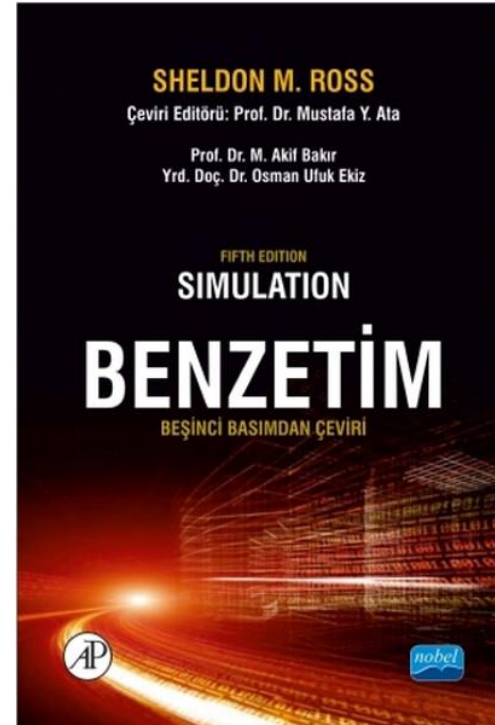
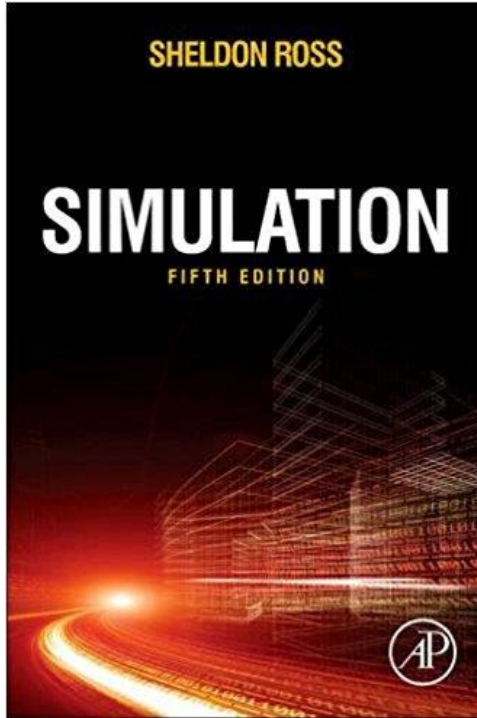


SAB311 – BENZETİM TEKNİKLERİ

Prof.Dr. Fatih TANK
Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi



Bu ders notları hazırlanırken
«Simulation (S.Ross)»
kitabının çevirisi olan
«Benzetim (M.Y.Ata, M.A.Bakır, O.U.Ekiz)»
kitabından yararlanılmıştır.





Bölüm 7

KESİKLİ OLAY YAKLAŞIMI

GİRİŞ

- Olasılıklı bir modelin benzetimi modelin rasgele işleyişini üretmeyi ve modelin zaman üzerinde ortaya çıkan akışını gözlemeye ilişkindir. Benzetimin gerekçelerine dayalı olarak belirlemek isteyeceğimiz ilgilenilen belli değerler olacaktır. Ancak, genellikle modelin zaman üzerindeki evrilmesi ögelerinin karmaşık mantıksal bir yapısını içerdiğinden, ilgilenilen bu değerleri belirleyecek biçimde bu evrilmenin nasıl izleneceği her zaman kolaylıkla görülemez.

7.1 Kesikli Olaylar Yoluyla Benzetim

Değişkenler

1. Zaman değişkeni t
2. Sayaç değişkenleri
3. Dizge durum (**DD**)
değişkeni

Geçmiş (benzetilmiş) zaman miktarını gösterir

Bu değişkenler t zamanına kadar belli olayların
kaç kere oluştuğunu sayar

Bu t anındaki “dizge durumu”nu tanımlar

T_s 'in Üretilmesi için Bir Alt-yordam

ADIM 1: $t = s$ olsun.

