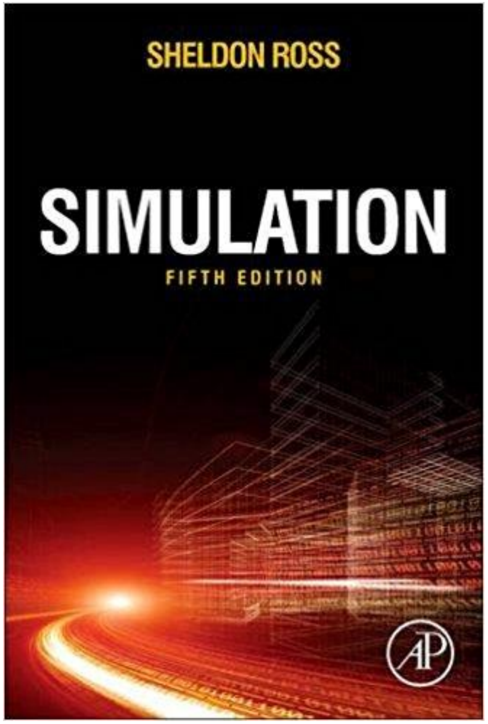
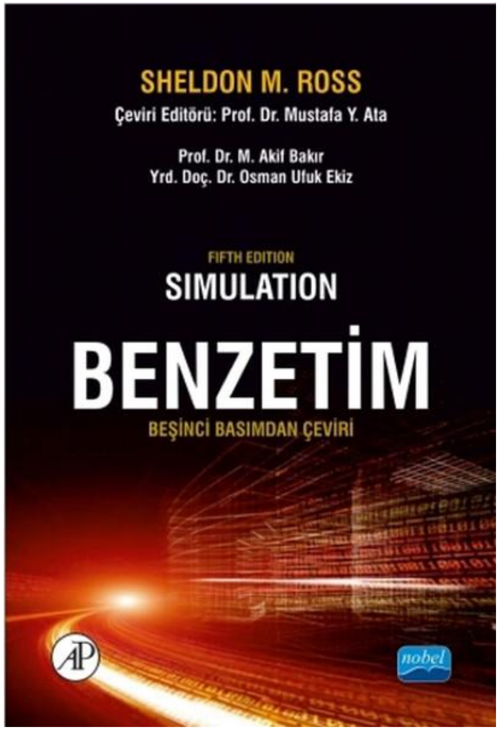
SAB311 – BENZETİM TEKNİKLERİ

Prof.Dr. Fatih TANK
Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi

Bu ders notları hazırlanırken
«Simulation (S.Ross)»
kitabının çevirisi olan
«Benzetim (M.Y.Ata, M.A.Bakır, O.U.Ekiz)»
kitabından yararlanılmıştır.





12.4 Sürekli zaman Markov Zincirleri ve bir Kayıp Kuyruğu Modeli

Şimdiki konak i olmak üzere,

(a) sürecin bir başka konağa geçişine kadar olan zaman, v_i sıklıklı üstel bir değişkendir;

(b) i konağından bir çıkış olduğunda, daha önce ne olduğundan ve i konağından çıkış için geçen süreden bağımsız olarak sonraki konak $O_{i,j}$ olasılıkla j'dir.

$C = \frac{1}{\sum_{\mathbf{n}\in\mathcal{A}} \prod_{i=1}^{r} \frac{(\lambda_i/\mu_i)^{n_i}}{n_i!}}$ olmak üzere zaman tersinirlik denklemleri

$$O(\mathbf{n}) = \frac{\prod_{i=1}^{r} \frac{(\lambda_i/\mu_i)^{n_i}}{n_i!}}{\sum_{\mathbf{n}\in\mathcal{A}} \prod_{i=1}^{r} \frac{(\lambda_i/\mu_i)^{n_i}}{n_i!}} = C \prod_{i=1}^{r} \frac{(\lambda_i/\mu_i)^{n_i}}{n_i!}, \quad \mathbf{n} \in \mathcal{A} \tag{12.4}$$

olmasını gerektirir.

