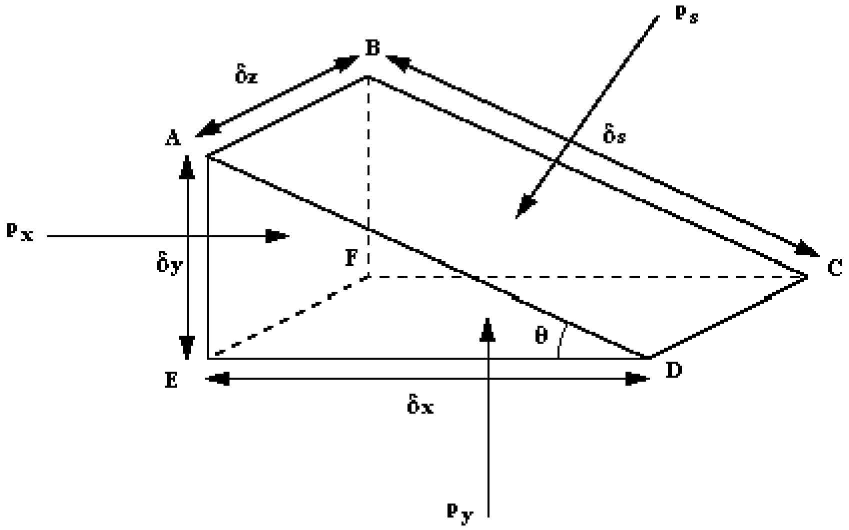
2. AKIŞKAN STATİĞİ

2.1. Bir Noktadaki Basınç

Hareketli ve durgun akışkanın herhangi bir noktasındaki basınç, viskoz kuvvetlerin olmaması (kayma gerilmesinin ihmal edilmesi) koşulunda, hareket doğrultusundan bağımsızdır. Yani bir nokta etrafındaki basınçlar, doğrultunun fonksiyonu olmayıp, her doğrultuda birbirine eşittir. x, y ve z kartezyen koordinatlarındaki basınçlar sırasıyla P_x, P_y ve P_z olmak üzere bir noktadaki basınç;

$$P_x = P_y = P_z$$

olmaktadır (Edis 1972). Bunu göstermek için üçgen prizma şeklinde küçük bir akışkan taneciği ele alalım. Bu üçgen prizmaya x ekseni doğrultusunda Px, y ekseni doğrultusunda P_y ve eğim yüzeyine dik P_s basınçları etkili olsun (Sleigh 2001, Hewakandamby 2012).



Şekil 2.1. Üçgen akışkan taneciği (Sleigh 2001)

Akışkan statik olup kayma gerilmeleri yoktur ve tüm kuvvetler ilgili yüzeylere dik gelmektedir. Yani

p_s, ABCD yüzeyine

p_x, ABFE yüzeyine

p_y, FECD yüzeyine diktir.

Ayrıca tanecik dengede olduğundan her yöndeki kuvvetlerin bileşkesi sıfırdır. X ekseni doğrultusundaki kuvvetleri topladığımızda P_x basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet (F_{x_x}),

$$F_{x_x} = p_x \times A(ABFE) = p_x \delta_z \delta_y$$

p_s basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet F_{x_s} ,

$$F_{x_s} = -p_s \times A(ABCD) \times \sin\theta = -p_s \delta_s \delta_z \frac{\delta_y}{\delta_s} = -p_s \delta_y \delta_z$$

$$(\sin\theta = \frac{\delta y}{\delta s})$$

p_y basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet F_{x_y} ,

$$F_{x_y} = 0$$

Hareket olmadığından denge koşulu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$F_{xx} + F_{xs} + F_{xy} = 0$$
$$p_x \delta_y \delta_z + (-p_s \delta_y \delta_z) = 0$$
$$p_x = p_s$$

Benzer Şekilde y ekseni için kuvvetlerin toplamı,

$$F_{y_y} = p_y \times A(EFCD) = p_y \delta_x \delta_z$$

p_s basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet F_{y_s} ,

$$F_{y_s} = -p_s \times A(ABCD) \times \cos\theta = -p_s \delta_s \delta_z \frac{\delta_x}{\delta_s} = -p_s \delta_x \delta_z$$

$$(\cos\theta = \frac{\delta x}{\delta s})$$

p_x basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet F_{y_x} ,

$$F_{y_x} = 0$$

Taneciğin ağırlığı nedeniyle meydana gelen kuvvet, Ağırlık kuvveti= -özgül ağırlık × tanecik hacmi = $-\rho g \times \frac{1}{2}\delta x \delta y \delta z$

