

-Sonra (12) ifadelerine göre,

$$\Delta\alpha = \pi P_{\alpha} \sec \delta$$

$$\Delta\delta = \pi P_{\delta}$$

ile $\Delta\alpha$ ve $\Delta\delta$ hesaplanır

-En sonunda

$$\alpha = \alpha' + \Delta\alpha$$

$$\delta = \delta' + \Delta\delta$$

ile Gün merkezli kon sayılar bulunur.

2. a) PRESESYON :

Presesyon, ilkbahar ılıminın tutulum üzerinde batı yönde sürekli olarak ilerlemesidir. Bu nedenle buna “ekinoksların presesyonu” da denir.

İznik’li Hipokrat (M.Ö. 129), Batlamyus (M.S. 137) ve Uluğ Bey’in (M.S. 1437) katalogları ve daha sonraki yıldız katalogları incelenirse yıldızların konsayılarının değişimi ile ilgili iki önemli sonuç fark edilir :

- 1- Yıldızların tutulum enlemleri zamanla önemli bir değişim göstermezler ama,
- 2- Tutulum boylamları ise yılda $\sim 50''$ kadar artmaktadır.

Bunun olabilmesi için γ koç noktasının batı yönde hareket etmesi gerekir.

Yer'in yörünge düzlemi olan tutulum düzlemi sabit alınır, Gök ekvatorunun, dolayısıyla Yer ekvatorunun hareket etmesi gerekir ki γ noktası sürekli olarak öncelenmiş olsun yani batı yönde hareket edip ilerlesin. Aynı presesyonu Ω sonbahar noktası da yapar. Ancak ekvator düzleminin bu hareketinde onun tutulum düzlemi ile yapmış olduğu ε açısı değişmez. Yani göğün P kutbu tutulumun Q kutbu çevresinde ε yarıçaplı bir çember çizer. Bu hareketin dönemi de ~ 26000 yıldır.

γ nin bu presesyon hareketi nedeniyle, yıldızların herhangi bir tarihteki (α, δ) kon sayıları o yıl için γ nin ve ekvatorun konumuna bağlı olacaktır.

Herhangi bir yıla ilişkin α, δ lar gözlemle şöyle bulunabilir :

Önce o yıl için γ nin yeri şöyle saptanabilir ; Yaklaşık gündönümü tarihi olan 22 Hazirandan 10 gün önce ve 10 gün sonrasında Güneş tam meridyene geldiği andaki z_0 zenit uzaklığı ölçülür. O gün için

$\delta_0 = \varphi - z_0$ olur. Böylece Güneş'in bir seri δ_0 değerleri elde edilir. Bu değerlerin günlere göre değişimi bir eğriyi verir. Bu eğrinin maksimumu ε değerini ve maksimumdaki tarih de Gündönümü tarihini verir. Benzer gözlemler 21 Mart ve 23 Eylül ılımları yöresinde de yapılır ve Güneş'in öğlen geçişlerindeki z_0 değerleri ölçülür ve daha sonra, Güneş tutulum üzerinde olacağından,

$$\sin \alpha_0 = \cotg \varepsilon \tan \delta_0 \dots (1)$$

ile α_0 hesaplanır. Burada $S_0 = 0$ olacağından yıldız zamanı $T = \alpha_0$ olur.

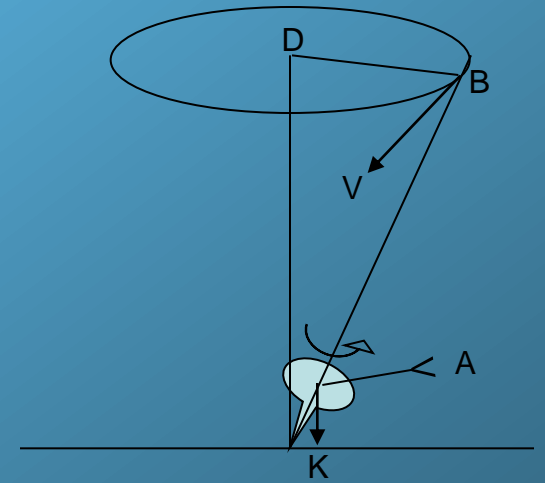
Bundan yararlanarak yıldız saati ayarlanır. Yıldız saati ayarlandıktan sonra gece gözlemlerine başlanır.

