13.4. Çizgi Genişlemesi

Soğurma çizgisi profilini veren denklem, **atomu hareketsiz ve başka atomlarla çarpışmadığı varsayılarak çıkarılmıştı.** Bu koşullar hiç bir zaman geçerli değildir. Dolayısıyle soğurma çizgilerinin şiddetini ve biçimini incelerken atomların hem hareketleri hem de karşılıklı çarpışmaları gözönüne alınmalıdır. Bu iki olay da çizgilerin genişlemesine neden olur ve böylece çizgilerin biçimleri etkilenir.

DOPPLER GENİŞLEMESİ :

Atomların hareketleri Doppler etkisi nedeniyle çizgilerin genişlemesine neden olur. Bir yıldızın herhangi bir oylum elementinde atomlar gelişigüzel hızlara sahiptirler. Bu hızların hangi aralıkta ve kaç tane atomun hangi hızda olduğunu Maxwell dağılım yasası verir. **Dolayısıyle** her atomun oluşturduğu tayf çizgisi bir miktar kayar ; kayma miktarı ve yönü atomdan atoma değişir, çünkü bunlar atomun hızına ve hareket doğrultusuna bağlıdır. Böylece bütün atomların birlikte etkisi çizgiyi genişletmektedir.

v ile v + dv arasındaki hızlarla belli bir doğrultuda hareket eden birim oylumdaki atomların sayısı **N**(v), Maxwell hız dağılımı yasası ile **şöyle verilmiştir** :

$$N(\mathrm{v})d\mathrm{v} = \frac{N}{\mathrm{v_o}\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\mathrm{v}^2/\mathrm{v_o}^2} d\mathrm{v}, \quad \mathrm{v_o} = \sqrt{\frac{2\mathrm{kT}}{\mathrm{m}}}$$

(en olası hız)

(**Burada** Maxwell dağılımının **tek bileşeni alındı**.)

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

v, **bakış doğrultusundaki** hız bileşenidir. Gazda ayrıca çalkantı hareketi varsa

$$\mathrm{v}_{\mathrm{o}}^{2}=\frac{2kT}{m}+\mathrm{v}_{\mathrm{çal}}^{2}$$

alınmalıdır. $\mathrm{v}_{\mathrm{çal}}$ da çalkantı hareketinin en olası hızıdır ve çalkantı hareketinin de bir Maxwell dağılımı gösterdiği varsayılır.

Yıldız atmosferinde ince bir tabakayı gözönüne alalım. Bu tabakada soğurulan şiddet, **o dalga boyunda soğurucu atomların sayısı ile orantılı olacaktır**. **O halde** Şekil **13.4**_de gösterilen şerit boyunca süreklilikten soğurulan erke için ;

