Yıldızların Yapısı ve Evrimi

Yıldızların Enerji Kaynağı ve
Isı Aktarımı

Yıldızların Enerji Kaynağı

Daha önce de dile getirdiğimiz gibi bir yıldızın en önemli özelliği sürekli uzaya enerji yaymasıdır. Biz bu enerjinin kaynağını ve yıldız içinde nasıl yol aldığını bilmemiz gerekir.

Enerji yoktan var edilemez, o zaman yaymaya hazır olmayan biçimden yayabileceği bir biçime dönüşüyor olmalı. Einstein meşhur formülünü göz önüne alalım.

$$L = 4\times10^{26}\ \ Js^{-1} \qquad E = mc^2 \qquad m = 4\times10^{9}\ \ kg\, s^{-1}$$

Yıldızların Enerji Kaynağı

Yeryüzündeki kayaların radyoaktif incelenmesi onların ne zamandan bu yana katı olduğunu bize söyler. Tüm bunlardan hareketle güneşin ışıtmasında uzun süredir önemli bir değişiklik olmamıştır. Öyleyse sözkonusu zaman aralığında kütle kaybı ne kadardır acaba?

Bu enejinin kaynağı ne olabilir? 1) ilk oluştuğunda çok sıcaktı, o zamandan kaldı. 2)Güneş yavaş yavaş büzülmekte ve bunun sonucu çekimsel potansiyel enerji açığa çıkmakta ve bu ise yıldızın yüzeyinden kaçan enerjiye dönüşmekte.

Yıldızların Enerji Kaynağı

İdeal gazdan oluşmuş bir gazın ısı ve çekimsel potansiyel enerjileri birbirleri ile ilişkilidir. Bir gaz için toplam ısı enerjisi daha önce de gördüğümüz gibi

$$E_{ısı} = n\frac{3}{2}kT$$

Buradaki 3 rakamı aslında γ ile ilgilidir. Burada n_f serbestlik derecesi sayısıdır. c_p ve c_V'nin ne olduğunu fizikten biliyorsunuz.

$$\gamma = \frac{n_f + 2}{n_f} \qquad \gamma = \frac{c_P}{c_V}$$

P_{gaz}=nkT formülü birim hacımdaki ısı enerjisi ile ilgilidir. U ise kg'daki ısı enerjisidir.

Yıldızların Enerji Kaynağı

$$U = \frac{P}{\rho(\gamma - 1)}$$

İdeal gazlar için Virial teoremi

$$3(\gamma - 1)U + \Omega = 0$$

Şeklinde yazılabilir. Burada U yıldızın toplam ısı enerjisidir. Yıldızın içindeki gaz tamamen iyonize olmuştur. Böyle bir gaz için γ=5/3 dür. γ'nın bu değeri için,

$$\boxed{2U + \Omega = 0}$$

Olur. Negatif çekimsel potansiyel enerji ısı enerjisinin iki katıdır.

Yıldızların Enerji Kaynağı

Eğer yıldızın ısı enerjisinin kaynağı çekimsel potansiyel enerji ise bunu test edebiliriz. Güneşin açığa çıkan toplam çekimsel potansiyel enerjisi $\left(GM_{\odot}^{2}/r_{\odot}\right)J$ ‘dür. Bu ise güneşin $L_{\odot}$ W'lık ışınım enerjisini

$$\boxed{\frac{GM_{\odot}^{2}}{r_{\odot}L_{\odot}} \simeq 10^{15}\ sn \simeq 3\times10^{7}\ yıl}$$

Karşılamaya yeterlidir. Eğer Güneş ışınımını büzülme ya da soğuma ile karşılasaydı son 10 milyon yılda önemli değişikliğe uğrardı.

Yıldızların Enerji Kaynağı

Böyle bir şey mümkün değil. Herhangi bir yıldız için

$$t_{th} \cong \frac{GM_s^2}{r_s L_s}$$

Isısal zaman ölçeğidir. O zaman güneşin ışınım enerjisi için başka bir kaynak bulmak zorundayız.

Virial teoremi bize bir yıldızın toplam enerjisi başka bir enerji olmaması koşuluyla

$E = U + \Omega$ ile tanımlanabilir.

Yıldızların Enerji Kaynağı

Yıldız uzaya enerji salıyorsa E azalmalıdır. Virial teoremi ile birleştirirsek,

$$E = -U = +\Omega / 2$$

Yıldızın toplam enerjisi negatiftir. E'de bir azalma Ω'da bir azalmaya fakat U'da bir artmaya neden olur. O nedenle ideal gazdan oluşmuş, başka bir enerji kaynağı olmayan bir yıldız ışınım saldıkça büzülür ve ısınır. Böyle bir yıldız soğumada güçlük çeker!!. γ'nın ¾'den büyük değeri için doğru.

Yıldızların Enerji Kaynağı

Bu sonuç yıldızların nasıl evrim geçirdiğini incelediğimiz zaman başvuracağımız önemli bir sonuçtur.

Güneş ideal gazdan oluşmuşsa yüzeyinden kaybettiği enerjiyi soğuyarak karşılaması olanaksız. O zaman başka bir enerji kaynağı var. O da maddenin bir biçimden başka bir biçime dönüşmesiyle açığa çıkıyor olmalı. Bu dönüşüm durgun kütle enerjisinin en az $2x10^{-4}M_{\Theta}$'ni salmaya yetkin olmalıdır. $E=mc^2$

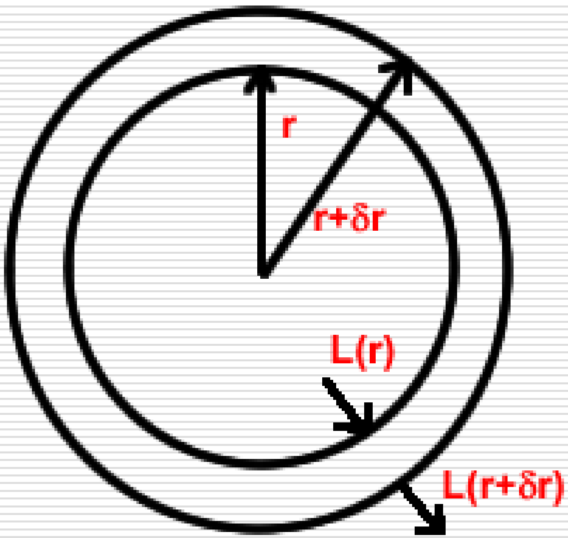
Yıldızların Enerji Kaynağı

Kömür, havagazı ve petrolün yanması sonucu açığa çıkan enerji onların durgun kütle enerjilerinin sadece $5x10^{-10}$'u kadar olduğunu bildiğimize göre demek ki enerjinin kaynağı bu tür kimyasal tepkimeler sonucu açığa çıkan enerji değildir. Nükleer reaktörlerde ağır çekirdeklerin parçalanması sonucu açığa çıkan enerji onların durgun kütle enerjilerinin $5x10^{-4}$'nü salarlar. Hafif çekirdeklerin birleşmesi sonucu (atom bombası) ortaya çıkan ise DKE'nin %1'dir.