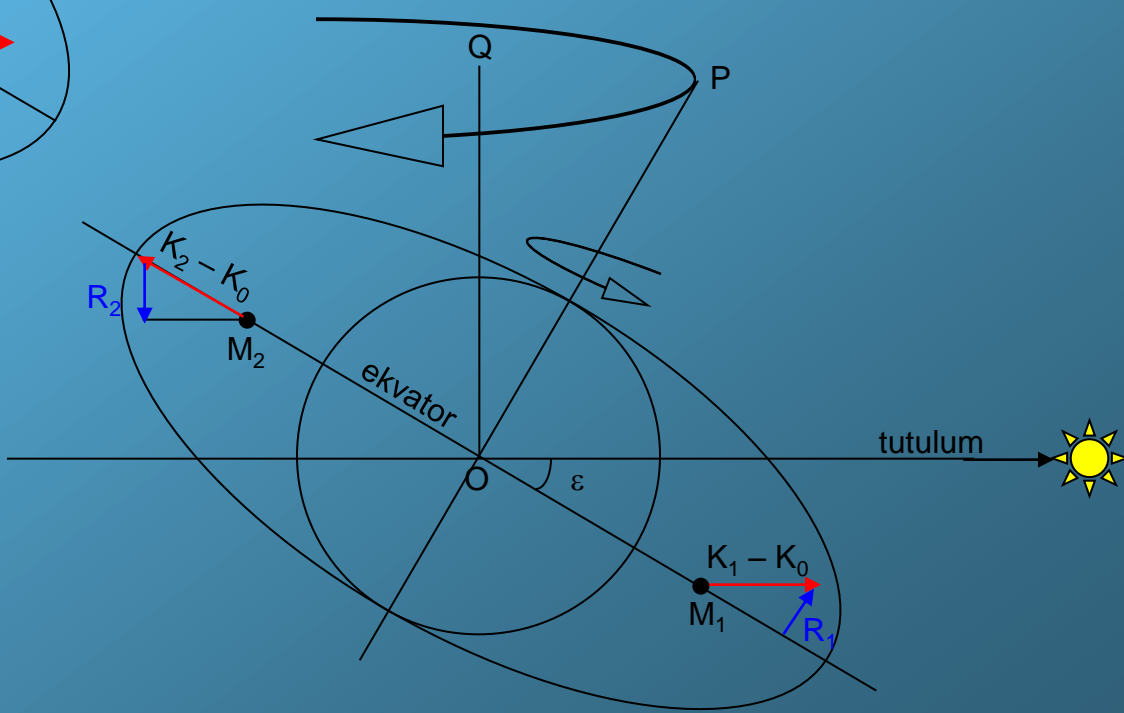
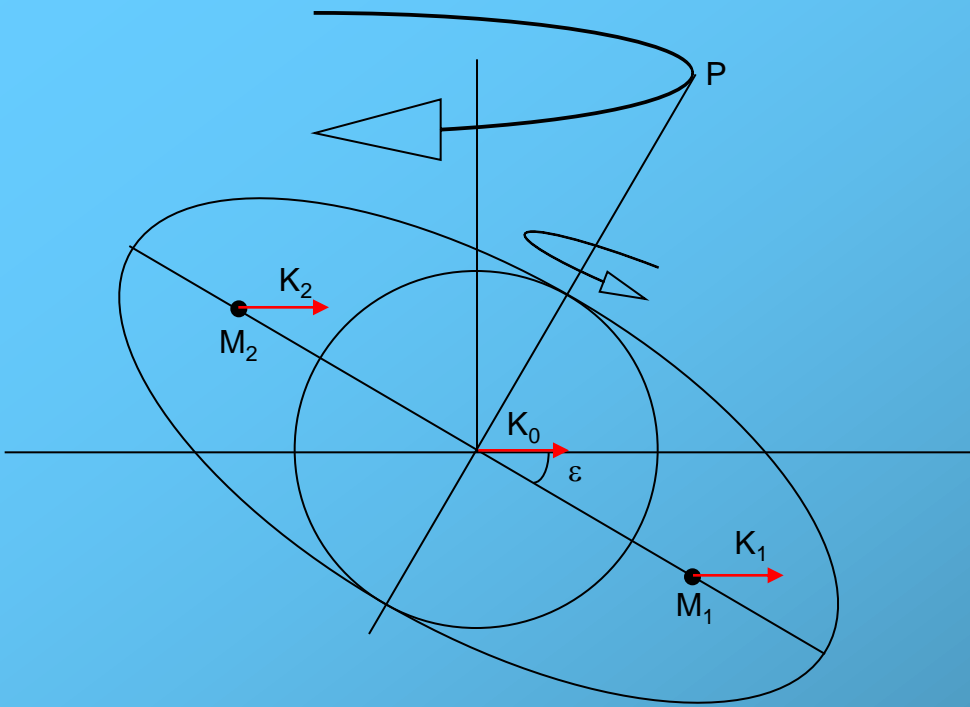
Yıldızların meridyen geçişlerinde onların z zenit uzaklığı ölçülür ve bu geçiş anına karşılık gelen T zamanı saptanır. Geçiş anındaki bu T zamanı yıldızın α sıını verir ve $\delta = \varphi - z$ ile yıldızın δ sı bulunur. Bulunan bu değerler için zenit uzaklıkları kırılma etkisinden arındırılmış uzaklıklar olmalıdır.