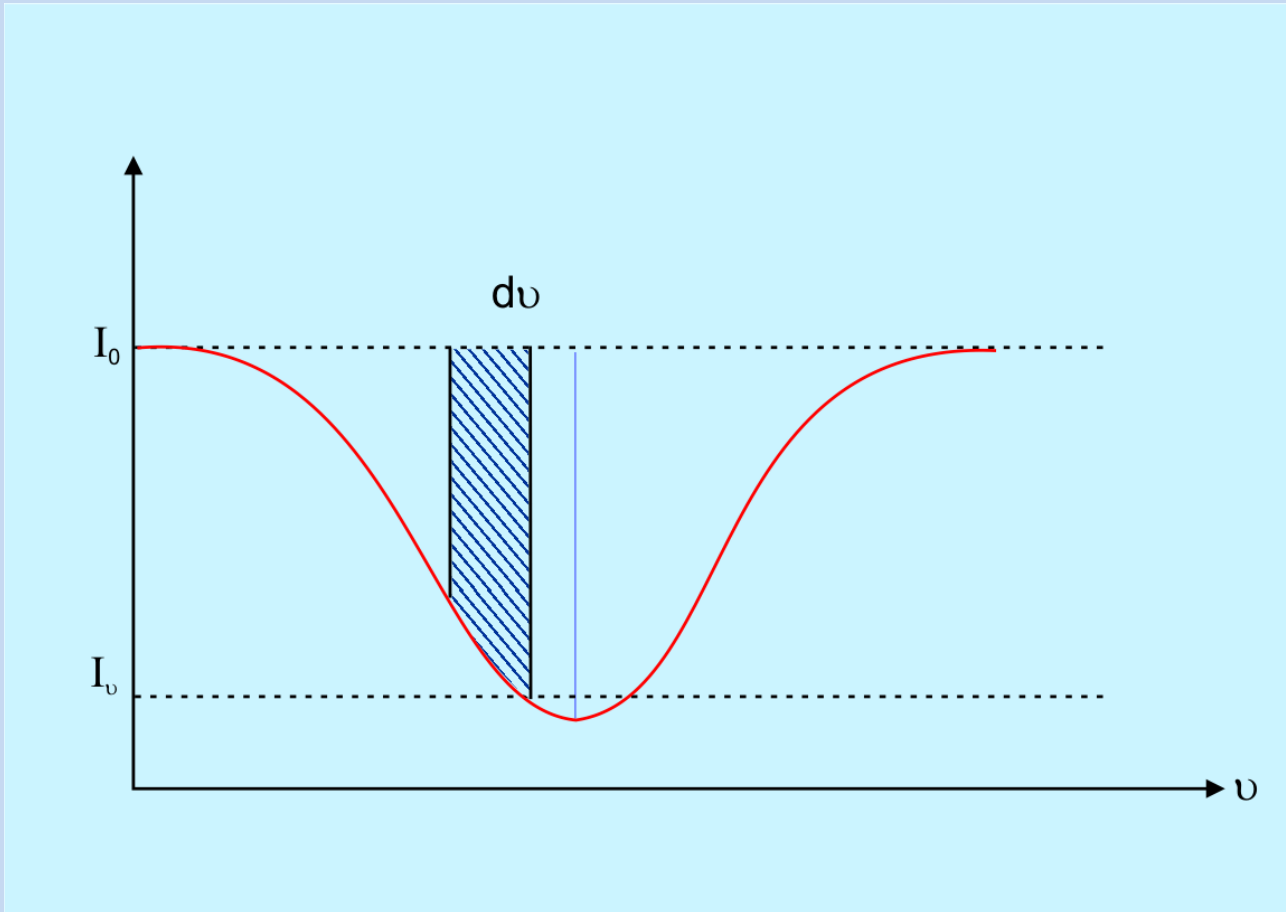
$(I_o - I_\nu)\, d\nu$ = **şerit**

yazılabilir. **Bu durumda,**

$$\frac{(\mathrm{I}_o-\mathrm{I}_\nu)d\nu}{\int_{çizgi}(\mathrm{I}_o-\mathrm{I}_\nu)d\nu}=\frac{N(\mathrm{v})d\mathrm{v}}{N}=\frac{1}{\mathrm{v}_o\sqrt{\pi}}\quad e^{-\mathrm{v}^2/\mathrm{v}_{\mathrm{o}}^2}\cdot d\mathrm{v}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\quad e^{-(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu o})^2}\quad\frac{d\nu}{\Delta\nu_o}$$

(bkz. açıklama)



Şekil 13.4. Çizgi boyunca süreklilikten soğurulan erke.

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

Bu son verilen ifadeden,

$$\frac{(\mathrm{I}_o - \mathrm{I}_\nu)}{\int\limits_{çizgi}(\mathrm{I}_o - \mathrm{I}_\nu)d\nu} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_o})^2} \cdot \frac{1}{\Delta\nu_o}$$

yazılabilir. Çizgi merkezinde $\Delta\nu = 0$ dır. Bu durumda bu ifade

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\Delta\nu_o}$$

olur. Yarı genişlik $\Delta\nu_{1/2}$ için,

$$\frac{1}{2} = \frac{\mathrm{I}_o - \mathrm{I}_{\nu_{1/2}}}{\mathrm{I}_o - \mathrm{I}_\nu} = e^{-(\frac{\Delta\nu_{1/2}}{\Delta\nu})^2}$$

$$(\frac{\Delta\nu_{1/2}}{\Delta\nu})^2 = \ln 2$$

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

Yarı genişlik ;

$$\Delta\nu_{1/2} = \Delta\nu_o\sqrt{\ln 2} = \frac{\mathrm{v}_o \nu_o}{\mathrm{c}}\sqrt{\ln 2}$$

$$= \frac{\nu_o}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}\cdot\ln 2}$$