Hareket olmadığından denge koşulu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$F_{y_y} + F_{y_s} + F_{y_x}$ +ağırlık kuvveti=0

$$p_y \delta_x \delta_z + (-p_s \delta_x \delta_z) + (-\rho g \frac{1}{2} \delta_x \delta_y \delta_z) = 0$$

Tanecik elementi yani $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ çok küçük olduğundan $\delta_x \delta_y \delta_z$ ihmal edilebilir. Bu nedenle $P_y = P_s$ ve $P_x = P_y = P_s$ yazılır. Bu ifadeyi biz $P_x = P_y = P_z$ şeklinde de yazabiliriz. Buradan statik bir sıvı içindeki herhangi bir noktadaki basıncın yönden bağımsız olduğu sonucu çıkartılabilir (Sleigh 2001, White 2012). Buna göre kapalı kaptaki bir akışkana uygulanan bir noktadaki basınç tüm yönlerde aynıdır ve bu ifadeye statik akışkanlara uygulanan *Blair Pascal* (1623-1662) *Kanunu* denir.

Eğer sıvı akışkan hareket ettirilirse bir noktadaki ortalama basınç

$$P = \frac{P_x + P_y + P_z}{3}$$

olur (Soğukoğlu 1995).

2.2. Hidrostatik Temel Denge Denklemi

Akışkanlarda basınç dağılımının belirlenmesinde kullanılan kayma gerilmesiz statik koşuldaki hidrostatik temel denge denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir (Munson vd. 1994).

$$-\vec{\nabla} P - \gamma \vec{k} = \rho . \vec{a}$$

$$\vec{\nabla} P = \frac{\partial P}{\partial x}.\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}.\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}.\vec{k} = \frac{\delta \vec{F}_s}{\delta x . \delta y . \delta z}$$

Burada;

∇P : Basınç gradyenti ya da birim hacimdeki bileşke yüzey (basınç) kuvveti (N/m^3),

γ : Akışkanın özgül ağırlığı ya da birim hacimdeki akışkanın kütle kuvveti (N/m^3),

ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),

δF_s : Akışkan taneciğine etkiyen toplam bileşke kuvveti (N),

a : Akışkanın ivmesi (m/s^2),

δx, δy, δz: Akışkan taneciğinin x, y, z koordinatlarındaki birim kenar uzunlukları (m).

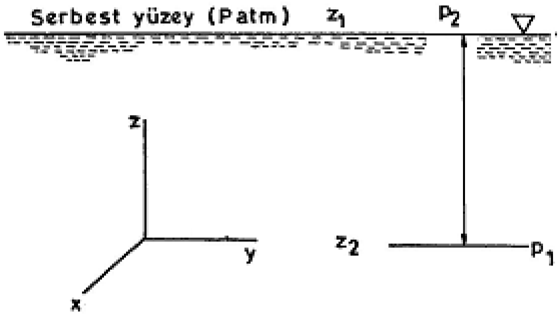
2.3. Basınç Değişimi

Statik homojen sıvılarda basınç serbest yüzeyden olan yüksekliğe bağlı olup kabın biçimine bağlı değildir. Serbest yüzeye olan mesafesi aynı olan noktaların basınçları da aynı olur Akışkanlarda basıncın yükseklikle değişimi diferansiyel eşitlik olarak $dP= -\gamma.dz$ biçiminde gösterilebilir. Bu eşitlikteki (-) işareti basıncın akışkan içerisinde yukarı çıktıkça azaldığını göstermektedir (White 2012).

Sıkıştırılamayan akışkanlarda (sıvılarda) düşey doğrultuda iki nokta arasındaki basınç farkı; bu noktalar arasındaki uzaklığın (z_2-z_1), akışkanın özgül ağırlığıyla (γ) çarpımına eşittir.

$$P_1-P_2= \gamma.(z_2- z_1)= \gamma.h$$

$$P_1=P_2+\gamma.h$$



Şekil 2.2. Düşey doğrultuda basıncın değişimi (Munson vd. 1994).