ADIM 2: U 'yu üret.

ADIM 3: $t = t - \frac{1}{\lambda} \log U$.

ADIM 4: U 'yu üret.

ADIM 5: $U \leq \lambda(t)/\lambda$, $T_s = t$ olsun ve dur.

ADIM 6: Adım 2'ye git.



7.2 Tek-Sunuculu Bir Kuyruk Dizgesi

Zaman Değişkeni

t

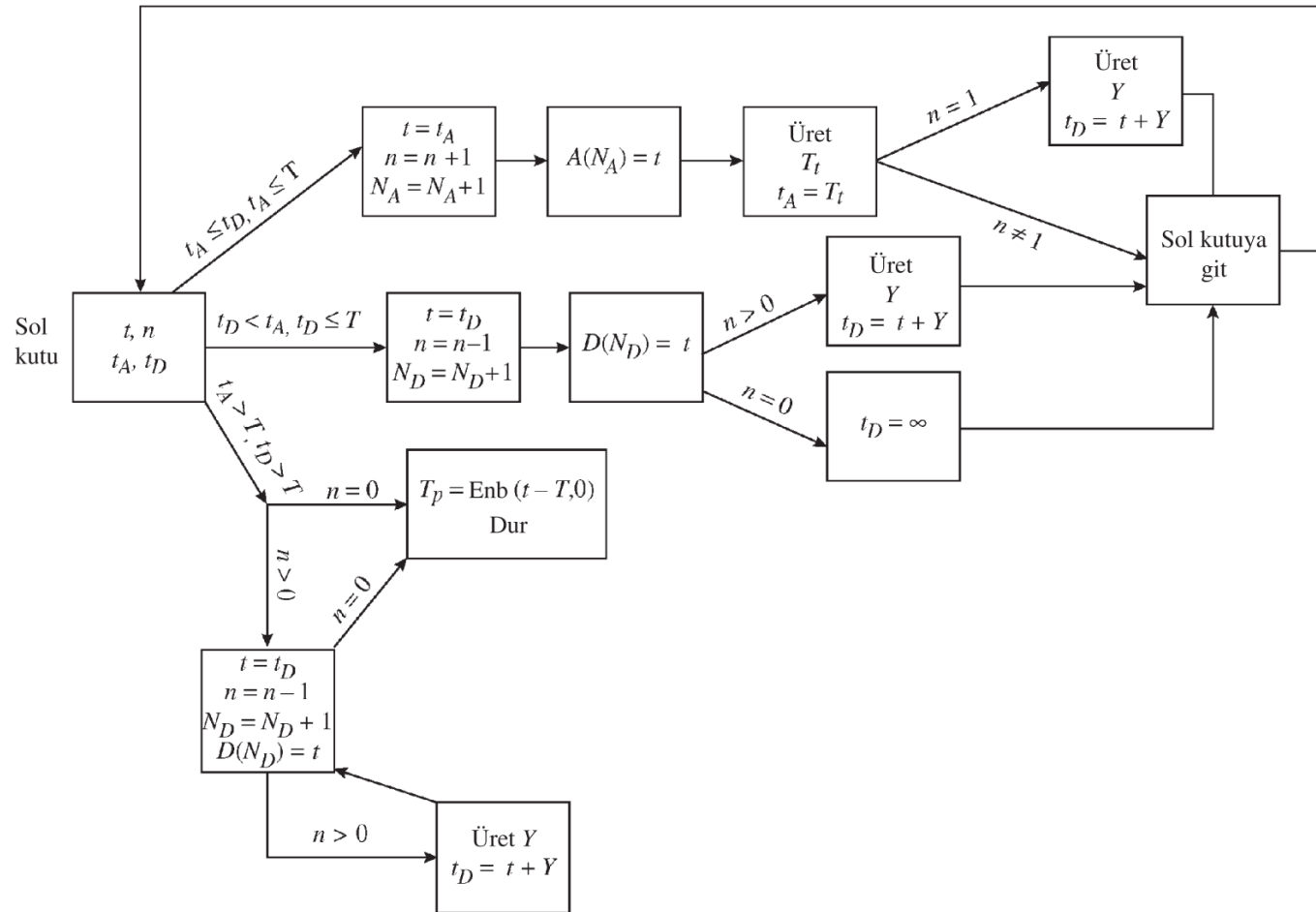
Sayaç Değişkenleri

N_A : gelişlerin sayısı (t zamanına kadar)