Toplam genişlik ;

$$2\Delta\nu_{1/2} = \frac{2\nu_o}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}\ln 2}$$

$$2\Delta\lambda_{1/2} = \frac{2\lambda_o}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}\ln 2}$$

Yarı-genişlik beklendiği gibi (parçacıkların hareketliliğine bağlı olarak) sıcaklıkla artar,
Parçacığın **kütlesi ile** azalır. Örneğin, **Güneş tayfında** H_β nın toplam yarı-genişliği, T=**5800** ^{o}K alınırsa,

$$2\Delta\lambda_{1/2} = \frac{2x4861}{3x10^{10}}\sqrt{\frac{2x1.38x10^{-16}x5800}{1.67x10^{-24}}\ln 2} = 0.264\mathrm{A}$$

Bu **yarı-genişlik** doğal genişliğin ~ **2000 katıdır**.

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

ÇARPMA İLE GENİŞLEME :

Çarpışma ile de çizgi genişler, çünkü çarpışma ışıma yapan ya da soğuran **atomu** tedirgin eder. Tedirgin olan atom ise “**rahat**” olan **atom kadar** ince çizgi salamaz, çünkü ancak sınırsız zaman aralığında serbestçe ışıma yapabilen **atom** sonsuz ince çizgi salabilir. Eğer **atom** sonlu zaman süresince ışıma yapıyorsa salınan ışınım çeşitli frekansları içeren bir nabız şeklindedir.

Eğer çarpışma yoksa, **çizgi genişliğini** uyarılmış erke düzeyinin doğal yaşam süresi belirler. Heisenberg ilkesine **göre** eğer yaşam süresi $\boldsymbol{\Delta t}$ ise erkedeki belirsizlik

$$\Delta E \, \boldsymbol{\Delta t} \approx \mathbf{h} / 2\pi$$

dir. Çarpışmalar erke düzeyinin yaşam süresini kısaltacağından ΔE büyür, **böylece çizgi genişler**. Doğal genişleme γ (veya Γ) ile veriliyordu, çarpmaların neden olduğu genişleme de buna eklenmelidir. Yani **yarı – genişlik :**

$$(\gamma / 4\pi) + (\gamma_{ç} / 4\pi)$$

olur. O halde soğurma katsayısını veren formülde γ yerine

$$\gamma_{ışınım} + \gamma_{çarpma}$$

(veya kuantum mekaniğine göre $\Gamma = \Gamma_{ışınım} + \Gamma_{çarpma}$) **gelmelidir**. $\Gamma_{çarpma}$, **çarpışmalar nedeniyle atomun erke düzeylerinde meydana gelen kaymalar göz önüne alınarak hesaplanmaktadır.**

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

DOĞAL, ÇARPIŞMA VE DOPPLER GENİŞLEMESİNİN BİLEŞİK ETKİSİ :

Bir atomun **soğurma katsayısı** :

$$a_\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\Gamma}{4\pi^2} \cdot \frac{1}{(\nu - \nu_o)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2}$$

idi. Burada $\Gamma = \Gamma_{\text{ışınım}} + \Gamma_{\text{çarpma}}$ alınırsa **doğal ve çarpışma ile genişleme hesaba katılmış olur**. Doppler genişlemesini hesaba katmak için hızları göz önüne almak gerekir.

v radyal hızı ile hareket eden **bir atom** orta frekansı

$$\nu' = \nu_o + (v/c)\,\nu_o$$

olan bir soğurma yapacaktır. O halde **bu atoma** ait **soğurma katsayısı :**

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

$$a_\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\Gamma}{4\pi^2} \cdot \frac{1}{\left(\nu_o + \frac{\mathrm{v}}{c}\nu_o - \nu\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2}$$

olacaktır. **ν** frekansında ve **birim frekans aralığında atom başına** düşen **toplam soğurma katsayısını bulmak için** bu formülü hızları v ile v + dv arasında olan **atomların oransal sayısı**

$$\frac{dN}{N} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \; e^{-\frac{m\mathrm{v}^2}{2kT}} \cdot d\mathrm{v}$$

ile **çarpıp** bütün hızlar üzerinden integre etmek gerekir. Burada **m** = μ**H** **atomun gram cinsinden kütlesidir**.

