

SAYILAR

1. DOĞAL SAYILAR

Doğal sayılar sıfırdan başlayarak sonsuza kadar devam eden sayılar kümesidir. Sayma sayılarına 0 (sıfır) sayısını katarsak doğal sayılar oluşur.

Doğal sayılar; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, dır.

Ardışık doğal sayılar: 0, 1, 2, 3, 4, 5, şeklinde birer birer büyüyerek art arda devam eden sayılara denir.

Ardışık çift doğal sayılar; 0, 2, 4, 6, şeklinde sıfırdan başlayarak ikişer ikişer artan ve 2'nin katı olan sayılara denir.

Ardışık tek doğal sayılar; 1, 3, 5, 7, ... şeklinde 1 sayısından başlayarak ikişer ikişer artan ve 2'nin katı olmayan sayılara denir.

2. ASAL SAYILAR

Asal sayılar, 1 ve kendisinden başka pozitif tam böleni olmayan 1' den büyük tamsayılardır. En küçük asal sayı, 2' dir. 2 asal sayısı dışında çift asal sayı yoktur. Yani, 2 sayısı dışındaki tüm asal sayılar tek sayıdır. Asal sayılar kümesi, { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ... } dir.

Aralarında asal sayılar

1' den başka pozitif ortak böleni olmayan sayılara, aralarında asal sayılar adı verilir.

Örneğin;

- 2, 9
- 10, 81
- 5, 29
- 3, 8
- 2, 10, 35

Örnek :

a, b ve c birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, ab ile bc iki basamaklı aralarında asal sayılardır. Buna göre, ab + bc toplamının en küçük değeri kaçtır?

Çözüm:

Toplamın en küçük olması için, sayıları en küçük almalıyız. Buna göre, ab = 21 olurken. bc = 13 olmalıdır. Dolayısıyla,
ab + bc = 21 + 13 = 34
olur.

SAYILARIN ASAL ÇARPANLARINA AYRILMASI

Her bileşik sayı, asal sayıların veya asal sayıların kuvvetlerinin çarpımı şeklinde yazılabilir.

Örnek:

120 sayısını asal çarpanlarına ayırınız.

Çözüm:

120 sayısının asal çarpanlarına ayrılmış şekli

$$120 = 22 \cdot 31 \cdot 51$$

3. BÖLÜNEBİLME

2 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI

Birler basamağındaki rakam 0,2,4,6,8 olan sayılar 2 ile kalansız bölünebilir. İki ile kalansız bölünebilen sayılara çift sayılar denir. Diğer bir ifade ile birler basamağı 0,2,4,6,8 olan sayılar çift sayılardır.

Soru: 541A sayısı 2 ile kalansız bölünebiliyorsa A yerine gelebilecek rakamların toplamı kaçtır?

Cevap: ile kalansız bölünüyorsa çift sayıdır ve $A = 0, 2, 4, 6, 8$ olur. $0+2+4+6+8=20$ 'dir.

3 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI

Bir doğal sayının basamaklarındaki rakamların sayı değerleri toplamı 3 ile kalansız (tam) bölünüyorsa bu sayı 3 ile kalansız (tam) bölünebilir.

5 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam 0 veya 5 ise bu sayı 5'e kalansız bölünebilir.

6 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI

Bir sayı hem 2 hem de 3 ile kalansız bölünebiliyorsa bu sayı 6 ile kalansız bölünebilir. Yani rakamları toplamı 3'ün katı olan çift sayılar 6'ya tam bölünebilir.

9 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI

Bir doğal sayının basamaklarındaki rakamların sayı değerleri toplamı 9 ile kalansız (tam) bölünüyorsa bu sayı 9 ile kalansız (tam) bölünebilir.

10 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam 0 ise bu sayı 10'a kalansız bölünebilir.

Örnek: 2023 sayısının 4 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm: 23 sayısının 4'e bölümünden kalan 3 olduğu için 2023 sayısının 4 ile bölümünden kalan 3'tür.

4. OBEB-OKEK

OBEB (ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ)

OBEB, iki veya daha çok sayıyı aynı anda bölebilen en büyük sayıdır. Verilen sayıların OBEB' ini bulmak için, sayılar asal çarpanlarına ayrılır ve ortak asal çarpanların en küçük üsleri alınır.