Şimdi presesyonun temelinde bulunan fiziksel olaya bakacak olursak;

Simetrik cisimler yeterince hızlı bir şekilde bir eksen etrafında dönerler ise, onların dönme eksenlerinin uzaydaki doğrultuları bir jiroskoptaki gibi sabit olur. Eğer bir cisim kendi dönme eksenine göre dengesiz veya bu eksene etki eden dış bir kuvvet var ise, dönme ekseninin doğrultusu uzayda artık sabit olmaz, bu eksen düzgün bir dairesel dönme hareketi yapmaya zorlanır. Tıpkı bir topacın hareketinde olduğu gibi.

Yer'in kendi eksenini etrafındaki dönme hareketinde benzer bir durum vardır. Eğer Yer tam bir küre olsaydı ve yeterince hızlı bir şekilde dönseydi onun dönme eksenini uzayda sabit olan aynı doğrultuya yönelmiş olacaktı. Oysa Yer küre kutuplardan biraz basık, ekvator boyunca şişkin bir yapıdadır.





Bu nedenle tutulum düzlemine paralel olan Güneş'in çekim kuvveti, Yer ekvatorunu tutulumla doğru eğmeye çalışmaktadır, yani Yer'in dönme eksenini daha dik hale getirmek için zorlama yapmaktadır. Yer'in iç küresindeki birim kütleyle Güneş'in uyguladığı çekim kuvveti K_0 , Yer kürenin merkezine uygulanan çekim kuvvetidir. Yer'in Güneş'e yakın şişkin kısmındaki birim kütleyle uygulanan K_1 kuvveti K_0 dan daha büyük değerdedir ve tutulumun yakınındaki M_1 kütle merkezine uygulanır. Karşıt yerde Yer'in Güneş'e uzak olan şişkin kısmındaki birim kütleyle uygulanan K_2 kuvveti ise K_0 dan küçük bir değerdedir ve M_2 kütle merkezine uygulanır. M_1 noktasına uygulanan $(K_1 - K_0)$ kuvvet farkının ekvatora dik olan R_1 bileşeni ile M_2 noktasına uygulanan $(K_2 - K_0)$ kuvvet farkının R_2 bileşeni bir kuvvet çifti oluşturur. Bu kuvvet çifti Yer'in dönme eksenini daha dik yapmaya zorlar. Bu da doğu yönde dönen eksenini, OQ doğrultusu çevresinde batı yönünde bir koni hareketi yaptıracak şekilde harekete zorlar. Ay da tutulum yöresinde olduğu için aynı etkiyi yapar. Bu iki etkinin toplamı "Ay-Güneş presesyonu" nu oluşturur. Sonuçta P kutbu Q çevresinde ϵ yarıçaplı bir çember üzerinde hareket eder.