N_D : çıkışların sayısı (t zamanına kadar)

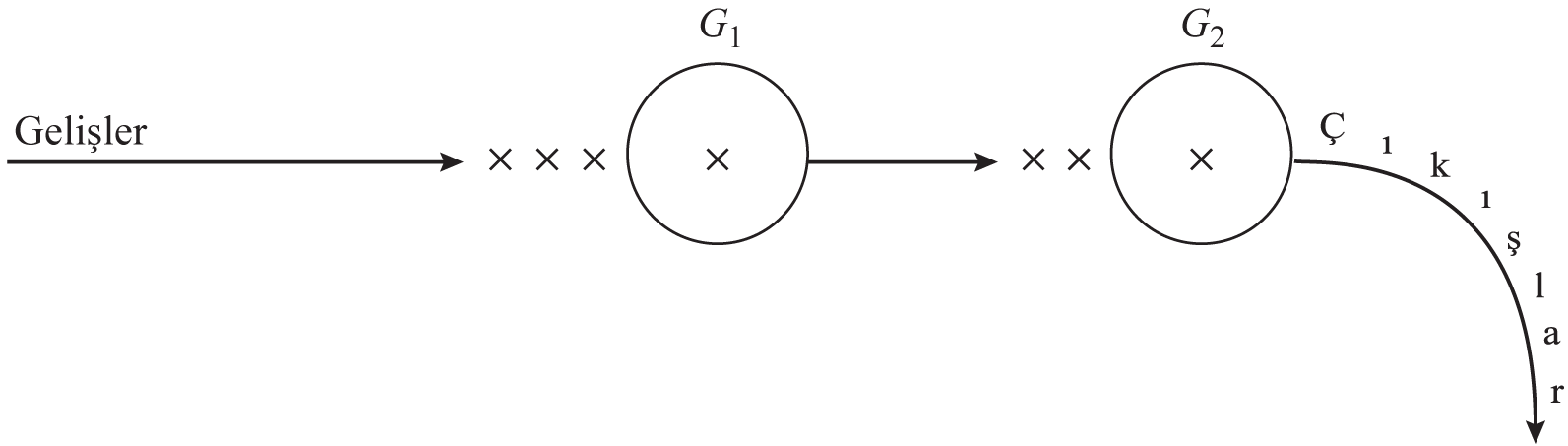
Dizge Durum Değişkeni

n : dizgedeki müşterilerin sayısı (t anında)



Şekil 7.1. Tek Sunuculu Kuyruk Benzetimi

7.3 Seri Bağlantılı İki-Sunuculu Bir Kuyruk Dizgesi



Şekil 7.2. Ardarda Bir Kuyruk

Zaman değişkeni t

Dizge Durum(DD) Değişkeni

(n_1, n_2) : sunucu 1’de n_1 (hizmette ve kuyrukta olanlar dahil) ve sunucu 2’de n_2 müşteri bulunuyor.

Sayaç Değişkenleri

N_A : t anına kadar gelişlerin sayısı.

N_D : t anına kadar çıkışların sayısı.

Çıktı Değişkenleri

$A_1(n)$: Müşteri n ’nin geliş zamanı, $n \geq 1$.

$A_2(n)$: Müşteri n ’nin sunucu 2’ye geliş zamanı, $n \geq 1$.