Yıldızların Enerji Kaynağı

Birleşme hem daha çok enerji veriyor hem de hafif elementler evrende daha bol bulunmaktadır. O zaman yıldızların enerji kaynağı hafif çekirdeklerin birleşmesi olmalıdır.

Zamanla değişiminin önemsiz olduğunu ve yıldızın küresel yapıya sahip olduğunu varsayarsak, enerji dik doğrultuda yayılacaktır.



Toplam Işınım Gücü

Yıldızın toplam ışınım gücü için gerekli enerjiyi saptamak istersek yıldız maddesi ile üretilen enerjinin tümünü gözönüne almamız gerekir. Sonsuz küçük *dm* kütlesinin toplam ışınım gücüne katkısı

$$dL = \varepsilon\, dm$$

Burada ε gram başına saniyede tüm nükleer tepkimeler ile üretilen ve çekimsel enerjidir.

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{nükleer}} + \varepsilon_{\text{çekim}}$$

Eğer yıldız genişliyorsa $\varepsilon_{\text{çekim}}$ negatif unutma.

Toplam Işınım Gücü

Küresel simetriye sahip bir yıldızda *dr* kalınlığındaki ince bir kabuğun kütlesi $dm = \rho dV = 4\pi\, r^2\, \rho\, dr$. Bunu 11 denkleminde yerine koyarsak,

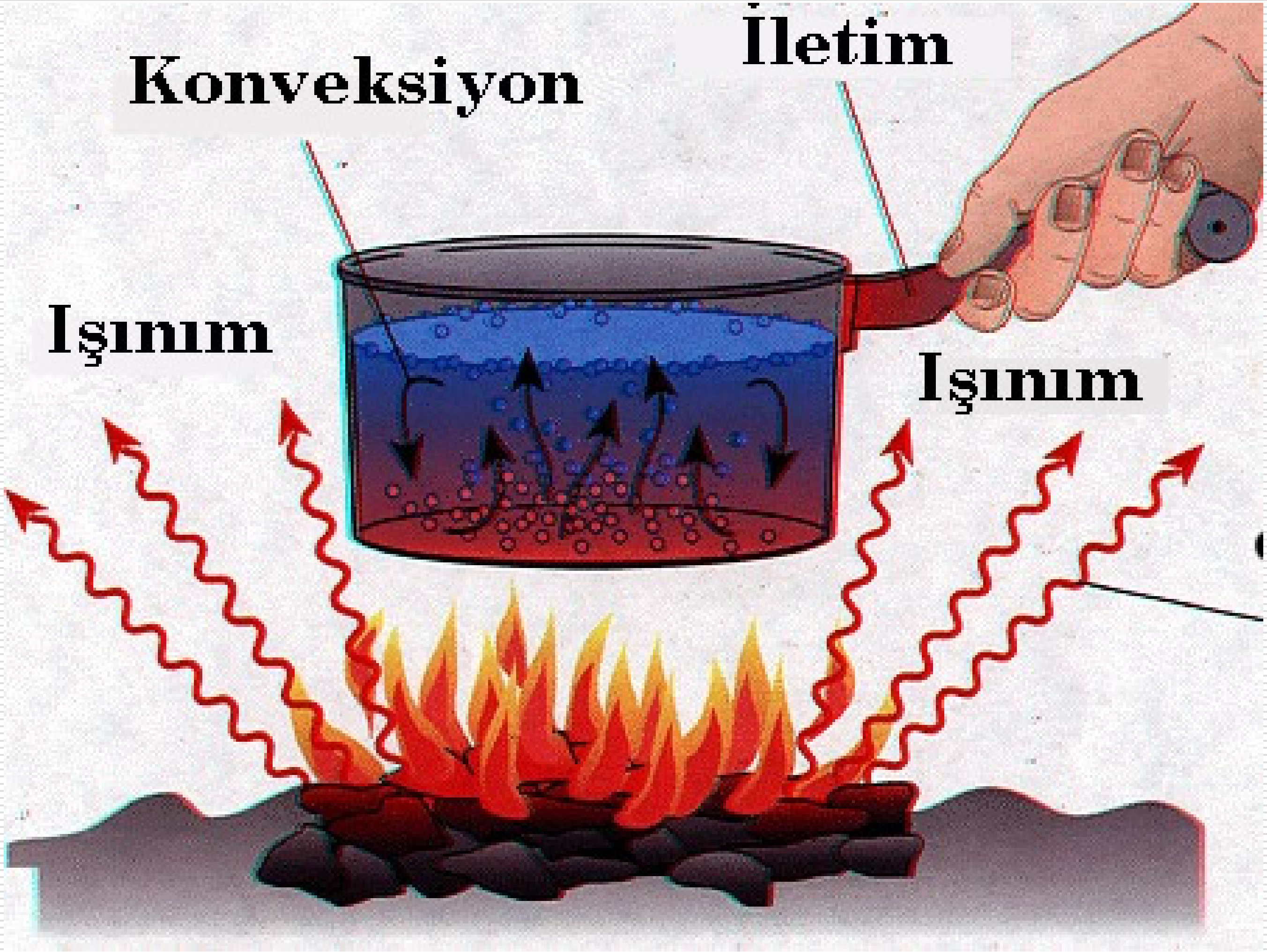
$$\boxed{\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho\, \varepsilon}$$

Burada L_r, iç ışıtma yani *r* yarıçaplı yıldızın içinde üretilen enerjinin tümüdür. Daha önce gördüğümüz gibi bu da temel yıldız içyapı denklemlerinden biridir.

Enerjinin Taşınması

Yıldız yapı denklemlerinden üçüncüsünü elde ettik. Ama dikkat edilirse burada L ve ε gibi iki bilinmeyen daha var. Bu nedenle hala bir kaç denkleme gereksinmemiz var. Biz şimdi bu enerjinin dışa doğru nasıl taşındığını incelemeliyiz.