1950 de kutup yıldızı α UMi yöresinde bulunan P kutup noktası, 1950 + 13000 = 14950 yılında çaplamasına karşı taraftaki α Lyr (Vega) yıldızına yönelmiş olacaktır.

Aslında ϵ açısı sabit kalmaz, az da olsa değişir. En eski ölçümleri de dikkate alarak yapılan bir değerlendirme ile ϵ açısının zamanla azaldığı görülmektedir. Bu değişimi veren formül aşıağıda verildiğı gibi elde edilmiştir :

$$\epsilon = 23^{\circ} 27' 08''.26 - 46''.845 T - 0''.0059 T^2 + 0''.00181 T^3 \dots (2)$$

Burada T, 1900.0 den beri geçen yüzyıl sayısıdır. Bu eğim açısının yıllık azalması, ortalama olarak $0''.5$ yöresindedir. Ayrıca 1 yıl içerisinde $1''$ den küçük olan salınım şeklinde değişimler de olmaktadır. Ancak ϵ da sürekli azalmanın olmadığı da ön görülmektedir. Öyle ki bu azalmanın M.S 6000 yılına kadar süreceğı tahmin edilmektedir. ϵ daki azalmanın yıllık değeri yaklaşık $4''.68$ kadardır. Bu değişimin temelinde, tutulumun gerçekte sabit olmaması onun da bir devinim içinde olması bulunmaktadır. ϵ daki bu azalma ya da “tutulunun presesyonu” denir. Bunun nedeni de gezegenlerin çekim kuvvetlerinin neden oldukları tedirginliktir. Bu nedenle buna “gezegen presesyonu” da denir.

$$\psi = 50''.3708 + 0''.0050T$$

$$\lambda' = 0''.1247 - 0''.0188T$$

$$p = 50''.2564 + 0''.0222T$$

$$m = 3^s.07234 + 0^s.00186T$$

$$n = 20''.0468 - 0''.0085T$$

Bunlar bir yıllık bileşenlerdir. Bu değerler, indirgeme hesaplarında kullanılır. Ancak bunun için genel presesyona ait formüller gereklidir :