Buradaki P_1 ve P_2, z_1 ve z_2 yüksekliklerindeki basınçları göstermektedir (Şekil 2.2).

Sıvılarla çalışmada referans ekseni olarak serbest sıvı yüzeyi alınır ve sıvının herhangi bir noktasındaki mutlak basınç;

$$P= \gamma.h+P_{atm}$$

ile bulunur. Eğer bulunacak basıncın manometrik olması gerekiyorsa sıvının herhangi bir noktasına etkiyen basınç aşağıdaki bağıntıyla elde edilir.

$$P= \gamma.h$$

Gazlarda hidrostatik basıncın hesaplanmasında da küçük yüksekliklerde yukarıdaki basınç formülleri kullanılabilir. Ancak izotermal koşulda bir noktaya etkiyen hidrostatik basınç aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Bar-Meir 2011, White 2012).

$$P_2= P_1.e^A$$
$$A= -g.(z_2-z_1)/(R.T_o)$$

Bu bağıntıda;

P_1 ve P_2 : z_1 ve z_2 noktalarındaki mutlak basınçları (Pa),
z_1 ve z_2 : Basınç farkının hesaplanacağı ilgili noktaları (m),
R : Gaz sabitesi (J/kgK),
T_0 : Mutlak hava sıcaklığını (K) göstermektedir.

Akışkanların, üzerlerine etkiyen kuvvetleri her yönde iletmeleri, aynı yükseklikteki basınçların birbirine eşit olması, basıncın kabın boyut ve biçimine bağlı olmaması krikolarda, kaldıraçlarda, hidrolik frenlerde, preslerde ve ağır iş makinalarında önemli olmaktadır.

Kapalı bir kabı tamamen dolduran sıvının herhangi bir noktasından yapılan basınç, sıvı tarafından kendine dokunan bütün yüzeylere dik olarak aynen iletilir. Sıvılar kuvveti değil de basıncı aynen iletirler. Şekil 2.3'de görülen su cenderesinde bu durum aşağıdaki gibi gözlenilebilir.

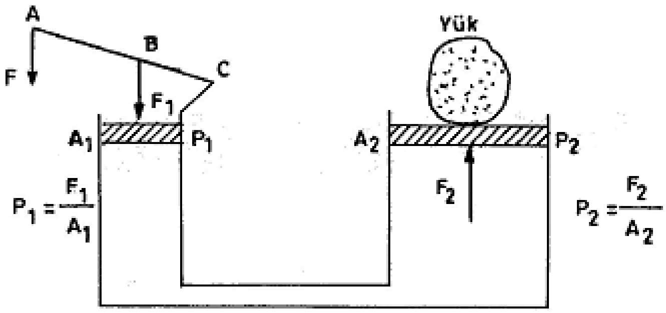
$$P_1=P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1}=\frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1=F.\frac{|AC|}{|BC|}$$

Burada;

P_1 ve F_1 : Sırasıyla birinci alana etkiyen basınç (Pa) ve kuvvet (N),
P_2 ve F_2 : Sırasıyla ikinci alana etkiyen basınç (Pa) ve kuvvet (N),
A_1 ve A_2 : Sırasıyla birinci ve ikinci yüzey alanı (m^2),
F : Kaldıraca etkiyen kuvvet (N),
$|AC|$ ve $|BC|$: Sırasıyla A ve C ile B ve C noktaları arasındaki uzaklık (m)'tır.



Şekil 2.3. Su cenderesi

2.4. Atmosfer Sıcaklığı ve Atmosfer Basıncının Değişimi

Yeryüzünden yükseklere çıkıldıkça basınçta ve sıcaklıkta değişimler meydana gelir. Şekil 2.4'de görüldüğü gibi yeryüzeyine yakın bölgede (troposphere) yüksekliğe bağlı olarak sıcaklık azalmakta, bir sonraki tabaka olan stratosphere de hemen hemen sabit kalmakta ve daha sonraki tabakada tekrar azalmaktadır. Yeryüzeyinden yaklaşık 11 km yüksekliğe kadarki (troposphere) bölgede hava sıcaklığı aşağıdaki eşitlik ile bulunabilmektedir (Streeter ve Wylie 1983, White 2012).