Isı Aktarımı



Isı Aktarımı

Isı enerjisinin sıcak cisimden soğuğa geçişine denir. Üç farkı yöntemle aktarılır; ışınım, konveksiyon ve iletim. Bunlardan iletim ile ışınım arasında ilke olarak gerçek bir ayrım yoktur, her ikisi de çok enerjili parçacıklar ile az enerjili parçacıklar arasında enerji değiş tokuşunu doğuran çarpışmalar bağlıdır. İletim ile ısının taşınması, yoğunluk çok yüksek ise etkindir. Normal yıldızlarda yoğunluk düşük olduğu için iletim yöntemi çalışmaz, ısı ışınım ve konveksiyon ile taşınır.

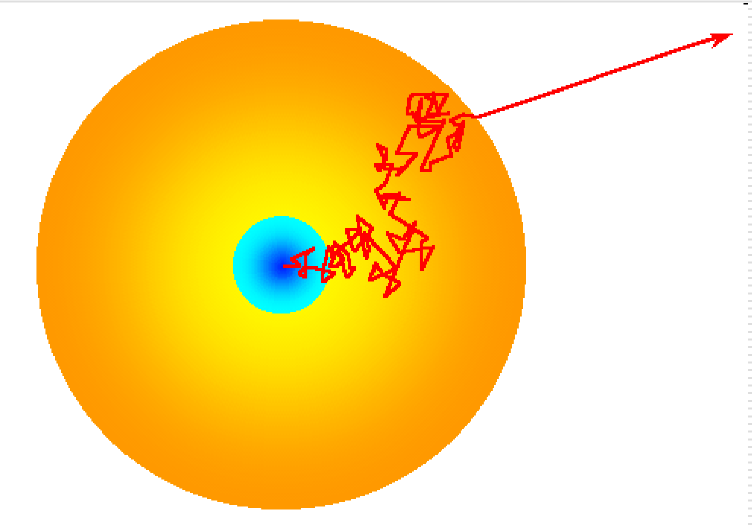
Isı Aktarımı

Elektronlar ve fotonlar çarpışma sonucu ısıyı taşırlar. Elktronların ısı enerjisi fotonlara göre çok daha fazladır. Enerji taşınmasının etkinliğni belirleyen iki faktör vardır. Parçacıkların enerji içeriği ve çarpışmalar arasında parçacıkların katettiği uzaklıklar. Ortalama serbest yol büyük ise parçacıklar çarpışmadan ve enerji aktarmadan sıcaklığı yüksek bir noktadan sıcaklığı düşük bir noktaya ulaşırlar ve büyük bir enerji taşınmış olur.

Işınımla Aktarım

Ortalama serbest yol

$$l = \frac{1}{n\sigma} \qquad \sigma = \pi(2a_0)^2$$



Hidrojen atomu için kesit

$$\sigma_H = 3.52 * 10^{-16}\ cm^2$$

Elektron için ise

$$\sigma_T = 6.65 * 10^{-25}\ cm^2$$

Ortalama Serbest Yol

Güneş'in ortalama yoğunluğu ρ=1.4 gr cm^{-3}.
O zaman elektron yoğunluğu, n_e,

$$n_e \approx \frac{\bar{\rho}}{m_p} = \frac{1.4}{1.68*10^{-24}} = 8.83*10^{25}$$

O zaman ortalama serbest yol

$$l = \frac{1}{n\,\sigma_T} = \frac{1}{8.3*10^{23}*6.65*10^{-25}} = 1.81cm$$

Burada σ_T fotonun Thompson arakesitidir.
Güneşte sıcaklık gradyenti

$$\frac{dT}{dR} = \frac{T_c}{R_\Theta} = \frac{1.56*10^{7}\,{}^{\circ}K}{7.0*10^{10}\,cm} = 2.23*10^{-4}\ {}^{\circ}K\,cm^{-1}$$

Güneş Merkezi

Fotonun ortalama serbest yolu boyunca göreceği sıcaklık farkı,

$$\delta T \approx l \frac{dT}{dr} \approx 4.1*10^{-4} \ {}^{\circ}K$$

Güneşin merkezindeki kesirsel sıcaklık farkı,

$$\frac{\delta T}{T} \approx 2.6*10^{-11}$$

Bu çok küçük sıcaklık farkı enerjinin ışınımla taşınmasında önemli rol oynar. Merkezdeki ve yüzeydeki akıları oranlarsak, $6*10^{13}$ kez daha yoğundur ve çok azı yüzeyden uzaya kaçar.

Donukluk

Soğurma katsayısı veya Donukluk, κ_λ'nın tanımı, λ dalgaboyundaki soğurulan fotonun birim gram yıldız maddesi içindeki kesitidir ve birimi $cm^2\ gr^{-1}$ dir.

$$\kappa_\lambda = \frac{\sigma}{\rho}$$

O zaman ortalama yol $$l = \frac{1}{\kappa_\lambda \rho} = \frac{1}{n\sigma}$$

Optik derinliğin tanımını biliyoruz. $$d\tau_\lambda = -\kappa_\lambda \rho\, ds$$

Eğer foton bir parçacığın (atom, iyon veya serbest elektron) kesiti içinde gelirse ya soğurulur ya da saçılır. Her iki durumda görüş doğrultusunda çıkar.

Donukluk

Kaç türlü donukluk var?

