

# **KRUSKAL WALLIS VARYANS ANALİZİ**

**Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi  
Biyoistatistik Anabilim Dalı**

- ✓ Kruskal Wallis varyans analizi, tek yönlü varyans analizinin parametrik olmayan karşılığıdır.
- ✓ Veriler ölçümle belirtildiği halde parametrik test varsayımları yerine gelmiyorsa (*denek sayısı az ve/ya da gruplar normal dağılmıyor ve/ya da varyanslar homojen değil ve/ya da veriler kesikli sayısal veri tipinde ise*) tek yönlü varyans analizi yerine Kruskal-Wallis varyans analizi kullanılır.

Tek yönlü varyans analizi için verilen örnekler parametrik test varsayımlarının yerine gelmediği durumlarda Kruskal-Wallis varyans analizi ile karşılaştırılabilirler.

Kruskal-Wallis varyans analizinde test istatistiği (KW) (1) formül yardımıyla elde edilir:

$$KW = \frac{12}{N \times (N + 1)} \times \left( \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} \right) - 3(N + 1) \quad (1)$$

**R<sub>i</sub>**: Her bir gruptaki gözlemlerin sıra numaraları toplamı (Rankların Toplamı)

**N**: Toplam gözlem sayısı

**n<sub>i</sub>**: Her bir gruptaki gözlem sayısı

**k**: Karşılaştırılacak grup sayısı

Kruskal Wallis değerleri ki-kare dağılımı gosterir.

İstatistiksel karar için eğer grup sayısı 3'den fazla ( $k \geq 3$ ) ve her gruptaki denek sayısı 5'in üzerinde ise hesapla bulunan KW değeri ( $k-1$ ) serbestlik dereceli ve seçilen  $\alpha$  yanılma düzeyindeki ki-kare tablo değeri ile karşılaştırılır.

Hesapla bulunan KW değerinin ki-kare tablo değerinden büyük olması durumunda  $H_0$  hipotezi reddedilir ve en az bir grubun diğerlerinden farklı olduğu söylenir.

## *Test sonucu anlamlı olduğunda farklı grupların belirlenmesi*

$H_0$  hipotezi reddedildiğinde hangi gruplar arasında fark olduğunun araştırılması gerekir. Bu amaçla (2) formülden yararlanır.

Buna göre “*herhangi iki gruba ilişkin yeni sıra numaraları ortalamaları (rank ortalamaları) arasındaki farkın mutlak değeri*” (2) eşitsizliğini sağlıyorsa gruplar arasında fark olduğu söylenir.

$$\left| \bar{R}_i - \bar{R}_j \right| > t_{\alpha/2, S.d=N-k} \times \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \times \frac{N-1-KW}{N-k} \times \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

(2)

**$R_i$  ve  $R_j$** : Karşılaştırılacak gruplara ilişkin sıra numaraları ortalamaları

**$t$** :  $N-k$  serbestlik dereceli  $t$  tablo istatistiği (çift yönlü)

**$N$** : Toplam gözlem sayısı

**$k$** : Grup sayısı

- ✓ Farklı grupların belirlenmesinde bir diğer yaklaşım grupların ikişer ikişer Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması sonucunda bulunan p değerinin  $\alpha / (\text{ikişerli karşılaştırma sayısı})$  ile bulunan olasılık değeri ile karşılaştırılmasıdır.
- ✓  $\alpha$ ' nın yapılacak karşılaştırma sayısına bölünmesine *Bonferroni düzeltmesi* denir.
- ✓ Örneğin karşılaştırılacak grup sayısı 4 ise karşılaştırma sayısı 6'dır. (1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4),  $\alpha=0,05$  olarak belirlenmiş ise  $0,05/6=0,0083$  olarak bulunur. Bu 6 grup için bulunan U değerine ilişkin p değeri doğrudan 0,0083 ile karşılaştırılır.  $p < 0,0083$  ise gruplar arasında fark olduğu söylenir.



## Örnek:

18 deney hayvanı rasgele üç gruba ayrılmış, her gruptaki hayvanlara değişik dozda toksik madde verilmiş ve ölüm süreleri dakika cinsinden ölçülmüştür. Dozlar arasında fark var mıdır?

DOZLAR						
0,50mg		0,75mg		1,00mg		
Ölüm süresi(dk)	Sıra no	Ölüm süresi(dk)	Sıra no	Ölüm süresi(dk)	Sıra no	
10	13,5	7	7,5	4	3	
11	15	8	9,5	5	4,5	
10	13,5	9	11,5	6	6	
12	16	8	9,5	3	1,5	
13	17	7	7,5	5	4,5	
14	18	9	11,5	3	1,5	<b>TOPLAM</b>
<b>R<sub>i</sub></b>	93		57		21	171 <b>R</b>
<b>n<sub>i</sub></b>	6		6		6	18 <b>N</b>
$\bar{R}_i$	15,5		9,5		3,5	9,5 $\bar{R}$

## Sıra numaralarının verilmesi:

Bütün gruptaki değerler küçükten büyüğe doğru tek dizi halinde sıralanır ve her bir değere sıra numarası verilir. Dizide aynı değeri alan birden çok denek varsa bunlara denk gelen sıra numaralarının ortalaması bu değerin sıra numarası olur.