$D(n)$: Müşteri n ’nin çıkış zamanı, $n \geq 1$

Olay Dizelgesi t_A : bir sonraki geliş zamanı, t_i : i , $i = 1, 2$ sunucusunda hizmet alan müşteriye verilen hizmetin tamamlanma süresi olmak üzere, t_A, t_1, t_2 . Eğer i sunucusunda müşteri bulunmuyorsa, $t_i = \infty$, $i = 1, 2$. Olay dizelgesi her zaman üç tane t_A, t_1, t_2 değişkenlerinden oluşacaktır.

Başlat

$t = N_A = N_D = 0$ olarak ayarla.

DD = 0 olarak ayarla.

T_0 'ı üret ve $t_A = T_0$, $t_1 = t_2 = \infty$ olarak ayarla.

Durum 1: $t_A = \text{enk}(t_A, t_1, t_2)$

Yeniden ayarla: $t = t_A$.

Yeniden ayarla: $N_A = N_A + 1$.

Yeniden ayarla: $n_1 = n_2 + 1$.

T_t 'yi üret ve $t_A = T$ olarak yeniden ayarla.

Eğer $n_1 = 1$ ise, Y_1 'yi üret ve $t_1 = t + Y_1$.

$A_1(N_A) = t$ çıktı verilerini topla.

Durum 2: $t_1 < t_A, t_1 \leq t_2$

Yeniden ayarla: $t = t_1$.

Yeniden ayarla: $n_1 = n_1 - 1, n_2 = n_2 + 1$.

Eğer $n_1 = 0$ ise, $t_1 = \infty$ olarak yeniden ayarla; değilse, Y_1 'i üret ve $t_1 = t + Y_1$ olarak yeniden ayarla.

Eğer $n_2 = 1$ ise, Y_2 'yi üret ve $t_2 = t + Y_2$ olarak yeniden ayarla.

$A_2(N_A - n_1) = t$ çıktı verilerini topla.

Durum 3: $t_2 < t_A, t_2 < t_1$

Yeniden ayarla: $t = t_2$.

Yeniden ayarla: $N_D = N_D + 1$.

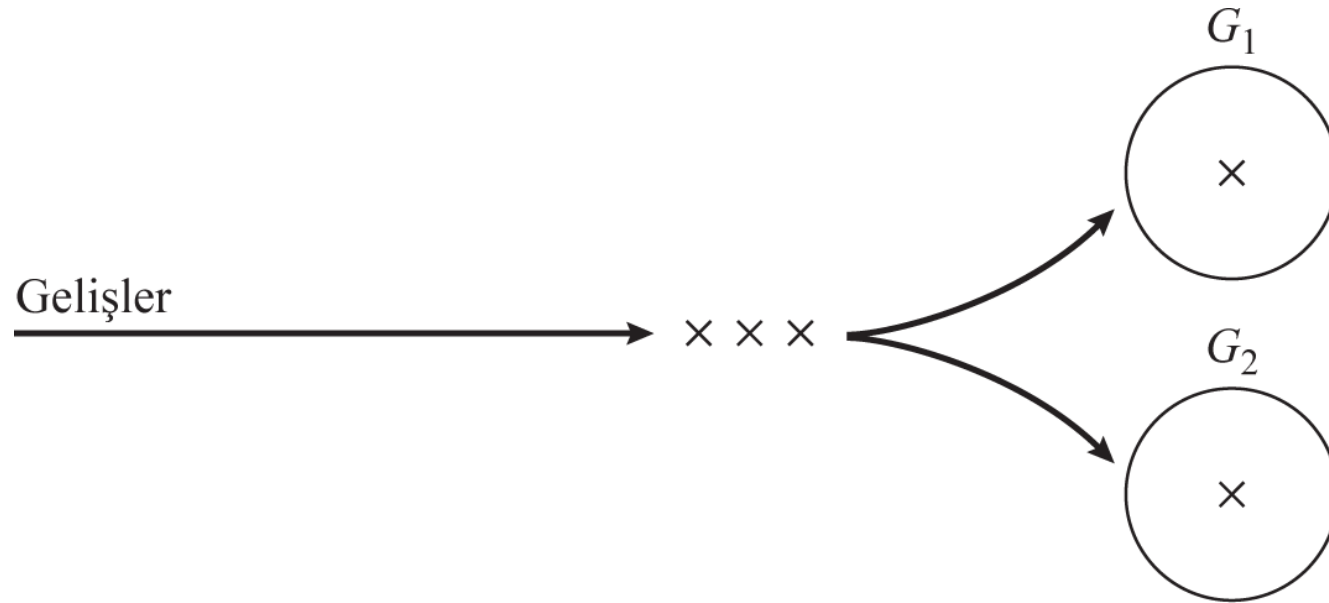
Yeniden ayarla: $n_2 = n_2 - 1$.