1. Bağlı-bağlı geçiş
2. Bağlı-serbest geçiş
3. Serbest-serbest saçılma
4. Elektron saçılması

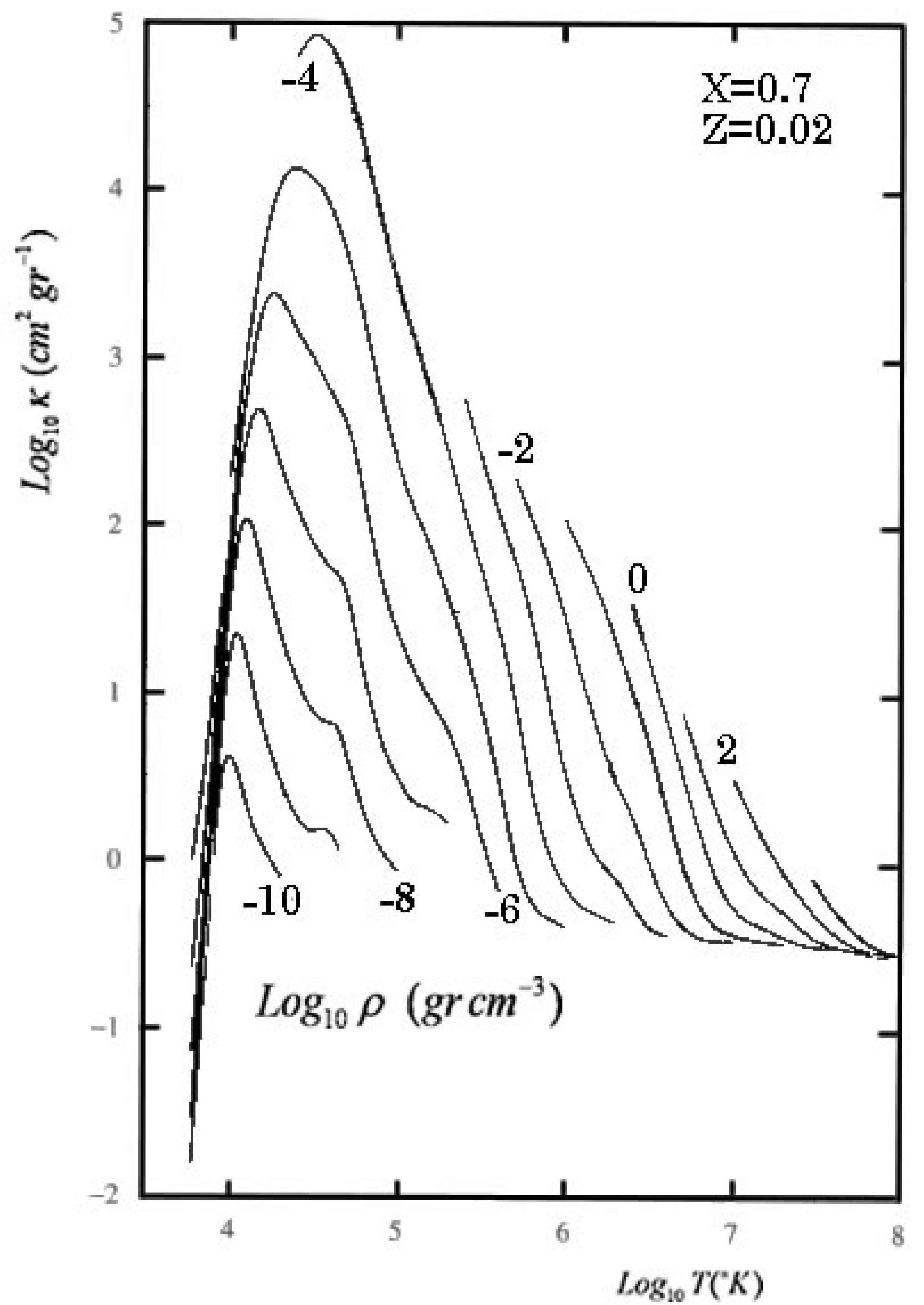
$$\kappa_\lambda = \kappa_{\lambda,\mathrm{bb}} + \kappa_{\lambda,\mathrm{bs}} + \kappa_{\lambda,\mathrm{ss}} + \kappa_{\lambda,\mathrm{es}}$$

Rosseland ortalama donukluğu, donuklukların toplamlarının ortalaması olarak tanımlanır.

$$\overline{\kappa_\lambda} = \overline{\kappa_{\lambda,\mathrm{bb}} + \kappa_{\lambda,\mathrm{bs}} + \kappa_{\lambda,\mathrm{ss}} + \kappa_{\lambda,\mathrm{es}}}$$

Donukluk

Ortalama Rosseland Donukluğu grafiğini yorumlayalım. Çok düşük ve çok yüksek sıcaklıklarda donukluk düşüktür. Yüksek sıcaklıklarda fotonların çoğu yüksek enerjili olduğundan düşük enerjili fotonlardan daha zor soğulurlar.



Donukluk

Düşük sıcaklıklarda fotonların çoğunun enerjisi atomları iyonize etmeye yeterli olmadığından atomların çoğu iyonize olmamıştır. Donukluk bağlı-serbest ve serbest-serbest soğurulmanın çok önemli olduğu orta sıcaklıklarda bir maksimuma sahiptir.

Güneş'in merkezinde yoğunluk 10^5 kg m^{-3} ve donukluk 10^{-1} m^2 kg^{-1} yöresinde, o zaman $\kappa\rho = 10^4$ m^{-1} dir. Bu ise bize bir fotonun güneş merkezinde 10^{-4} m gittiği zaman soğurulduğunu veya saçıldığını söyler.

Donukluk İçin Yaklaşık Değer

Donukluk genellikle sıcaklık ve yoğunluğun fonksiyonudur. Ama yüksek sıcaklıklarda sadece Compton saçılması olması nedeniyle $\kappa=\kappa_1$ şeklinde sabit alınabilir.

Düşük sıcaklıklarda b-s ve s-s soğurma süreçleri önem kazanır ve donukluk artan yoğunluk ve azalan sıcaklıkla arttığı bir aralık vardır. Analitik bir yaklaşımla

$$\kappa = \kappa_2 \frac{\rho}{T^{3.5}}$$

şeklindedir ve burada κ_2 yine kimyasal bileşimi bilinen yıldızlara ilişkin bir sabittir.

Donukluk İçin Yaklaşık Değer

Sıcaklığın daha küçük değerlerinde donukluk sıcaklıkla azalır, bu durumda yaklaşık analitik ifade,

$$\kappa = \kappa_3 \, \rho^{0.5} T^4$$

Burada κ_3 bir başka sabittir.

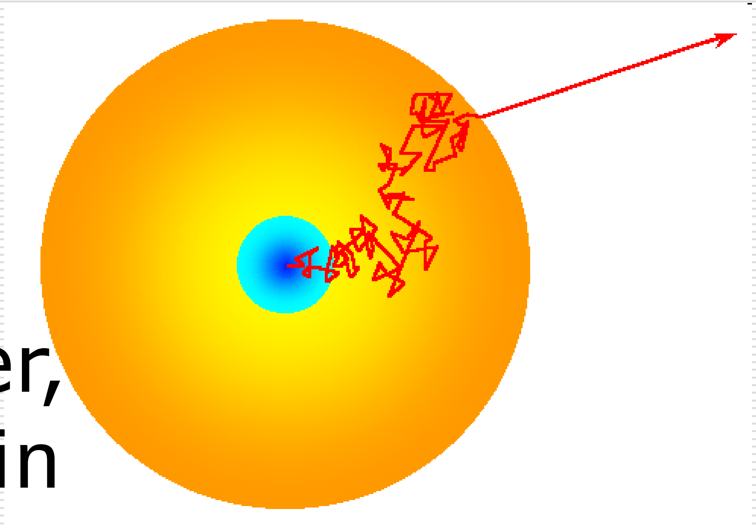
Yıldızların yapı ve evrim hesaplarının analitik yapıldığı dönemlerde donukluk şu şekilde bir yasa ile verilmiştir. Burada λ ve ν

$$\boxed{\kappa = \kappa_0 \frac{\rho^{\lambda-1}}{T^{\nu-3}}}$$

sembollerini dalgaboyu veya frekans ile karıştırmayalım. ρ ve T'nin üstel değerlerini incele...