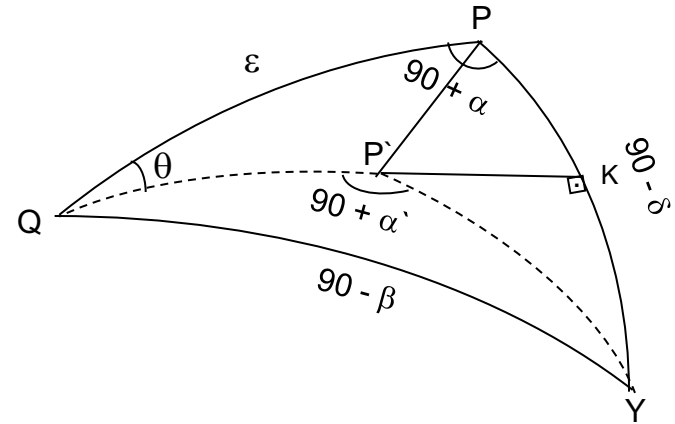
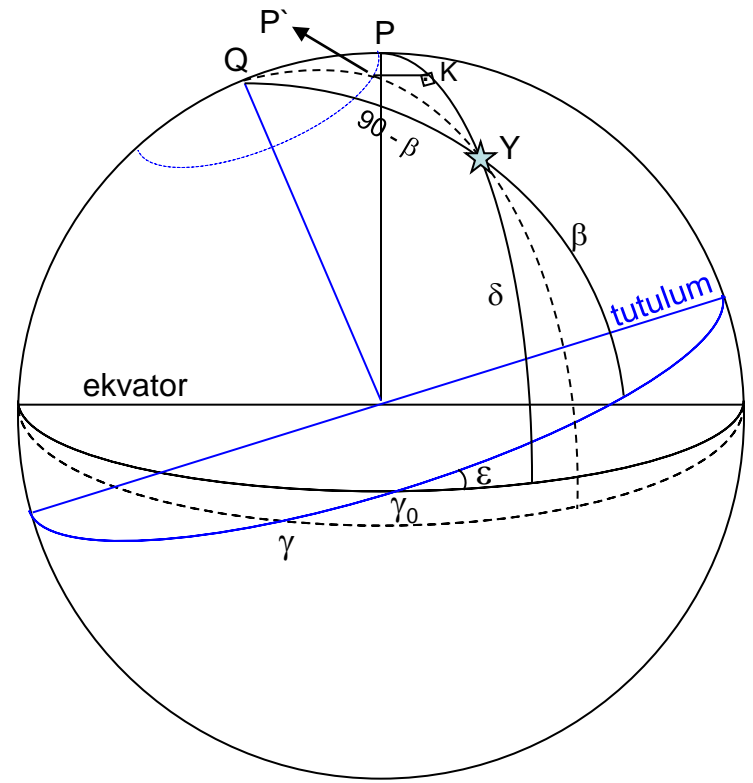
t_0 tarihinde ilim noktasının yeri γ_0 , Y yıldızının kon sayıları (λ, β) , (α, δ) olsun.

$t_0 + t$ tarihinde ise ilim noktası γ da ve Y yıldızının kon sayıları (λ', β') , (α', δ') olsun. t zamanında (yıl) γ_0 'ın boylamdaki presesyonu $\gamma_0\gamma = \theta$. Yani, boylamda t yıllık genel presesyon θ dir. O zaman,

$$\lambda' = \lambda + \theta \quad , \quad \beta' = \beta \quad \dots\dots(3)$$

$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha \quad , \quad \delta' = \delta + \Delta\delta \quad \dots\dots(4)$$

yazılabilir.



$$PY = 90 - \delta \quad , \quad Q\hat{P}Y = 90 + \alpha \quad , \quad KY = 90 - \delta'$$

$$P'Y = 90 - \delta' \quad , \quad Q\hat{P}'Y = 90 + \alpha' \quad , \quad PK = PY - KY$$

$$PK = (90 - \delta) - (90 - \delta')$$

$$PK = \delta' - \delta = \Delta\delta$$

$$QY = 90 - \beta \quad , \quad P\hat{Q}Y = 90 - \lambda \quad , \quad Q\hat{P}P' = 90^\circ$$

$$P'\hat{Q}Y = 90 - \lambda' \quad , \quad P'\hat{P}K \cong \alpha$$

Buna göre $PP'K$ ucgeninden,

$$\cos \alpha = \frac{PK}{PP'} \Rightarrow \Delta\delta = PK = PP' \cos \alpha$$

dir. θ acisi küçük oldugundan PQP' ucgeninden,

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin 90} = \frac{\sin PP'}{\sin \theta} \Rightarrow \sin \varepsilon = \frac{PP'}{\theta} \Rightarrow PP' = \theta \sin \varepsilon$$

dolayisiyle,

$$\Delta\delta = \theta \sin \varepsilon \cos \alpha \quad \dots(5)$$

$$\Delta\alpha = \alpha' - \alpha \quad \text{icin} \quad ;$$

QPY ve $QP'Y$ ucgenlerinden,

$$QY = 90 - \beta$$

$$\cos(90 - \beta) = \cos \varepsilon \cos(90 - \delta) + \sin \varepsilon \sin(90 - \delta) \underbrace{\cos(90 + \alpha)}_{-\sin \alpha}$$

$$\sin \beta = \cos \varepsilon \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha$$

$$\cos(90 - \beta) = \cos \varepsilon \cos(90 - \delta') + \sin \varepsilon \sin(90 - \delta') \cos(90 + \alpha')$$

$$\sin \beta = \cos \varepsilon \sin \delta' - \sin \varepsilon \cos \delta' \sin \alpha'$$