Eğer $n_2 = 0$ ise, $t_2 = \infty$ olarak yeniden ayarla

Eğer $n_2 > 0$ ise, Y_2 'i üret ve $t_2 = t + Y_2$ olarak yeniden ayarla.

$D(N_D) = t$ çıktı verilerini topla.

7.4 Paralel İki-Sunuculu Bir Kuyruk Dizgesi



Şekil 7.3. Paralel İki-sunuculu Bir Kuyruk

Zaman değişkeni t

Dizge Durum (DD) Değişkeni

(n, i_1, i_2) : dizgede n müşteri varsa, i_1 tanesi sunucu 1'de ve i_2 tanesi sunucu 2'dedir. Dizge boşsa, $DD = (0)$; yalnızca müşteri j varsa, ve ya sunucu 1 ya da sunucu 2'de hizmet almaktaysa sırasıyla $DD = (1, j, 0)$ ya da $DD = (1, 0, j)$ olduğuna dikkat edin.

Sayaç Değişkenleri

N_A : t anına kadar gelişlerin sayısı

C_j : t anına kadar sunucu $j, j = 1, 2$ 'den hizmet alan müşterilerin sayısı

Çıktı Değişkenleri

$D(n)$: Müşteri n 'nin çıkış zamanı, $n \geq 1$

Olay Dizelgesi t_A :

bir sonraki geliş zamanı, t_i : $i, i = 1, 2$ sunucusunda hizmet alan müşteriye verilen hizmetin tamamlanma süresi olmak üzere, t_A, t_1, t_2 . Eğer i sunucusunda müşteri bulunmuyorsa, $t_i = \infty, i = 1, 2$. Aşağıda, olay dizelgesi her zaman t_A, t_1, t_2 değişkenlerinden oluşacaktır.

7.5 Bir Depolama Modeli

Zaman Değişkeni t

Dizge Durum Değişkeni (x, y) , eldeki ürün miktarı x ve sipariş miktarı y .

Sayaç Değişkenleri

C , t anına alınan toplam sipariş miktarı

H , t anına kadar verilen toplam sipariş miktarı

R , t anına kadar elde edilen toplam kazanç

Olaylar bir müşterinin ya da siparişin gelişinden oluşacak. Olay zamanları,

t_0 , sonraki müşterinin geliş zamanı

t_1 , alınan siparişin teslim edileceği zaman. Bekleyen bir sipariş yoksa o zaman t_1 'in değeri ∞ 'a eşitlenir.