Isının Işınım İle Taşınması

$$\boxed{\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa}\,\rho}{c} F_{rad} = -\frac{\kappa\,\rho}{4\pi c r^2} L}$$



Bu denklemin çıkarımını size vermeyeceğim Tayler, say:71'de var. Bu ifadenin hidrostatik denge denklemine çok benzediği hemen görülebilir.

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\,\rho}{r^2}$$

Işınım yolu ile enerji aktarımı ancak χ için bir bağıntı varsa belirlenebilir.

Isının Işınım İle Taşınması

Bu denklemin yorumunu iyi bilmemiz gerekiyor. Sıcaklık merkezden dışarı doğru azaldığı için ışınım basıncı da düşer. Bu ışınım basınç gradyenti, fotonu yüksek basınçtan düşük basınca doğru sürer. Bu foton rüzgarı enerji aktarımında çok etkin değildir. Enerjinin ışınım yolu ile taşınması cisim içinde sıcaklık gradyenti korunduğu zaman olur. İleride göreceğiz aynı durum konveksiyon yolu ile taşınması için geçerli değildir.

Isının Işınım İle Taşınması

Daha önce ışınım basıncı formülünü gördük.

$$P_{rad} = \frac{1}{3} a T^4$$

Burada a ışınım sabitidir ve değeri $a = 7.56591 * 10^{-15}$ erg cm^{-3} K^{-4}'dür. Her iki tarafın diferansiyelini alırsak

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = \frac{4}{3} a T^3 \frac{dT}{dr}$$

O zaman, $$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\kappa \rho}{T^3} F_{rad}$$ Olur.

Isının Işınım İle Taşınması

$F_{rad}=L_r/4\pi r^2$ olduğunu biliyoruz. Yerine koyarsak,

$$\boxed{\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac}\frac{\kappa\rho}{T^3}\frac{L_r}{4\pi r^2}}$$

Şimdi parametreleri inceleyelim. Eğer sıcaklık gradyenti dik olursa enerji taşınımında konveksiyon önemli bir rol oynamaya başlar. Konveksiyon kütle hareketi içerir. Konveksiyona bakmadan önce kütle-ışınım gücü bağıntısı...

Kütle-Işınım Gücü Bağıntısı

$$\boxed{L \approx M^m, \quad 3 < m < 4}$$

$$\rho \approx \frac{M}{R^3}$$

$$\frac{dP_g}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\rho$$

$$\frac{P_g}{R} \approx \frac{GM}{R^2}\frac{M}{R^3}$$

$$P_g \approx \frac{M^2}{R^4}$$

$$P_g = \frac{\rho \cancel{k} T}{\cancel{\mu}\, \cancel{m}_H}$$

$$T \approx \frac{P_g}{\rho} \approx \frac{M^2}{R^4}\frac{R^3}{M} \approx \frac{M}{R}$$

$$\frac{dT}{dR} = \frac{M}{R^2}$$

$$\boxed{\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac}\frac{\kappa\rho}{T^3}\frac{L_r}{4\pi r^2}}$$

$$L \approx -R^2 T^3 \frac{dT}{dr}\frac{1}{\kappa\rho} = -\frac{T^3}{\cancel{\kappa\rho}}\frac{dT}{dr}R^2$$

$$L \approx \frac{M^3}{R^3}\frac{R^3}{M}\frac{M}{R^2}R^2$$

$$\boxed{L \approx M^3}$$

Kütle Enerji İlişkisi

Bir yıldızın enerji deposu Einstein formülü ile verilir, $E=mc^2$. Bu enerjiyi uzaya saniyede ışınım gücü olarak yarar. Acaba ne kadar zamanda?

$$t \propto \frac{Mc^2}{L} \propto \frac{M}{M^{3.5}} \propto M^{-2.5}$$

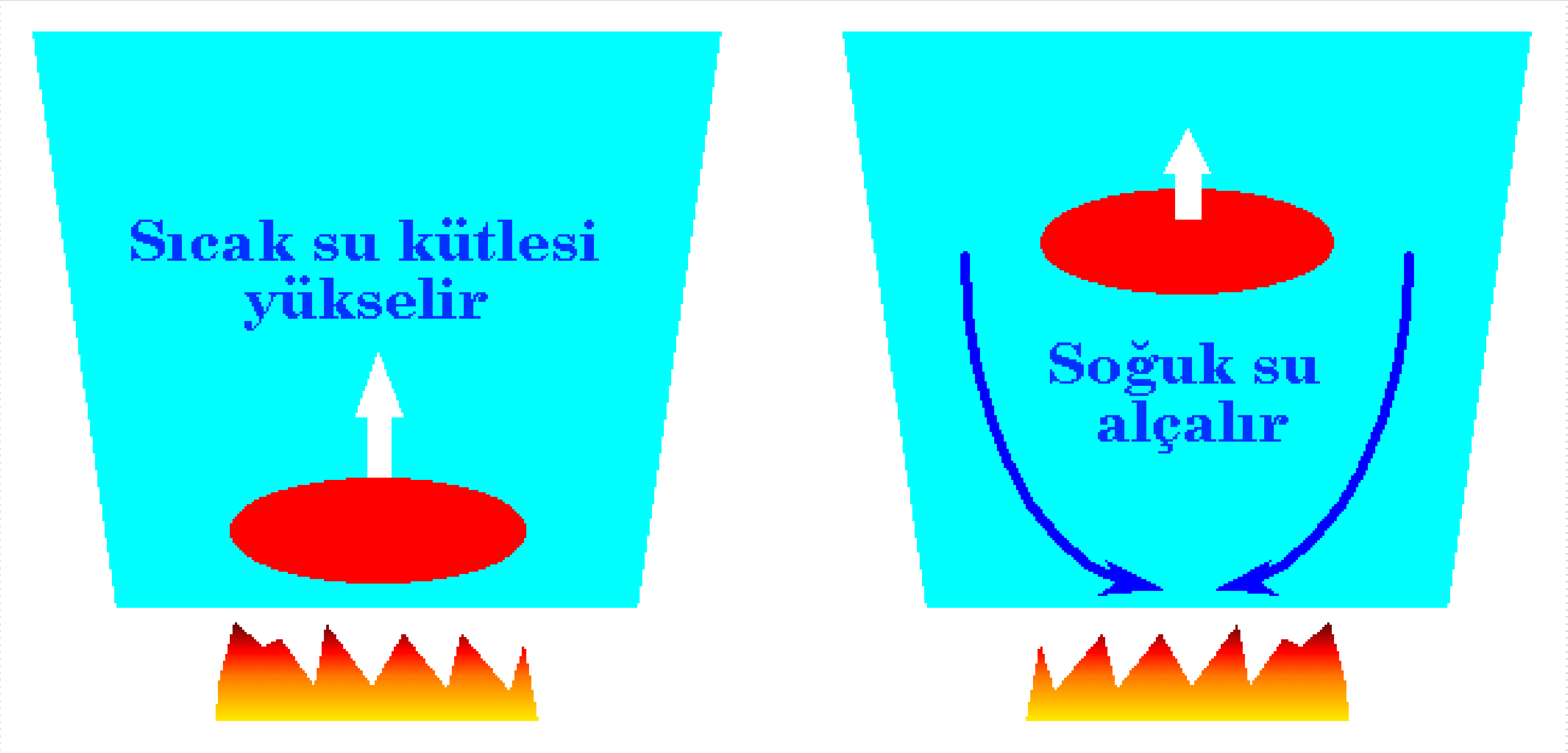
Yapılan yıldız modellerinde bu orantı katsayısının 10^{10} olduğu bulunmuştur. O zaman