12.5 Benzetilmiş Tavlama

Örnek 12k Gezgin Satıcı Problemi Gezgin satıcı probleminin bir biçimi, satıcının 0 kentinden başlayıp ardışık olarak tüm $1, \ldots, r$ kentlerini dolaşmasıdır. O zaman olası bir seçim, 0 kentinden başlayıp x_1 kentine, sonra x_2 kentine, ve böyle devam ettiği anlamında $1, \ldots, r$'nin $x_1, \ldots, x_r$'li dizilimidir. Eğer kent i'den doğrudan kent j'ye gitmenin negatif olmayan bir ödülü olduğunu düşünürsek, $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_r)$ seçiminin getirisi $x_0 = 0$ olmak üzere,

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{r} v(x_{i-1}, x_i)$$

olur.

12.6 Ardışık Önem Örneklemesi

Ardışık önem örneklemesi (AOO), eren olasılıkları çarpımsal bir sabite kadar belirlenmiş

$$g(\boldsymbol{x}) = C_2 g_o(\boldsymbol{x})$$

kütle işlevi ile verilen bir Markov zincirinin benzetimiyle, yine çarpımsal bir sabite kadar belirlenmiş

$$f(\boldsymbol{x}) = C_1 f_o(\boldsymbol{x})$$

kütle işlevli rasgele bir $\boldsymbol{X}$ yöneyini üreten bir algoritmadır.

Önerme AÖÖ yöntemiyle elde edilen $\boldsymbol{X}$ yöneyinin dağılımı $m \to \infty$ konağında f'e yakınsar.

Örnek 12l X'in olasılık dağılımı bilinmeyen bir ölçümöte yöneyi $\boldsymbol{\theta}$ ya kadar belirli rasgele bir yöney olduğunu düşünelim. Örneğin, bir birinden bağımsız ve aynı dağılımlı rasgele değişkenlerin bir ardışımı $\boldsymbol{X}$ ve bu değişkenlerin ortalaması θ_1 değişkesi θ_2 olmak üzere $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2)$ olabilir. $f(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta})$, $\boldsymbol{\theta}$ verilmişken $\boldsymbol{X}$'in dağılımını göstersin. Klasik istatistikte $\boldsymbol{\theta}$ bilinmeyen sabitlerin bir yöneyi iken, Bayesgil istatistikte onun da rasgele olduğunu ve öncül yoğunluk denen belirli bir $o(\boldsymbol{\theta})$ olasılık yoğunluk işlevine sahip olduğunu varsayarız.

12.7 Geçmişten Eşleme

- Markov zincirinin zaman periyotlarının sabit büyük bir sayısı kadar üretilebileceği; son konağın da rasgele değişkenin değeri olarak alınabileceği belirtilmişti. Bu bölümde dağılımı *tam olarak durağan dağılımınki olan rasgele bir değişkeni* üreten bir yöntem göstereceğiz.

Örnek 12m 1, 2, 3 konaklı bir Markov zincirini ele alalım ve varsayalım ki benzetim

$$N_{-1}(i) = \begin{cases} 3, & i = 1 \\ 2, & i = 2 \\ 2, & i = 3 \end{cases}$$

ve

$$N_{-2}(i) = \begin{cases} 1, & i = 1 \\ 3, & i = 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases}$$

değerlerini versin. O zaman

$$S_{-2}(i) = \begin{cases} 3, & i = 1 \\ 2, & i = 2 \\ 3, & i = 3 \end{cases}$$

olur. Eğer

$$N_{-3}(i) = \begin{cases} 3, & i = 1 \\ 1, & i = 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases}$$

ise, o zaman da

$$S_{-3}(i) = \begin{cases} 3, & i = 1 \\ 3, & i = 2 \\ 3, & i = 3 \end{cases}$$

olur. Bundan ötürü, –3 anında konak ne olursa olsun, 0 anındaki konak 3 olacaktır. □