POLİNOMLAR

a_0, a_1, a_2, a_3 ..., $a_n \in R$ ve $n \in N$ olmak üzere ;

$P(x) = a_0+a_1.x+a_2.x^2+a_3.x^3+....+a_n.x^n$ biçimindeki ifadelere x değişkenine göre düzenlenmiş reel katsayılı **polinom** (çok terimli) denir.

$a_n.x^n$ terimindeki a_n sayısına terimin katsayısı, x'in kuvveti olan n sayısına terimin derecesi **olarak adlandırılır.**

Örnek: $P(x) = 8x^3 - 3x^2 + 4x - 9$

a) P(x) polinomunun katsayılarını yazınız: 8,-3,4,-9

b) P(x) polinomunun terimlerini yazınız: $8x^3$,$- 3x^2$, $4x$,-9

c) P(x) polinomunun baş katsayısını yazınız: 8

d) P(x) polinomunun derecesini yazınız: der [P(x)] = 3

Sabit Polinom

$c \in R$ ve $c \neq 0$ (c, 0 dan farklı bir reel sayı) olmak üzere $P(x) = c$ biçimindeki polinomlar sabit polinom olarak adlandırılır. Sabit polinomun derecesi 0 dır.

Sıfır Polinomu

$P(x) = 0$ biçimindeki polinomu sıfır polinomu olarak adlandırılır. Sıfır polinomunun derecesi tanımsızdır.

Örnek: $P(x) = (2a-3).x^2 + b.x + 2.x + 5$ ifadesi sabit polinom olduğuna göre a.b çarpımının değerini bulunuz.

Çözüm:
Verilen ifadenin sabit polinom olması için değişkenin olmaması gerekir. Bu sebeple değişkenin katsayısı 0 olmalıdır.

$2.a - 3 = 0$, $x.(b + 2) = 0$

$2.a = 3$ $b + 2 = 0$

$a = 3/2$ $b = -2$

Buradan $a.b = -3$

Polinomların Eşitliği

Aynı dereceli terimlerinin katsayıları eşit olan polinomlar eşittir.

Örnek:

$P(x) = ax^2 + (b - 3)x + 5$

$Q(x) = -3x^2 + 5x + c + 7$

P(x) = Q(x) olduğuna göre a,b,c nin alabileceği değeri bulunuz.

Çözüm:

$P(x) = Q(x)$ ise $ax^2 + (b - 3)x + 5 = -3x^2 + 5x + c + 7$

- $a = -3$
- $b - 3 = 5$
- $b = 8$
- $c + 7 = 5$
- $c = -2$

Polinomlarda Dört İşlem

1) Toplama İşlemi

İki polinom toplanırken; dereceleri aynı olan terimlerin katsayıları kendi aralarında toplanır, o terimin kat sayısı olarak yazılır.

- $x^n + b.\ x^n = (a + b).\ x^n$
- $x^n + b.x^n = (1+b)\ .\ x^n$

2) Çıkarma İşlemi

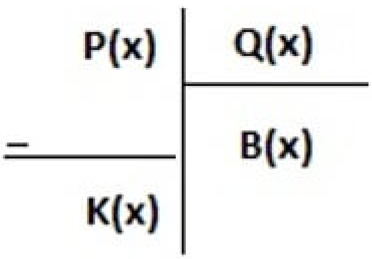
İki polinom çıkarılırken; dereceleri aynı olan terimlerin katsayıları kendi aralarında çıkarılır, o terimin katsayısı olarak yazılır.

3) Çarpma İşlemi

İki polinomun çarpımı; birisinin her teriminin diğerinin her bir terimi ile ayrı ayrı çarpımlarından elde edilen terimlerin toplamına eşittir.

- $ax^n \,.\, bx^m = a.b.x^{m+n}$
- $x^n \,.\, bx^n = b.x^{n+m}$

4) Bölme İşlemi



P(x) : Bölünen

Q(x) : Bölen

B(x) : Bölüm

K(x) : Kalan

Olmak üzere bölme işleminde

1. der [P(x)] ≥ der [Q(x)]
2. der [K(x)] < der [Q(x)]
3. P(x) = Q(x) . B(x) + K(x)
4. der [K(x)] < der [B (x)] ise Q (x) ile B(x) in yer değiştirmesi kalanı değiştirmez.
5. K (x) = 0 ise P(x) polinomu Q(x) polinomuna tm olarak bölünür. Bu durumda P(x) in çarpanlarından biri Q(x) polinomudur.

Örnek:

$$P(x-3) = x^2 - x + 1$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunu bulalım.

ÇÖZÜM

$Q(x) = x - 3$ ise, $Q^{-1}(x) = x + 3$ tür.

$P(x-3) = x^2 - x + 1$ polinomunda, x yerine $x + 3$ yazarsak,

$$P(x+3-3) = (x+3)^2 - (x+3) + 1$$

$$P(x) = x^2 + 6x + 9 - x - 3 + 1$$

$\mathbf{P(x) = x^2 + 5x + 7}$ bulunur.

Örnek:

$$P(5x-1) = x^2 + 3x - 5$$

olduğuna göre, $P(9)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

Önce $P(x)$, sonra da $P(9)$ bulunabilir. Ancak biz, $P(x)$ i bulmadan $P(9)$ u bulalım.

$5x - 1$ ifadesini 9 a eşitleyip x yerine yazacağımız sayıyı bulalım:

$5x - 1 = 9 \Rightarrow x = 2$ dir.

$P(5x-1) = x^2 + 3x - 5$ ifadesinde x yerine 2 yazarsak,

$$P(5.2-1) = 2^2 + 3.2 - 5$$

$\mathbf{P(9) = 5}$ bulunur.

Cevap: E