$$t = 10^{10} \left(\frac{M}{M_{\Theta}} \right)^{-2.5} \text{y}$$

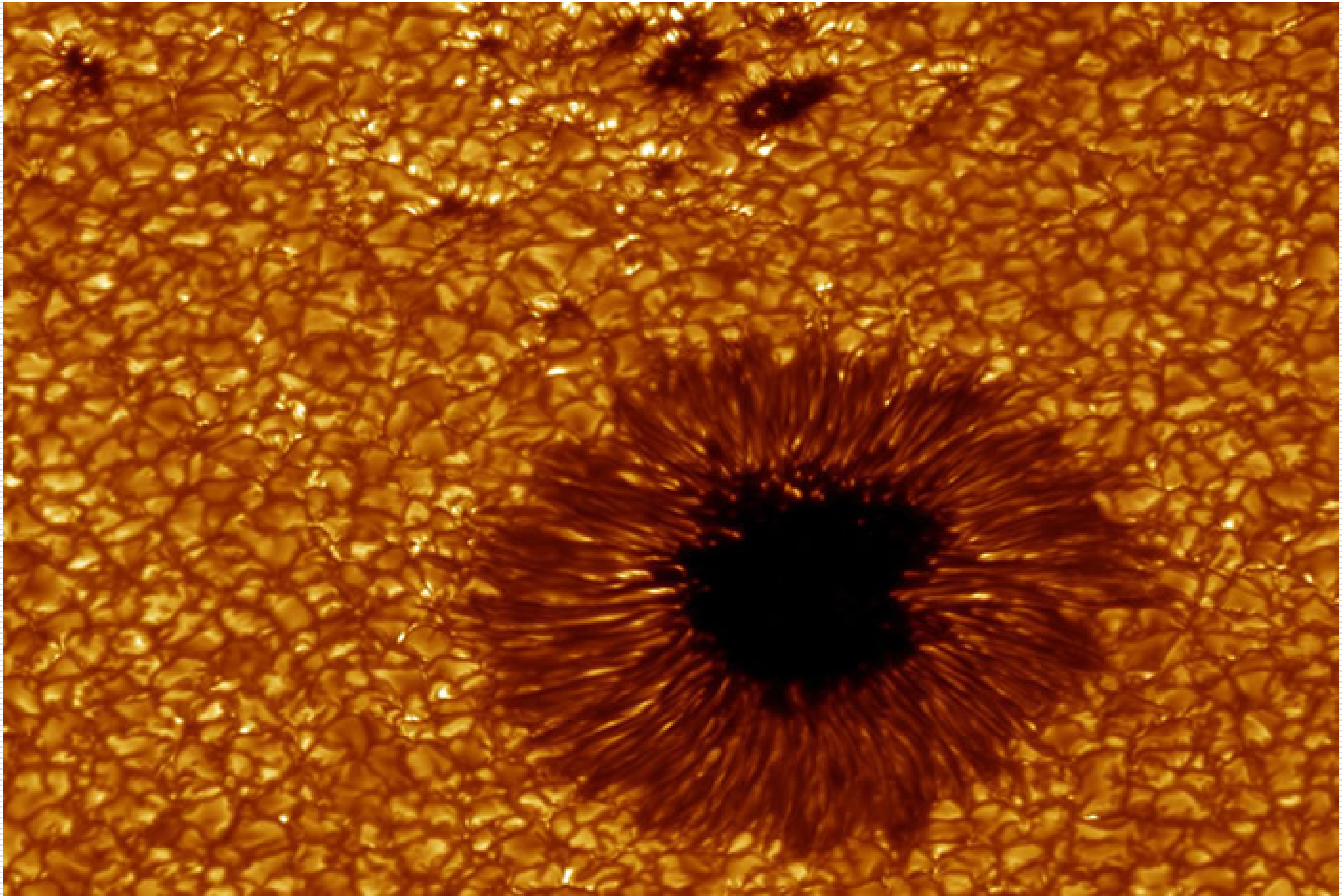
Konveksiyon

Batmazlık ilkesi: Bir miktar sıcak gazı atmosfere bıraktığımızda yükselir, nereye kadar? Çevresindeki gaz soğuk ve yoğun oluncaya kadar. Aşağıya bırakılan bir soğuk gaz kütlesi ise çevresindeki gaz sıcak ve yoğunluğu az oluncaya kadar. Bu süreçte doğal olarak enerji aktarımı olur. Çünkü yükselen sıcak gaz veya aşağı doğru yol alan soğuk gaz sonunda çevresindeki gaz ile kaynaşır.