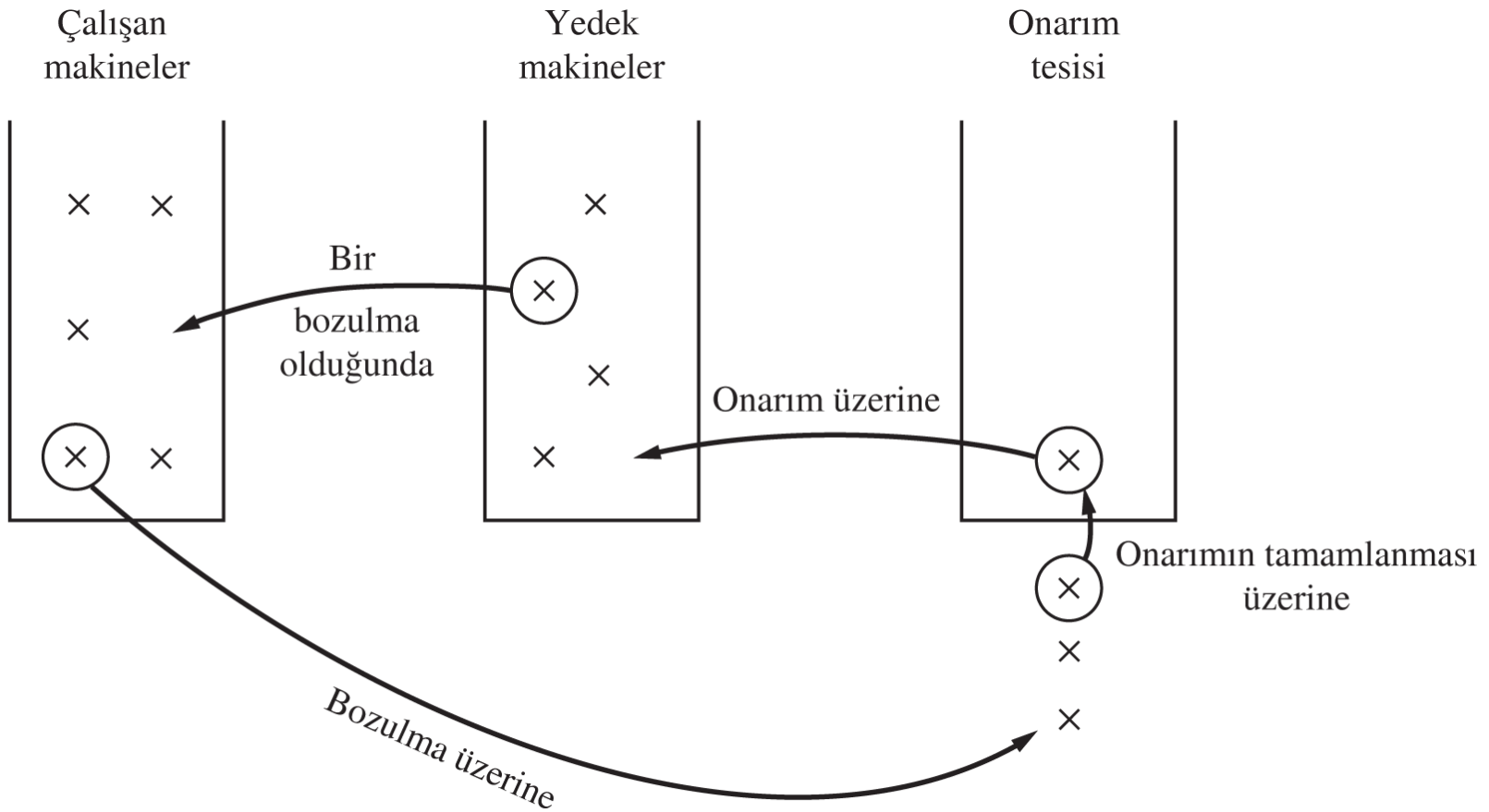
7.6 Bir Sigorta Risk Modeli

Zaman Değişkeni t

Dizge Durum Değişkeni (n, a) , müşteri sayısı n ve şirketin elindeki sermaye a .

Olaylar Üç tür olay var: yeni bir müşteri, kaybedilen bir müşteri, ve bir hasar bedeli istemi. Olay dizelgesi, bir sonraki olayın oluşma zamanına eşit, tek bir değerden oluşur.