$$T = T_0 - \beta z$$

Burada;

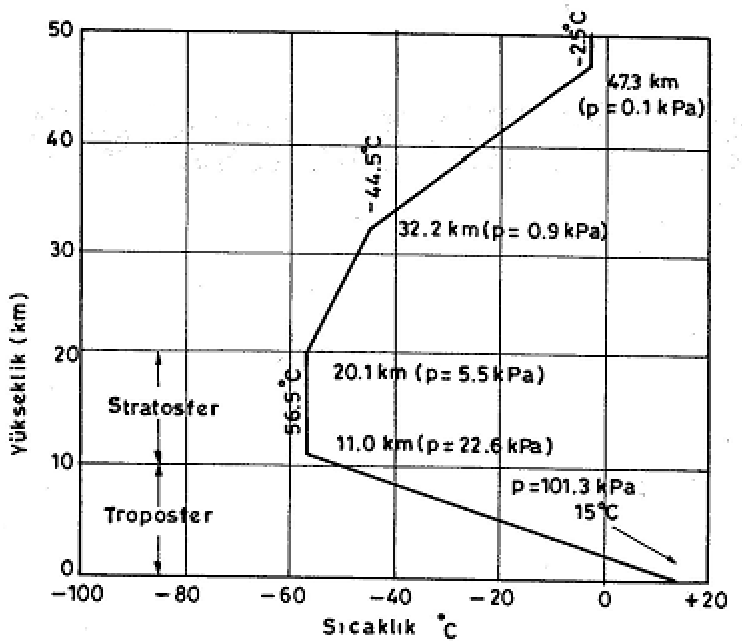
T : İstenilen yükseklikteki hava sıcaklığı (K),
T_0 : Deniz seviyesindeki hava sıcaklığı (K),
β : 0,00650 K/m,
z : Sıcaklığı bulunmak istenen yükseklik (m).

Yeryüzünden 11 km yüksekliğe kadar olan bölgede atmosfer basıncındaki değişimi aşağıdaki bağıntı ile bulunur (Munson vd. 1994,Bar-Meir 2011, White 2012).

$$P = P_0 . \left(1 - \frac{\beta . z}{T_0}\right)^{g/(R.\beta)}$$

P : İstenilen noktanın mutlak basıncı (Pa),
P_0 : Standart atmosfer basıncı (101330 Pa),
T_0 : Deniz seviyesindeki hava sıcaklığı (288,15 K),
β : 0.00650 K/m,
z : Basıncı bulunmak istenen noktanın yeryüzeyine olan uzaklığı (m),
g : 9.81 m/s^2
R : Gaz sabiti (286,9 J/kg.K)'dir.

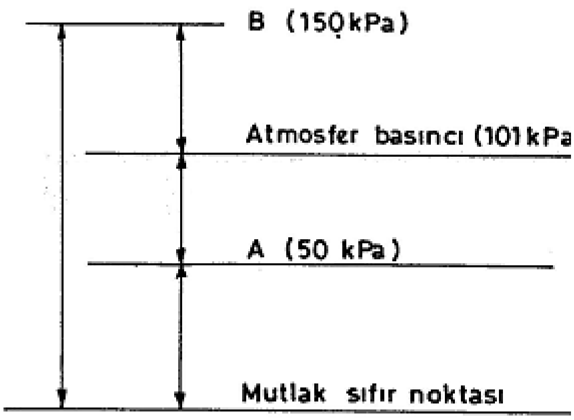
Atmosfer, çoğunlukla gazlardan oluşan ve yerküreyi saran katmandır. Hava, atmosferin gazlardan oluşan kısmına denir.