Değişim çok küçük olduğundan şu yaklaşımlar yapılabilir :

$$[\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \text{ olduğunu hatırlayarak}]$$

$$\sin \delta' = \sin(\delta + \Delta\delta) \cong \sin \delta + \Delta\delta \cos \delta$$

$$[\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \text{ olduğunu hatırlayarak}]$$

$$\cos \delta' = \cos(\delta + \Delta\delta) \cong \cos \delta - \Delta\delta \sin \delta \quad \text{ve}$$

$$\sin \alpha' = \sin(\alpha + \Delta\alpha) \cong \sin \alpha + \Delta\alpha \cos \alpha$$

Bu yaklaşımlardan yararlanarak,

$$\sin \beta = \cos \varepsilon (\sin \delta + \Delta\delta \cos \delta) - \sin \varepsilon (\cos \delta - \Delta\delta \sin \delta) (\sin \alpha + \Delta\alpha \cos \alpha)$$

$$= \cos \varepsilon \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha \quad \text{O zaman,}$$

$$\cos \varepsilon \sin \delta + \Delta\delta \cos \varepsilon \cos \delta - \sin \varepsilon (\cos \delta \sin \alpha + \Delta\alpha \cos \alpha \cos \delta - \Delta\delta \sin \alpha \sin \delta - \Delta\alpha \Delta\delta \cos \alpha \sin \delta) = \\ \cos \varepsilon \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha$$

sadeleşme yaparak,

$$\Delta\delta \cos \varepsilon \cos \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha - \Delta\alpha \sin \varepsilon \cos \alpha \cos \delta + \Delta\delta \sin \varepsilon \sin \alpha \sin \delta + \Delta\alpha \Delta\delta \sin \varepsilon \cos \alpha \sin \delta = \\ - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha$$

sadeleşme yapıp $\Delta\alpha \Delta\delta \ll$ olduğundan bu çarpımı boşlayarak,

$$\Delta\delta \cos \varepsilon \cos \delta - \Delta\alpha \sin \varepsilon \cos \alpha \cos \delta + \Delta\delta \sin \varepsilon \sin \alpha \sin \delta = 0$$

Buradan,

$$\Delta\delta (\cos \varepsilon \cos \delta + \sin \varepsilon \sin \alpha \sin \delta) = \Delta\alpha \sin \varepsilon \cos \alpha \cos \delta$$

$$\Delta\delta = \theta \sin \varepsilon \cos \alpha \quad \text{idi. O zaman,}$$

$$\theta \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cos \alpha \cos \delta + \theta \sin^2 \varepsilon \sin \alpha \cos \alpha \sin \delta = \Delta\alpha \sin \varepsilon \cos \alpha \cos \delta$$

$$\sin \varepsilon \cos \alpha \cos \delta (\theta \cos \varepsilon + \theta \sin \varepsilon \sin \alpha \tan \delta) = \Delta\alpha \sin \varepsilon \cos \alpha \cos \delta$$

$$\Delta\alpha = \theta \cos \varepsilon + \theta \sin \varepsilon \sin \alpha \tan \delta$$

ve böylece,

$$\Delta\alpha = \theta (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha \tan \delta) \quad \dots(6)$$

bulunur.

Eğer (5) ve (6) denklemlerindeki θ yerine Ψ kullanılırsa, yıllık Ay-Güneş presesyondan ileri gelen değişimler bulunur, p kullanılırsa, genel presesyondan ileri gelen değişimler bulunur. Uygulamada p yerine m ve n sayılarının kullanımı daha uygun olmaktadır. Bu durumda (5) ve (6) denklemleri yerine,

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= m + n \sin\alpha \tan\delta \\ \Delta\delta &= m \cos\alpha \end{aligned} \right\} \dots(7)$$

genel presesyon formülleri kullanılır. Tutulum boylamı ise (3) e göre,

$$\lambda' = \lambda + t p \quad \dots(8)$$

olur.