OD t_E



Şekil 7.4. Onarım Modeli

7.7 Bir Onarım Sorunu

Zaman Değişkeni t

Dizge Durum Değişkeni r : t anında çalışmayan makinelerin sayısı

Başlat

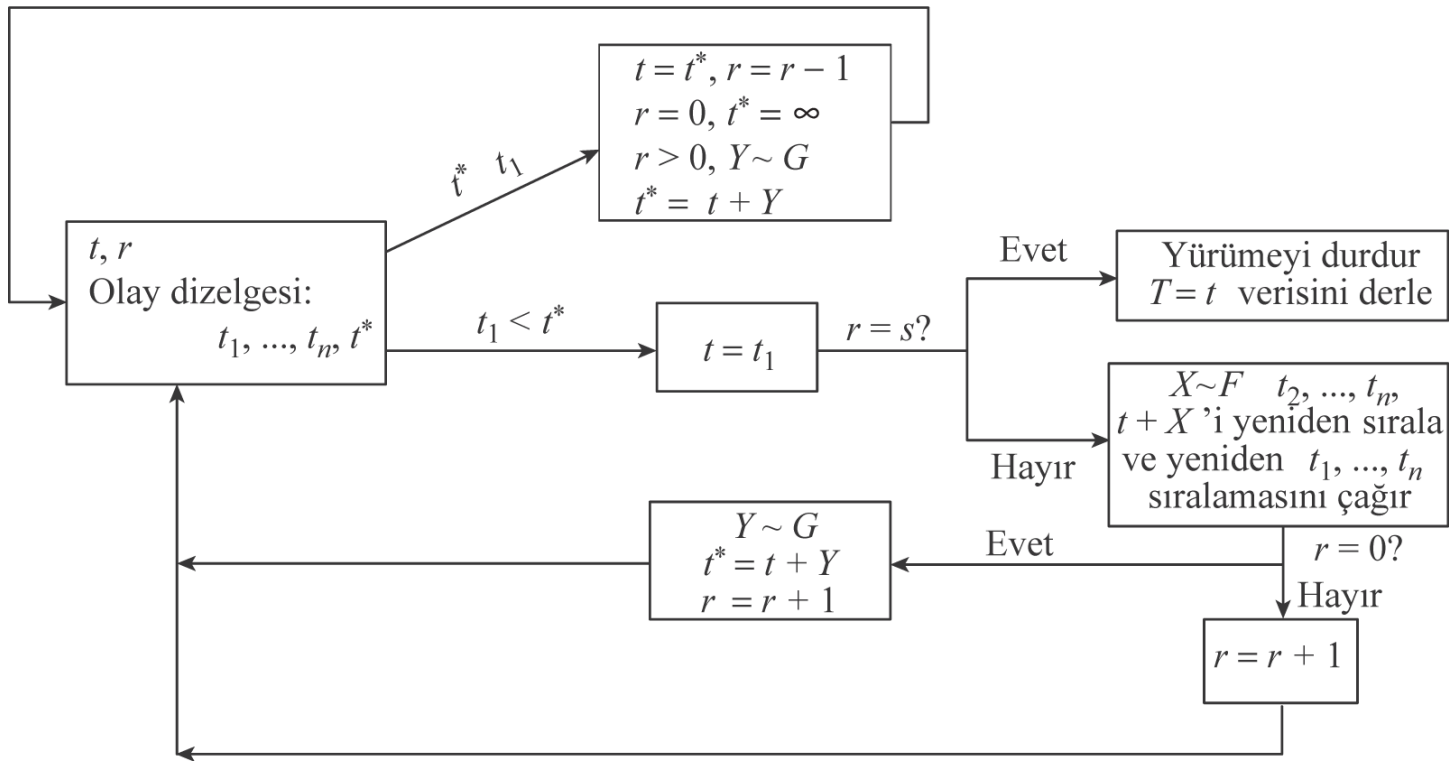
$$t = r = 0, t^* = \infty.$$

Her biri F dağılımlı bağımsız rasgele X_1, \dots, X_n değişkenlerini üret. Bu değerleri sıraya koy ve, i nci en küçük $t_i, i = 1, \dots, n$ olsun.