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

$$a_\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\Gamma}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{m\mathrm{v}^2}{2kT}} \cdot d\mathrm{v}}{\left(\nu_o + \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{c}}\nu_o - \nu\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2} \quad ...(a)$$

Bu integral bir kaç değişiklikle daha uygun şekle sokulabilir :

Önce,

$$\Delta\nu_o = \frac{\nu_o}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}} = \frac{\nu_o}{c}\mathrm{v}_\mathrm{o} \quad ; \quad \Delta\nu = \frac{\nu_o}{c}\mathrm{v}$$

$$u = \frac{\nu - \nu_o}{\Delta\nu_o} \quad ; \quad y = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_o} \quad ; \quad a = \frac{\Gamma}{4\pi\Delta\nu_o}$$

tanımlarını yapalım. Buradaki ν **değişken değil**, hangi ν frekansında α_ν yü bulmak istiyorsak o frekanstır. **İkinci tanımdan**

$$d\mathrm{v} = (c / \nu_o)\, d(\Delta\nu)$$

olur. Bunlar (α) **ifadesinde kullanılırsa**,

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

$$a_\nu = a_o \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}}{a^2 + (u-y)^2} \quad dy = a_o H(a,u)$$

Burada

$$a_o = \frac{\pi e^2}{mc} \cdot f \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\Delta \nu_o}$$

$$= \frac{g_m}{g_n} A_{mn} \cdot \frac{\lambda^2}{8\pi^{3/2}} \cdot \frac{1}{\Delta \nu_o}$$

olup **çizginin merkezinde sıfır sönümleme için soğurma katsayısıdır**. **H** fonksiyonları (Hjerting fonksiyonları) :

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

Sabit basınç ve sıcaklıkta α sabittir ve **H**(α, **u**) integrali y üzerinden integre edilebilir.

α_ν / α_o ‘ı hesaplamak için yararlı çizelgeler verilmiştir.

$\alpha_\nu = \alpha_o \, \mathbf{H}(\alpha, \mathbf{u})$ ifadesi

$\alpha_\nu / \alpha_o = \mathbf{H}_o(\mathbf{u}) + \alpha \, \mathbf{H}_1(\mathbf{u}) + \alpha^2 \, \mathbf{H}_2(\mathbf{u}) + \alpha^3 \, \mathbf{H}_3(\mathbf{u}) + ...$