2- b) Nütasyon (Yer'in dönme ekseninin salınımı) :

Ay ve Güneş'in çekim kuvvetleri yıl boyunca aynı kalsaydı P kutbuna ait presesyon yörüngesi bir çember olurdu. Ay-Güneş presesyonu yıl boyunca düzgün olurdu. Gerçekte tedirgin edici olaylar vardır. Bunlar, ve bu olayların etkileri şöyle sıralanabilir :

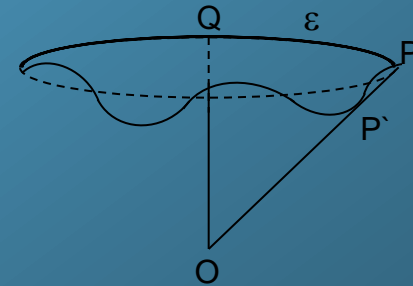
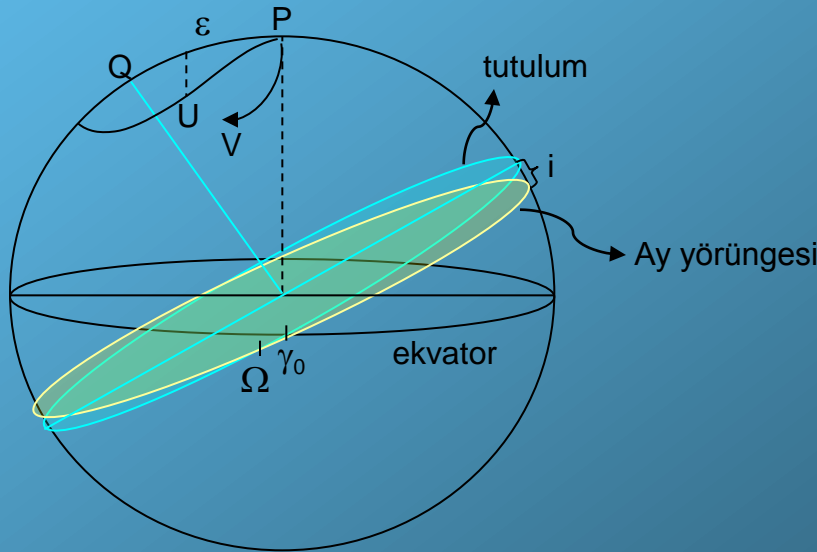
i) Güneş tutulum boyunca yıllık hareketini sürdürür. Bir yıldızıl yılda iki kez ekvatorundan geçer (Mart ve Eylülde) ve R_1 ile R_2 yatırıcı kuvvetler sıfır olur. Yörünge elips olduğundan dolayı çekim kuvveti

en beride maksimum en ötede ise minimum düzeydedir. Bu nedenle Güneş presesyonunu ikinci dereceden etkileyen bir terim olmalıdır. Bu terim, 6 ay içinde yinelenen ve Güneş'in λ_0 boylamına bağlı olan bir terim olmalıdır. Bunun için en uygun fonksiyon $\sin 2\lambda_0$ dir.

ii) Ay için de aynı durum söz konusudur. Buradaki yineleme $\frac{1}{2}$ yıldızıl ay dır. O zaman bu olaydan gelecek terim de $\sin 2\lambda_C$ olmalıdır. Burada λ_C , Ay'ın tutulum boylamıdır.

iii) Ay yörüngesi ile tutulum düzlemi arasındaki $i = 5^\circ 11'$ lık bir açı vardır. Dolayısıyla Ay yörüngesinin kutbu **Q** da değil, ondan i uzaklığında bir **U** noktasındadır.