1. Aralarında asal iki sayının OBEB' i 1' dir. Yani, a ile b aralarında asal iki sayı ise, (a, b) OBEB = 1 dir.
2. Aynı zamanda, ikiden çok sayıdaki sayılardan en az iki tanesi aralarında asal ise, bu sayıların OBEB' i 1' dir. Yani, a, b, c, d, e sayılarından a ile b aralarında asal ise, (a, b, c, d, e) OBEB = 1 dir.
3. İki veya daha fazla sayının ortak tam bölenlerinin sayısı, OBEB' inin bölenlerinin sayısına eşittir.
4. Ardışık iki sayma sayısının OBEB' i 1' dir. Yani, a ile b ardışık iki sayma sayısı olmak üzere, (a, b) OKEK = 1 dir.

Örnek:

18, 30, 42 sayılarının OBEB' i kaçtır?

Çözüm:

$$18 = 2.3^2$$

$$30 = 2.3.5$$

$$42 = 2.3.7$$

Her üç sayının ortak asal çarpanlarının en küçük üslüsü alınmalıdır. Dolayısıyla, (18, 30, 42) OBEB = 2.3 = 6 dır.

Örnek:

100 ile 120 sayılarının OBEB' i kaçtır?

Çözüm:

$$100 = 2^2.5^2$$

$$120 = 2^3.3.5$$

Her iki sayının ortak asal çarpanlarının en küçük üslüsü alınmalıdır. Dolayısıyla, (100, 120) OBEB = 2^2.5 = 20 dir.

Örnek:

Boyutları 9 cm, 12 cm, 15 cm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki kutunun içerisi, boş yer kalmayacak şekilde en büyük boyutlu küplerle doldurulmak istenmektedir. Bu kutuya kaç tane küp yerleştirilebilir?

Çözüm:

Kutu en büyük boyutlu küplerle doldurulmak istendiğinden, 9 cm, 12 cm, 15 cm sayılarının OBEB' i bulunmalıdır. Bu nedenle, (9, 12, 15) OBEB = 3 tür. Böylece, en büyük boyutlu küpün bir kenarı = 3 cm olur. Bir kenarı 3 cm olacak şekilde yerleştirilebilecek küp sayısı, Küp sayısı = Kutunun hacmi / Küpün hacmi = $9.12.15/3.3.3 = 3.4.5 = 60$

tane olur.

OKEK (ORTAK KATLARIN EN KÜÇÜĞÜ)

İki veya daha çok sayının her birine bölünen en küçük sayıdır. Verilen iki veya daha çok sayının OKEK' ini bulmak için, sayılar asal çarpanlarının kuvvetleri cinsinden yazılır ve ortak asal çarpanlarından üsleri en büyük olanlarla ortak olmayan asal çarpanlarının tümü alınarak çarpılır.

1. Aralarında asal sayıların OKEK' i, bu sayıların çarpımlarına eşittir. Yani, a ile b sayısı aralarında asal sayılar ise,
(a, b) OKEK = a.b dir.
2. a ve b iki doğal sayı olmak üzere, bu iki doğal sayının OBEB' i ile OKEK' inin çarpımı, bu iki doğal sayının çarpımına eşittir. Yani, a ve b doğal sayısı için
 $a \cdot b = (a,b) \text{OKEK} \cdot (a,b) \text{OBEB}$ dir.
3. a, b, c, d sayma sayıları olmak üzere,
 $(a/c, b/d) \text{OKEK} = (a, b) \text{OKEK} / (c, d) \text{OBEB}$ dir.
4. a ve b iki doğal sayı olmak üzere,
(a, b)OKEK = x ve (a, b)OBEB = y
ise, a ile b sayılarının toplamının en büyük değeri
x + y dir.
5. Ardışık iki sayma sayısının OKEK' i bu iki sayının çarpımına eşittir. Yani, a ile b ardışık iki sayma sayısı olmak üzere,
(a, b) OKEK = a, b dir.
6. a ile b sayma sayıları olmak üzere, a < b ise,
(a, b)OBEB <= a <= b <= (a, b) OKEK dir.

Örnek :

18 ile 45 sayılarının OKEK' ini bulunuz.

Çözüm:

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$45 = 3^2 \cdot 5$$

olduğundan, (18, 45) OKEK = $3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 90$ olur.

Örnek:

Herhangi iki doğal sayının OKEK' i 120 ve OBEB' i 8 olduğuna göre, bu sayıların toplamı en çok kaç olabilir?

Çözüm:

İki doğal sayının toplamı en çok bu iki sayının OBEB' ile OKEK' inin toplamı kadar olabileceğinden,

$$120 + 8 = 128 \text{ dir.}$$