Şekil 2.4. Yüksekliğe bağlı olarak sıcaklık ve basınç değişimi (Munson vd. 1994, White 2012)

2.5. Basıncın Ölçümü

Akışkan içerisinde bir noktadaki basıncın ifadesinde mutlak basınç ve manometrik basınç olmak üzere iki basınç kullanılmaktadır. Basıncın mutlak mı, manometrik mi olduğu, göz önüne alınan referans eksenine bağlıdır. Basıncın mutlak sıfır noktasına (havası alınmış ortama) göre ölçülüp ifade edilmesine mutlak basınç, atmosfer basıncı eksenine göre ölçülüp ifade edilmesine manometrik (rölatif, bağıl, gösterge) basınç denir (Şekil 2.5). Örneğin Şekilde

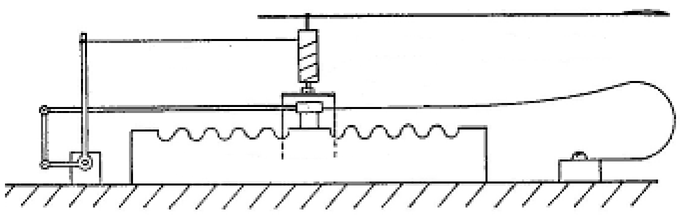


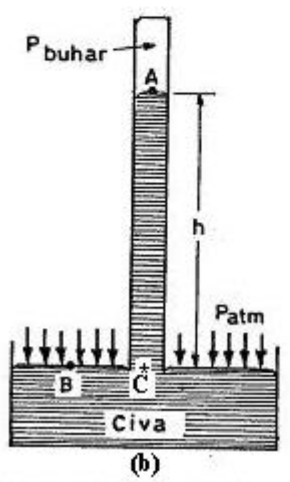
Şekil 2.5. Basınç çeşitleri

(A) noktasının mutlak basıncı P_A= 50 kPa iken manometrik basıncı P_A= -(101-50)= -51 kPa'dır. Yine (B) noktasının mutlak basıncı 150 kPa iken manometrik basıncı (150-101)= 49 kPa olacaktır. Atmosfer basıncının kendisi de mutlak basınçtır. Mutlak basınç her zaman pozitif iken, manometrik basınç negatif de olabilmektedir. Uygulamadaki basınç ölçerler manometrik basıncı göstermektedirler. Mutlak basınçla manometrik basınç arasında aşağıdaki ilişki yazılabilir.

$$P_{mutlak} = P_{manometrik} + P_{atmosfer}$$

Atmosfer basıncının ölçümünde kuru (Şekil 2.6a) ve sıvı (cıvalı) (Şekil 2.6b) barometreler kullanılmaktadır. Cıvalı barometrede, bir kab içerisindeki civaya havası alınmış ince boru, ters çevrilerek daldırılırsa civanın ince boruda yükseldiği görülür. Eş basınç düzlemlerindeki basınçlar eşit olduğundan Şekil 2.6b'da görüldüğü gibi atmosfer basıncı boruda yükselen civanın yapmış olduğu basınçla, borudaki buhar basıncının toplamından oluşmaktadır.





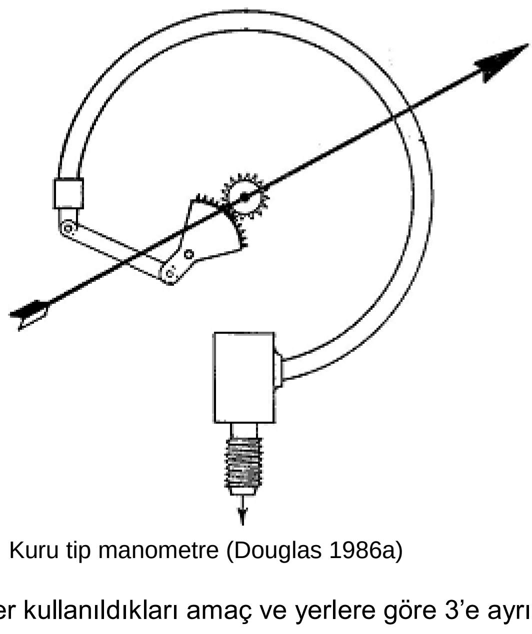
Şekil 2.6. Barometre (a.kuru tip, b. cıvalı) (McDonough 2009)

$$P_B = P_{atm} = P_C = P_{buhar} + \gamma.h$$

Buhar basıncı (P_{buhar}) çok küçük olduğundan çoğunlukla ihmal edilmekte ve atmosfer basıncı boruda yükselen sıvının basıncına eşit olmaktadır. Civayla yapılan deneylerde deniz seviyesinde civanın 760 mm yükseldiği görülmüştür.