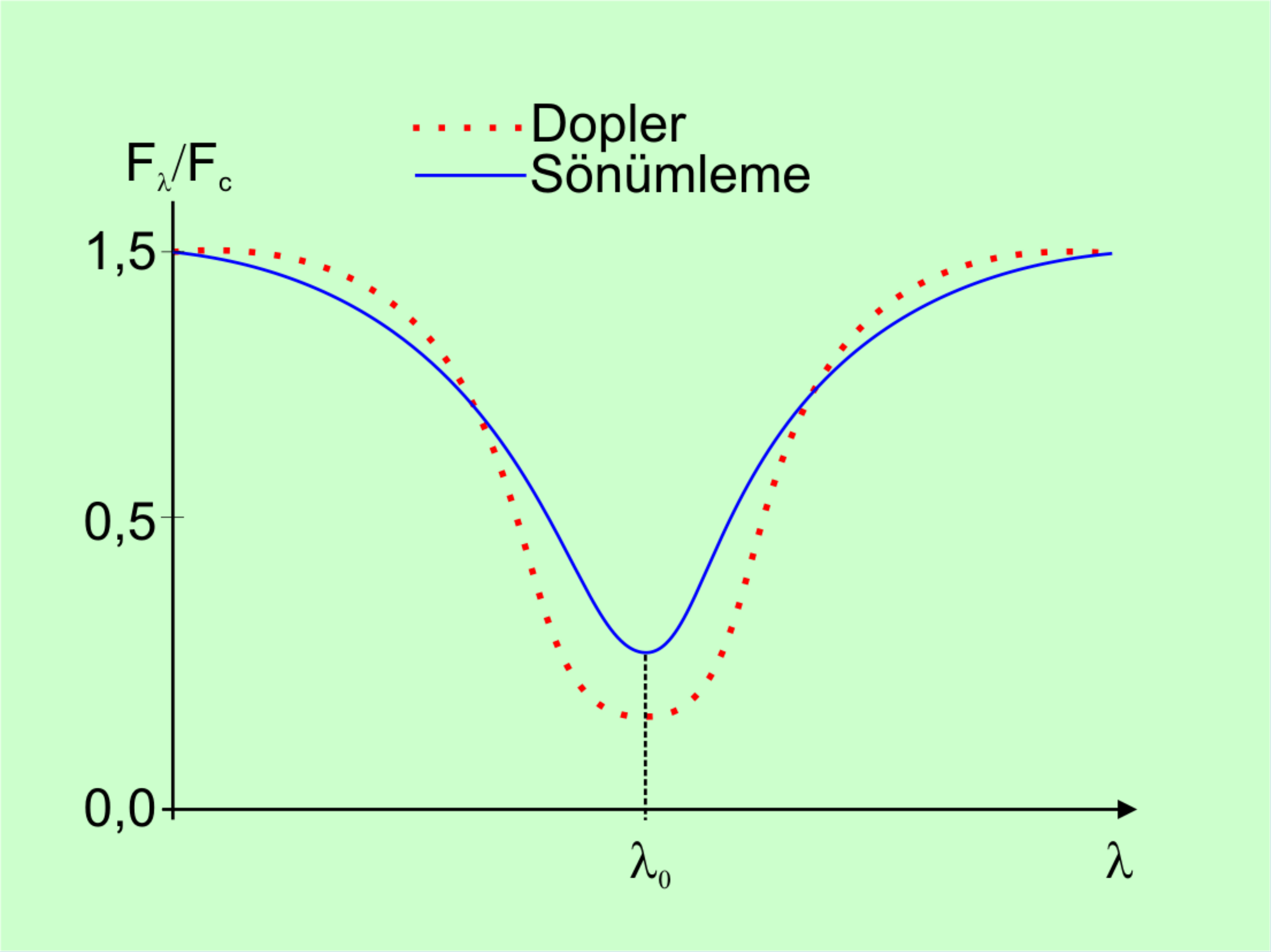
şeklinde seriye açılmış ve $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$, $\mathbf{H}_3$, ... çizelgeler halinde **u** nun fonksiyonu olarak verilmiştir.

u	$H_o(u)$	$H_1(u)$	$H_2(u)$	...
0.0	...	...	...	...
0.1	...	...	...	...
0.2	...	...	...	...
...				
...				

13.4. Çizgi Genişlemesi(Devamı)

Doppler genişlemesi nedeniyle çizginin **yarı-genişliği**, doğal yarı-genişliğinden çok büyük olmasına rağmen, çizginin merkezinden uzaklaştıkça **Doppler genişlemesi nedeniyle çizginin derinliği üstel (eksponansiyel) olarak azalır**. **Bunun nedeni** Maxwell hız dağılımının üstel bir fonksiyon olmasıdır. Oysa doğal genişleme nedeniyle çizgi derinliği daha yavaş ($\sim 1 / \Delta\lambda^2$) azalır.

Doppler ve sönümleme (**doğal**) profillerin ikisinin birlikte katkısı ile elde edilen çizgi profiline "**Voigt profili**" denir. **Doppler genişlemesi çizginin merkezinde etkindir**. Fakat çizginin merkezinden uzaklaştıkça Doppler profilinin derinliği azalmaya başlar (**üstel olarak**) ve **kanatlarda sönümleme etkisi baskın hale gelir** (Şekil **13.5**).



Şekil 13.5. Doppler profili ve sönümleme etkisi.