathbf{a}$

$\ln u = \ln (\mathbf{a}\, T^4) \quad \Rightarrow \quad u = \mathbf{a}\, T^4$ bulunur.

Burada **a**, birimlere bağlı bir sabittir.

# Stefan-Boltzmann yasası (devamı)

Bu sonuca göre eş yönlü ışınım yeğinliği için, **u** ışınım yoğunluğu olmak üzere,

$u = (4\pi / c)\, I$ idi. Buradan $I = (c / 4\pi)\, \mathbf{a}\, T^4$

yazılabilir. $\sigma_1 = (c / 4\pi)\, \mathbf{a}$ olmak üzere,

$I = \sigma_1 T^4$ , $I \pi = S$ idi. O halde,

$(S/\pi) = (c / 4\pi)\, \mathbf{a}\, T^4 \Rightarrow S = (c / 4)\, \mathbf{a}\, T^4$

$\sigma = (c /4)\, \mathbf{a}$ ise,

$S = \sigma T^4$ bulunur ki bu Stefan-Boltzmann yasasıdır.

# Stefan-Boltzmann yasası (devamı)

Şimdi konumuzun birazcık dışına çıkarak **kapalı bir oylumun entropisini** bulmaya çalışalım :

$u = \mathbf{a}\, T^4$ idi. Buradan, $(du / dT) = 4\, \mathbf{a}\, T^3$

Diğer taraftan ;

$(\partial\varepsilon / \partial T) = (\mathbf{V} / T)(du / dT)$ ve,

$(\partial\varepsilon / \partial \mathbf{V}) = (4 /3)\, (u / T)$ idi. O zaman,

$(\partial\varepsilon / \partial T) = (\mathbf{V} / T)\, 4\, \mathbf{a}\, T^3$

$\partial\varepsilon = 4\, \mathbf{a}\, \mathbf{V}\, T^2\, \partial T \;\Rightarrow\; d\varepsilon = 4\, \mathbf{a}\, \mathbf{V}\, T^2\, dT$

Her iki yanın integrali alınırsa,

$\varepsilon = (4 / 3)\, \mathbf{a}\, \mathbf{V}\, T^3$ elde edilir.

$u = \mathbf{a}\, T^4$ den $(u / T) = \mathbf{a}\, T^3$ ve bundan yararlanarak,

$\varepsilon = (4 / 3)\, \mathbf{V}\, (u / T)$ elde edilir. $p = u / 3 \Rightarrow u = 3p$ den de

$\varepsilon = (4 / 3)\, \mathbf{V}\, (3p / T) \;\Rightarrow \varepsilon = (4 / T)\, \mathbf{V}\, p$ olur.

# Stefan-Boltzmann yasası (devamı)

Bilindiği gibi, gazların T = **sabit** kalmak üzere yaptıkları genişlemeye "Eşsıcaklı genişleme" denir. Böyle bir genişlemede, (yani T = **sabit** ise) ε = **sabit**'tir ve P**V** = **R**T **yasası** geçerlidir. **Sabit** T de entropi değişimi **söz konusu değildir**. Genel olarak ε = ε(P, **V**, T) dir. T=**sabit** ise, P**V** = **R**T 'den

P**V** = **sabit** olur.

Stefan-Boltzmann yasası **çok geniş bir kullanma alanına** sahiptir. Işınım yapan herhangi bir **cismin ışınımgücü ölçülebilirse**, **bu yasadan** bir **sıcaklık hesabı** yapılabilir. Bulunan bu sıcaklık o cisimle **eş ışınımlı olan bir karacismin** sıcaklığıdır. Onun için **bu yoldan** bulunan **sıcaklığa etkin sıcaklık** denir ve $T_e$ ile gösterilir.