Açık hava basıncının ölçülmesinde kullanılan cihazlarda (barometre) sıvı akışkanın yüksekliğini; kullanılan akışkanın özgül ağırlığı, ortam sıcaklığı, deneyin yapıldığı yer ve boru içindeki sıvının üst kısmındaki hava etkilemektedir. Toriçelli deneyinde, kılcal boruda cıva yerine başka bir sıvı örneğin su kullanılsaydı, sıvının borudaki yüksekliği değişirdi. Çünkü açık hava basıncı aynı olacağından kullanılan sıvının özgül ağırlığına bağlı olarak h yüksekliği artacak ya da azalacaktır. Su kullanımı durumunda h yüksekliği artacak ve 10,33 m ye kadar çıkabilecektir. Ortamın sıcaklığının değişmesi, h yüksekliğini değiştirir. Sıcaklık arttıkça yükseklik artar, sıcaklık azaldıkça yükseklik azalır. Yer yüzeyinden her 10,5 m yukarıya çıkıldıkça, h yüksekliği 1 mm düşer. Fazla yukarılara çıkıldıkça bu oran değişir. Bundan yaralanılarak yükseklik ölçülür. Yükseklik ölçen cihazlara *altimetre* denir.

Borulardaki basınç ölçümünde kullanılan cihazlara manometre denir. Kuru ve sıvı tip olmak üzere iki tiptir. Şekil 2.7'de kuru tip bir manometre verilmiştir. Akışkan oval kesitli eğrisel kısma etki ederek genişlemeye zorlar ve bu eğri kısma bağlı ok ucu hareket ederek skalada basınç değerini gösterir. Kuru (madensel) manometrelerle, atmosfer basıncından büyük ve küçük basınç değerlerini ölçmek olanaklıdır



Şekil 2.7. Kuru tip manometre (Douglas 1986a)

Sıvı manometreler kullanıldıkları amaç ve yerlere göre 3'e ayrılırlar.

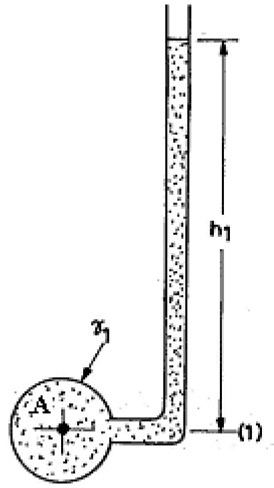
- Piyezometre borusu
- U manometresi
- Eğimli manometre

Borulardaki küçük basınçların ölçülmesinde kullanılan oldukça hassas olan piyezometre borusunun üstü atmosfere açık ve alt tarafı basıncı ölçülecek boruya bağlı ince bir borudur (Şekil 2.8). Piyezometre borusundaki basınç değeri manometrik olarak

$$P_A = \gamma_1 . h_1$$

bağıntısıyla hesaplanır. Burada;

P_A : Basıncı ölçülecek A noktasının basıncı (Pa),
γ_1 : Piyezometre borusundaki akışkanın özgül ağırlığı (N/m^3),
h_1 : Piyezometredeki akışkan yüksekliği (m)'dir.

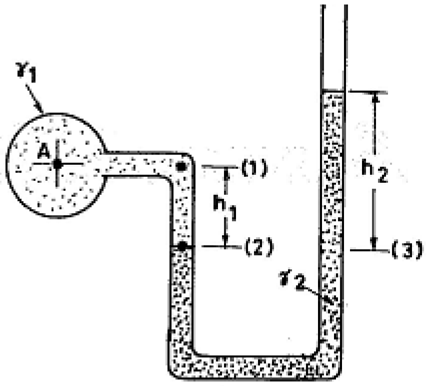


Şekil 2.8. Piyezometre borusu

Piyezometre borusunda basıncı ölçülecek akışkan ile piyezometredeki akışkan aynıdır. Yüksek basınçların ölçülmesinde piyezometrenin boyu çok uzun ve buna bağlı olarak da kullanımı pratik olmayacaktır. Piyezometrenin bu sakıncası U-manometresinde giderilmiş ve basıncı ölçülecek akışkan ile manometredeki akışkan birbirinden farklı alınmıştır. U-manometresi birleşik kapların özelliklerinden yararlanılarak yapılmıştır (Şekil 2.9). Bu manometrede A noktasının basıncının ölçülmesinde iki yöntem uygulanabilir.