O zaman Ay çekiminin şişkin Yer küresine uyguladığı çekim etkisi nedeniyle, eğer Güneş'in uyguladığı çekimi dikkate almazsak, **P** noktası **U** merkezli bir çember hareketi yapmalı. Bunun sonucunda,



- γ noktası yine batıya doru kayma hareketi yapar, Güneş'in oluşturduğu etki ile birlikte **Ay-Güneş presesyonu** olur ve bunun matematiksel ifadesi Ψt idi. Burada t yıl biriminde zamandır.
- P nin Q ya uzaklığı sabit değil değişken olur. Yani tutulumun ε eğimi, $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ gibi değerler alır. Burada $\varepsilon =$ sabit, $\Delta\varepsilon$ değişir.
- Ayrıca U kutbu Q merkezli $i = 5^\circ 11'$ yarıçaplı ve 18.6 yıl dönemli bir çember hareketi yapar. Bunun sonucu P nin **yörüngesinde bir dalgalanma** olur. Bu dalgalanma çıkış ve iniş düğümlerinin dikkate alınmasıyla $\sin \Omega$ ve $\sin 2\Omega$ lı terimleri gerektirir. Burada Ω çıkış düğümünün boylamıdır.

Bütün bu etkilerden iki önemli sonuç ortaya çıkar. Bunlar,

1- γ nın boylam hareketinin tam anlatımı

2- Tutulumun $\Delta\varepsilon$ değişimini veren bağıntı

bulunmuş oluyor. γ nın boylam hareketini veren ifade,

$$a t + b \sin \Omega + c \sin 2\Omega + d \sin 2\lambda_{\odot} + e \sin 2\lambda_{\text{C}} \dots(1)$$

olmalı. 1900.0 yılı Ocak 0, Greenwich gün ortası zamanına göre bu katsayılar (Kızılırmak, 1977),

$$a = \Psi = 50''.3708 + 0''.0050 T \text{ (Ay-Güneş presesyonu)}$$

$$b = -17''.2327 + 0''.01737 T$$

$$c = + 0''.2088 + 0''.00002 T$$

$$d = - 1''.2729 - 0''.00013 T$$

$$e = - 0''.2037 - 0''.00002 T$$

İlk terim (a), boylamda Ay-Güneş presesyonudur. Diğer terimlerin toplamı olan,

$$\Delta\Psi = b \sin \Omega + c \sin 2\Omega + d \sin 2\lambda_{\odot} + e \sin 2\lambda_{\text{C}} \dots(2)$$

ifadesine de “**boylamda nütasyon**” denir. Yani genel anlamda, nütasyon, Ay-Güneş presesyonunun uğramış olduğu dalgalanmalar toplamıdır.

Tutulunun ε eğikliğinin $\Delta\varepsilon$ değişimini veren ifade ise, (2) ye benzer bir şekilde,

$$\Delta\varepsilon = b_1 \cos \Omega + c_1 \cos 2\Omega + d_1 \cos 2\lambda_0 + e_1 \sin 2\lambda_C \dots(3)$$

olmalıdır. Çünkü ε nun değişimi QP uzaklığının değişimidir. P ile γ arası 90° olduğuna göre P nin bu değişimi γ ile aynı ama 90° evre farkıyla olur. Bu nedenle kosinüslü terimler oluşur. Buradaki b_1 katsayısına “Nütasyon sabiti” denir. Woolard’a göre bu katsayıların değerleri (bkz. Kızılırmak, 1977) ;

$$b_1 = + 9''.2100 + 0''.00091 T \quad : \text{Nütasyon sabiti}$$

$$c_1 = - 0''.0904 + 0''.00004 T$$

$$d_1 = + 0''.5522 - 0''.00029 T$$

$$e_1 = + 0''.0884 - 0''.00005 T$$

$\Delta\varepsilon$ nun (α , δ) kon sayılarına etkisi :

QPY küresel üçgeninde PY kenarına cos teoremi uygulanırsa,
 $\cos (90 - \delta) = \cos (90 - \beta) \cos \varepsilon + \sin (90 - \beta) \sin \varepsilon \cos (90 - \lambda)$
 $\sin \delta = \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin \lambda \dots(4)$