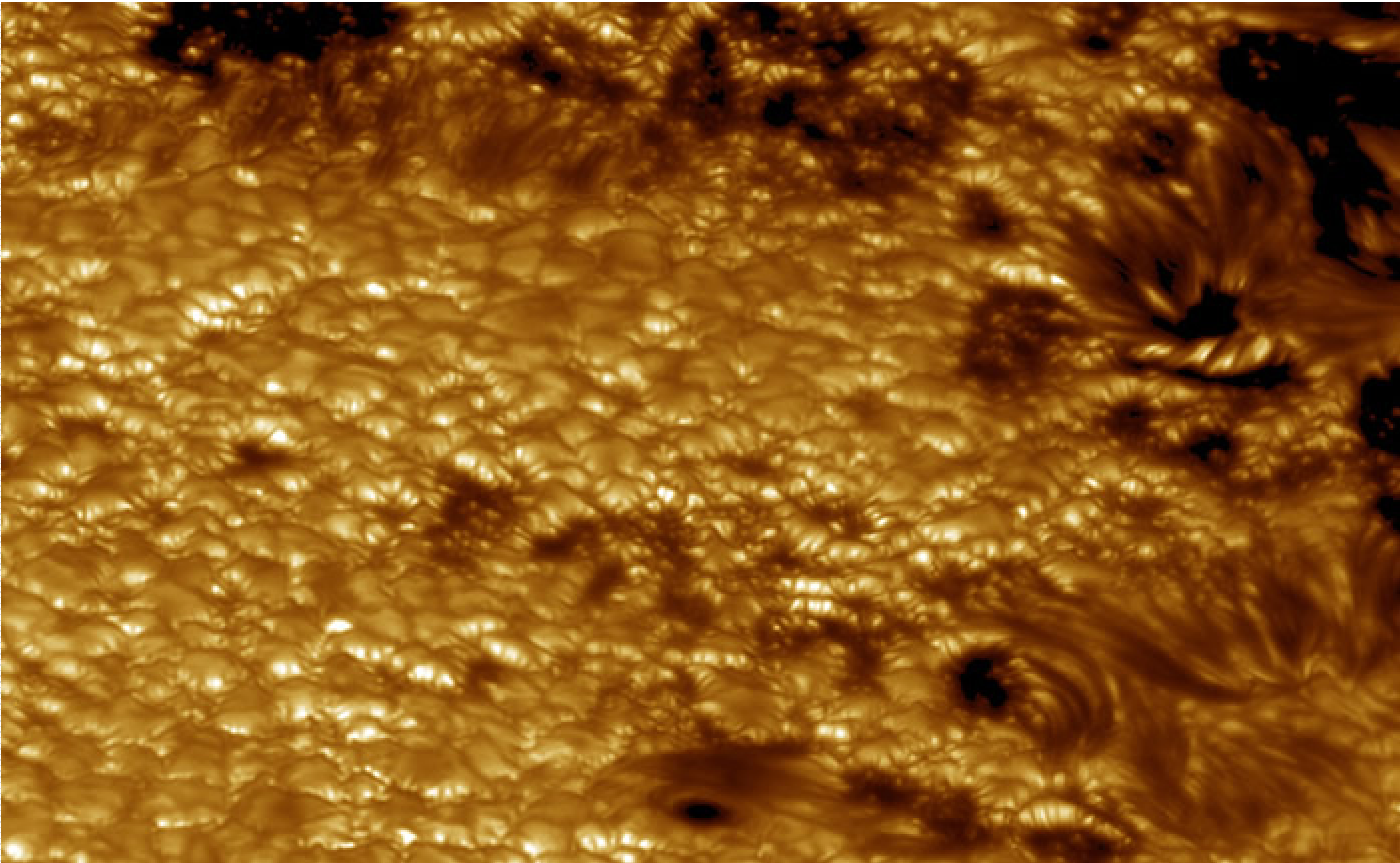
Konveksiyon



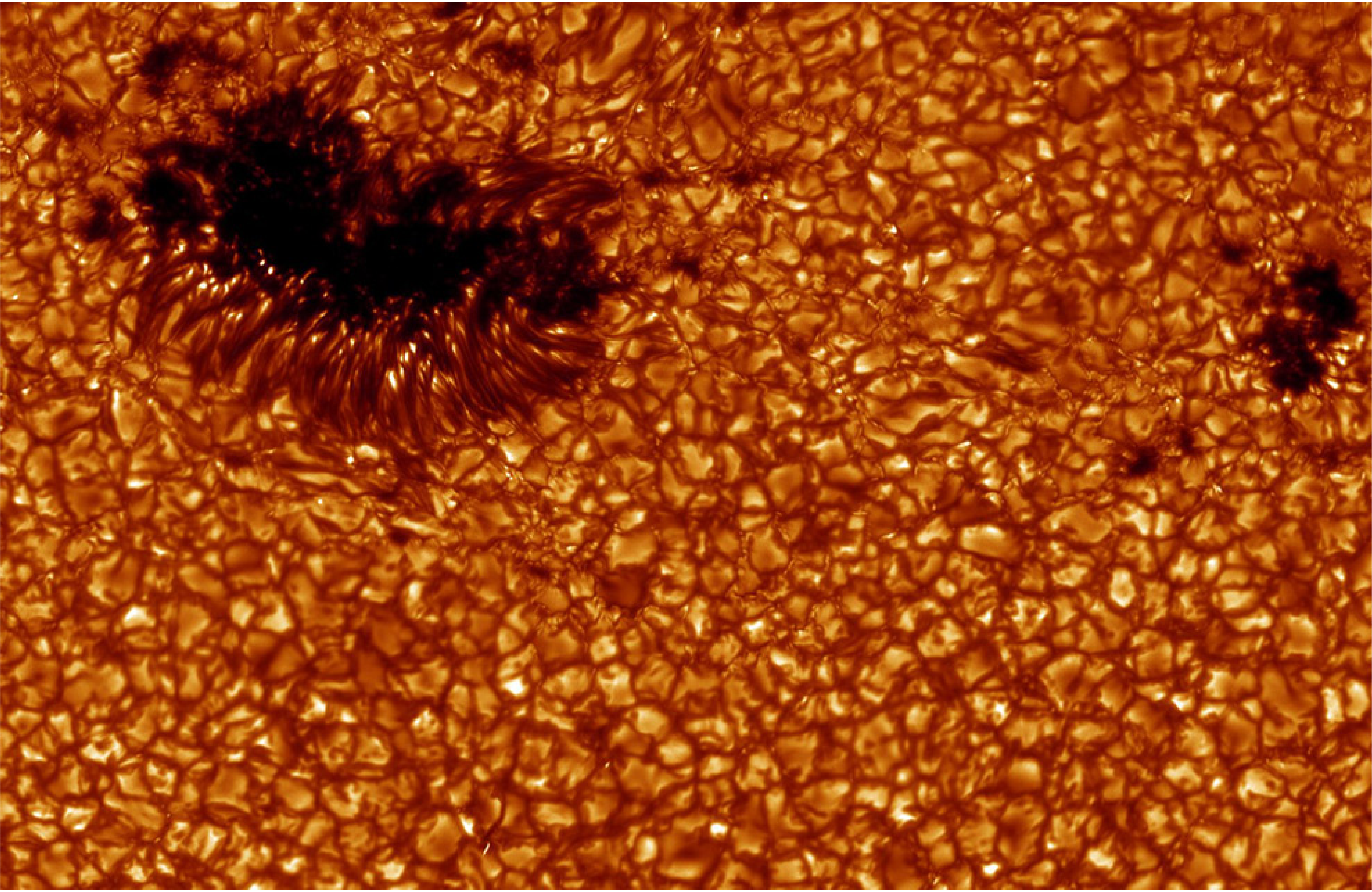
Konveksiyon



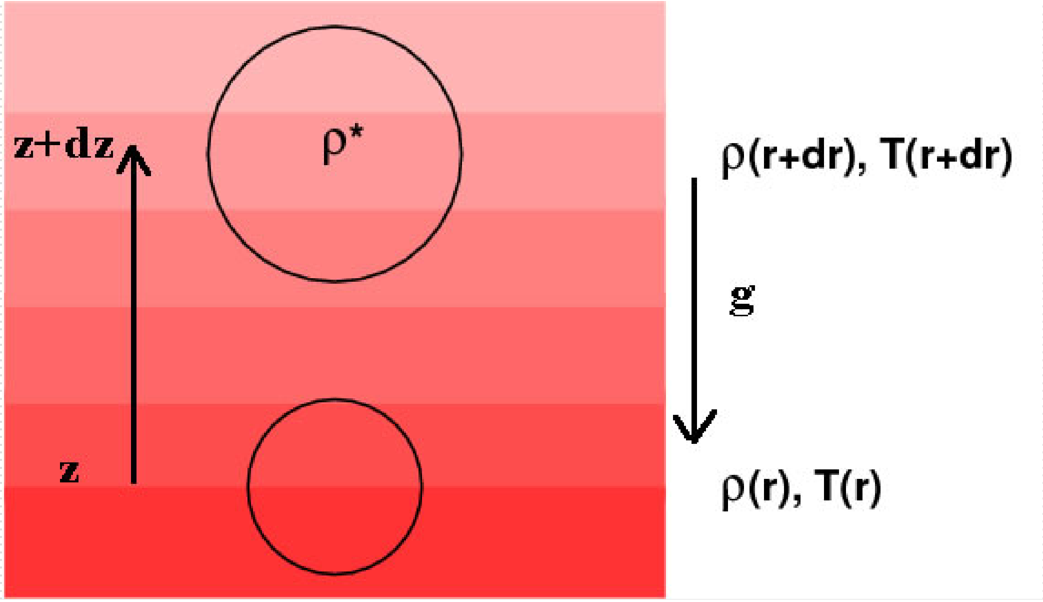
Konveksiyon



Konveksiyon



Konveksiyon



P basıncında ve ρ yoğunluğundaki gazın çevresine ısı kaybetmeden r'den r+dr'ye konveksiyonla yükseldiğini düşünelim. Buna adyabatik hareket denir.

Konveksiyon

Adyabatik harekette gazın basıncı ile hacmı arasında şöyle bir bağıntı vardır.

$$PV^{\gamma} = Sabit \qquad \text{veya} \qquad \frac{P}{\rho^{\gamma}} = Sabit$$

Burada γ, iki esas özgül ısının oranı olup, adı adyabatik indekstir.

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Özgül ısı, birim kütlenin sıcaklığını 1 K artırmak için gerekli ısı miktarına denir. Bu ya sabit basınç altında ya da sabit hacım altında yapılır.

Konveksiyon

Bu gaz r+dr'ye geldiğinde basıncı P-dP ve yoğunluğu ρ-dρ olacaktır. Hareket adyabatik olduğu için,

$$\frac{P-dP}{(\rho-d\rho)^{\gamma}}=\frac{P}{\rho^{\gamma}}$$ yazabiliriz.

Yeterli doğrulukla $(\rho-d\rho)^{\gamma}\cong(\rho^{\gamma}-\gamma\rho^{\gamma-1}d\rho)$

O zaman $dP=\frac{\gamma P}{\rho}d\rho$ olur. dr ile bölelim

$$\boxed{\frac{dP}{dr}=\gamma\frac{P}{\rho}\frac{d\rho}{dr}}$$ Elde edilir.

Konveksiyon