Birinci yöntemde manometre akışkanın alt seviyesinden geçen bir eşbasınç düzlemi kabul edilerek bunun üstündeki (2) ve (3) noktalarındaki basınçlar birbirine eşitlenir.

$P_2 = P_A + \gamma_1 . h_1$
$P_3 = \gamma_2 . h_2$
$P_2 = P_3$
$P_A + \gamma_1 . h_1 = \gamma_2 . h_2$
$P_A = \gamma_2 . h_2 - \gamma_1 . h_1$ elde edilir.

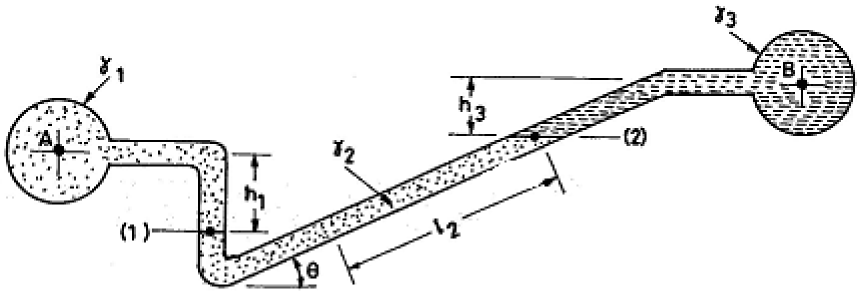


Şekil 2.9. U-manometresi

İkinci yöntemde, manometrenin yerleştirildiği sistemde, basıncı ölçülecek noktadan başlanarak akışkan içinde yükseldikçe basıncın azaldığı, alçaldıkça basıncın arttığı kuralı kullanılarak serbest yüzeye kadar gidilir.

$P_A + \gamma_1 . h_1 - \gamma_2 . h_2 = 0$
$P_A = \gamma_2 . h_2 - \gamma_1 . h_1$

Eğimli manometreler küçük basınçların daha duyarlı okunmalarında kullanılır. Manometre belirli bir eğim açısıyla (θ) yerleştirilmiştir. Çok küçük basınçlar eğimli manometrede büyütülerek okunmaktadır (Şekil 2.10).



Şekil 2.10. Eğimli manometre (Munson vd. 1994)

Şekil 2.10'da A ve B noktaları arasındaki basınç farkı, A noktasından başlanarak B noktasına gidildiğinde aşağıdaki gibi bulunur.

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 L_2 \sin\theta - \gamma_3 h_3 - P_B = 0$$

$$P_A - P_B = -\gamma_1 h_1 + \gamma_2 L_2 \sin\theta + \gamma_3 h_3$$

ile bulunmaktadır. Eğer basıncı ölçülecek akışkan gaz ise h_3 ve h_1 yükseklikleri ihmal edilebilir. Bu durumda yukarıdaki eşitlik,

$$P_A - P_B = \gamma_2 L_2 \sin\theta$$

dönüşür. Eğimli manometrede düşey bulunacak yükseklik (1/Sinθ) kadar büyütülerek okunmaktadır.

Manometrelerin seçiminde bazı faktörlerin göz önünde bulundurulması gerekir. Bunlar,

1) Sık değişen basınçlara hemen tepki veremezler, bu nedenle basınç değişiminin yavaş olduğu yerlerde tercih edilirler.

2) U-manometresinde aynı anda iki ölçüm değerinin okunması gerekir.

3) Basınçtaki küçük değişimler duyarlı olarak belirlenemez. Bunun için eğimli manometre kullanmak gerekir, ancak eğimli manometrelerin de büyük basınçların ölçülmesinde kullanılması önerilmez.

4) Çok doğru sonuçların elde edilmesi için sıcaklık, sıcaklık-özgül kütle ilişkilerinin bilinmesi gerekir.

5) Çok iyi bağlanmaları gerekir, aksi durumda yanlış sonuçlara neden olurlar.

6) Yukarıdaki dezavantajlarının yanında manometreler çok basittirler.

7) Kalibrasyona ihtiyaçları yoktur.