Örneğin dizide 3 değeri iki kez görölmektedir ve bunlara denk gelen sıra numaraları 1 ve 2'dir. Dolayısıyla bu değerlerin sıra numaraları  $(1+2)/2=1,5$  olur. Örnekteki değerlere sıra numarası verme işlemi aşığıdaki gibi yapılmıő ve yukarıdaki tabloda da gösterilmiőtir.

<b>Ölüm süresi:</b>	3	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	12	13	14
<b>Sıra No:</b>	1,5	1,5	3	4,5	4,5	6	7,5	7,5	9,5	9,5	11,5	11,5	13,5	13,5	15	16	17	18

Veri ölçümle belirtilen sürekli bir değişken olmasına rağmen her gruptaki denek sayısı çok az olduğundan parametrik test varsayımlarının sağlanması söz konusu olamaz.

Bu nedenle parametrik olmayan Kruskal-Wallis Varyans Analizi uygulanacaktır.

$H_0$ :Gruplar arasında fark yoktur.

$H_1$ :En az bir grup diğerlerinden farklıdır.

$$KW = \frac{12}{18 \times (18 + 1)} \times \left( \frac{93^2}{6} + \frac{57^2}{6} + \frac{21^2}{6} \right) - 3(18 + 1)$$
$$= 15,16$$

$\alpha=0,05$  olarak alınmıştır.

2 serbestlik dereceli ki-kare tablo değeri 5,99'dur.

Hesapla bulunan KW değeri (15,16) tablo ki-kare değerinden (5,99) büyük olduğu için  $H_0$  hipotezi reddedilir.

**KARAR:** Ölüm süresi bakımından en az bir doz diğerlerinden farklıdır ( $p<0,05$ )

# 1. RANK ORTALAMALARI KARŞILAŞTIRMASI

Gruplar arasındaki fark anlamlı olduğu için farklılığın hangi gruplar arasında olduğu (2) eşitsizliği ile saptanabilir. (2) eşitsizliğinin sağ tarafı çözümlerse,

$$2,131 \times \sqrt{\frac{18(18+1)}{12} \times \frac{18-1-15,16}{18-3} \times \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$
$$= 2,30$$

Buna göre ikişerli karşılaştırma sonuçları şöyledir:

Karşılaştırılan gruplar	$ \bar{R}_i - \bar{R}_j $	2,30	Karar
0,50mgr-0,75mgr	15,5-9,5=6 >	2,30	P<0,05
0,50mgr-1,00mgr	15,5-3,5=12 >	2,30	P<0,05
0,75mgr-1,00mgr	9,5-3,5=6 >	2,30	P<0,05

## 2. BONFERRONİ DÜZELTMELİ MANN-WHITNEY U TESTİ

Muhtemel karşılaştırma sayısı “3” olduğundan, her bir Bonferroni düzeltmeli Mann-Whitney U testinde dikkate alınacak önemlilik seviyesi  $\alpha/k=0.05/3=0.0167$ 'dir. İkişerli olarak yapılan Mann-Whitney U testinin sonucunda elde edilen P değerleri aşağıdaki gibidir:

Karşılaştırma	P	Sonuç
1-2	0.004	(P< 0.0167)*
1-3	0.004	(P< 0.0167)*
2-3	0.004	(P< 0.0167)*

### Report

Median

DOZ	SÜRE
0.50 mg	11,5000
0.75 mg	8,0000
1 mg	4,5000
Total	8,0000

Ölüm süresi bakımından tüm dozlar birbirinden farklıdır.

# SPSS'de Kruskal Wallis Varyans Analizi

\*Untitled1 [DataSet0] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

19 : grup Visible: 2 of 2 Variables

	ölüm_süresi	grup	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var
1	10,00	1,00												
2	11,00	1,00												
3	10,00	1,00												
4	12,00	1,00												
5	13,00	1,00												
6	14,00	1,00												
7	7,00	2,00												
8	8,00	2,00												
9	9,00	2,00												
10	8,00	2,00												
11	7,00	2,00												
12	9,00	2,00												
13	4,00	3,00												
14	5,00	3,00												
15	6,00	3,00												
16	3,00	3,00												
17	5,00	3,00												
18	3,00	3,00												
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														
28														
29														
30														

**Tests for Several Independent Samples**

Test Variable List:  
ölüm\_süresi

Grouping Variable:  
grup(?, ?)

Test Type:  
 Kruskal-Wallis H  
 Median  
 Jonckheere-Terpstra

**Several Independent Samples: Define ...**

Range for Grouping Variable  
Minimum: 1  
Maximum: 3

16

A.Ü.T.F Biyoistatistik A.D.

SPSS Processor is ready



## Ranks

	grup	N	Mean Rank
ölüm_süresi	0,50	6	15,50
	0,75	6	9,50
	1,00	6	3,50
	Total	18	

## Test Statistics<sup>a,b</sup>

	ölüm_süresi
Chi-Square	15,252
df	2
Asymp. Sig.	,000

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: grup