Olay dizelgesi: t_1, \dots, t_n, t^* 'ı oluştur.

Dizgenin güncellenmesi aşağıdaki iki duruma göre yürür.

Başlat: $t = r = 0, t^* = \infty$
 üret $X_1, \dots, X_n \sim F$
 $t_i = X_1, \dots, X_n$ 'nin i inci en küçüğü
 Olay dizelgesi: t_1, \dots, t_n, t^*



Şekil 7.5. Onarım modelinin Benzetimi

7.8 Bir Hisse Senedi Seçeneği Kullanma

Değerlendirme Biçimi: Henüz m gün varsa, o zaman seçeneği her $i = 1, \dots, m$ için; $\Phi(x)$,

$$y = \frac{1}{1 + 0.33267x}$$

$$a_1 = 0.4361836$$

$$a_2 = -0.1201676$$

$$a_3 = 0.9372980$$

$$\Phi(x) \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(a_1y + a_2y^2 + a_3y^3)e^{-x^2/2}, x \geq 0$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x), x < 0$$

ile yaklaşık değeri hesaplanabilen standart normal dağılım işlevi ve

$$b_i = \frac{i\mu - \log(K/P_m)}{\sigma\sqrt{i}}, P_m > K + P_m e^{i\alpha} \Phi(\sigma\sqrt{i} + b_i) - K\Phi(b_i)$$

olmak üzere,

$$P_m > K$$

olduğu zaman değerlendir.

7.9 Benzetim Modelinin Geçerliliği

- k sunuculu bir kuyruk dizgesinin ilk T zaman birimlerinin benzetimini yaptığımızı düşünün. $T = 8$ (küçük bir sayı anlamında) ve $k = 2$ değerleri girildiğinde, varsayalım ki benzetim programı değerlerini*

Müşteri no.:	1	2	3	4	5	6
Geliş zamanı:	1.5	3.6	3.9	5.2	6.4	7.7
Hizmet süresi:	3.4	2.2	5.1	2.4	3.3	6.2

üretmiş olsun ve program çıktısı olarak bu altı müşterinin dizgede harcadığı ortalama süreyi 5.12 olarak versin.

Ancak, hesaplamalar elle yapıldığında, görürüz ki, ilk müşteri dizgede 3.4; ikincisi 2.2 (iki sunucu olduğunu anımsayın) birim zaman harcamış; üçüncüsü 3.9 zamanında gelmiş, 4.9 (ilk müşteri çıktığında) zamanında hizmet almaya başlamış, ve hizmet alırken 5.1 birim zaman harcamış —böylece, müşteri 3 dizgede 6.1 birim zaman kalmış; müşteri 4, 5.2’de gelmiş, 5.8’de (müşteri 2 çıktığında) hizmete girmiş, ve bir 2.4’lük süre daha kaldıktan sonra dizgeden çıkmış —böylece, müşteri 4 dizgede 3.0 birim süre kalmış; ve süreç böyle devam etmiştir. Bu hesaplamalar aşağıda verilmiştir:

Müşteri no.:	1.5	3.6	3.9	5.2	6.4	7.7
Geliş zamanı:	1.5	3.6	4.9	5.8	8.2	10.0
Hizmetin başladığı zaman:	4.9	5.8	10.0	8.2	11.5	16.2
Dizgede geçen süre:	3.4	2.2	6.1	3.0	5.1	8.5

Dolayısı ile, $T = 8$ zamanına kadar gelişlerle dizgede harcanan ortalama süreye ilişkin çıktı,

$$\frac{3.4 + 2.2 + 6.1 + 3.0 + 5.1 + 8.5}{6} = 4.71666 \dots$$

olmalıydı; bu da, çıktı değerini 5.12 olarak veren bilgisayar programında bir hata olduğunu göstermektedir.