Adyabatik sıcaklık gradyentine bakalım. Gaz belirli bir yükseldiğe çıktığında içindeki ısıyı çevresine verecektir ve ısı dengesi gerçekleşir. İdeal gaz yasasının diferansiyelini alalım

$$P_g = \frac{\rho k T}{\mu m_H} \qquad \frac{dP}{dr} = -\frac{P}{\mu}\frac{d\mu}{dr} + \frac{P}{\rho}\frac{d\rho}{dr} + \frac{P}{T}\frac{dT}{dr}$$

μ'nün sabit olduğunu varsayarsak,

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{ad} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{T}{P}\frac{dP}{dr} \qquad \boxed{\left.\frac{dT}{dr}\right|_{ad} = -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{\mu m_H}{k}\frac{GM_r}{r^2}}$$

Konveksiyon

Konveksiyonun başlaması için aşağıdaki koşulun sağlanması gerekiyor.

$$\boxed{\left|\frac{dT}{dr}\right| > \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{T}{P}\left|\frac{dP}{dr}\right|}$$

veya

$$\boxed{\left|\frac{dT}{dr}\right| > -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{\mu m_H}{k}\frac{GM_r}{r^2}}$$

Bu eşitsizlik sağlandığı zaman konveksiyon başlar ama bu yöntemle ne kadar enerjinin taşındığını da bilmemiz gerekir. Bunun için herkesin kabul ettiği bir kuram yoktur. İyi bir konveksiyon kuramının olmayışı yıldız yapılarını anlama çalışmalarının en önemli boşluklarından biridir.

Konveksiyon