

KAYAÇLARA ETKİ EDEN KUVVETLER

Yerçekimi ve Yüzey Kuvvetleri

Kayaçlara uzun dönemli olarak etki eden en önemli kuvvetler **yerçekiminden** ve kaya sistemleri arasındaki **dokanaktan** kayanaktan kaynaklanmaktadır.

Yerçekimi kuvvetleri daima mevcuttur ve kayacın yerküredeki yerçekimi alanı içerisindeki konumuna bağlıdır. Kuvvet eşitlikleri Newton'un ikinci kanunu ile açıklanmaktadır:

Eğer bir cisim üzerine etki eden bileşke kuvvet sıfır değil ise, cisim bileşke kuvvetin büyüklüğü ile orantılı olarak bileşke kuvvetin uygulama yönünde bir ivme kazanır.

1 kg'lık kütle (m) sahip bir kayaca yerçekimi ivmesi (g) kapsamında etki eden kuvvet aşağıdaki eşitlik ile açıklanmaktadır:

$$\text{Yerçekimi Kuvveti} = F = m \cdot g = (1 \text{ kg}) \cdot (9.81 \text{ m / sn}^2) = 9.81 \text{ Newton veya N}$$

Yerçekimi kuvveti mesafe ve etkilenen malzemenin miktarına bağlı olarak değişmektedir. Bu tip kuvvetlere ***cisim kuvvetleri*** denmektedir.

Kayaçlara etki eden bir diğer kuvvet grubu komşu kaya sistemleri arasındaki dokanak yüzeylerinden kaynaklanmaktadır. Bu tip kuvvetlere ***yüzey kuvvetleri*** adı verilmektedir. Bu kuvvetler kayacı oluşturan bir taneyi, fay bloklarını veya litosferik levhaları iter veya çekerler.

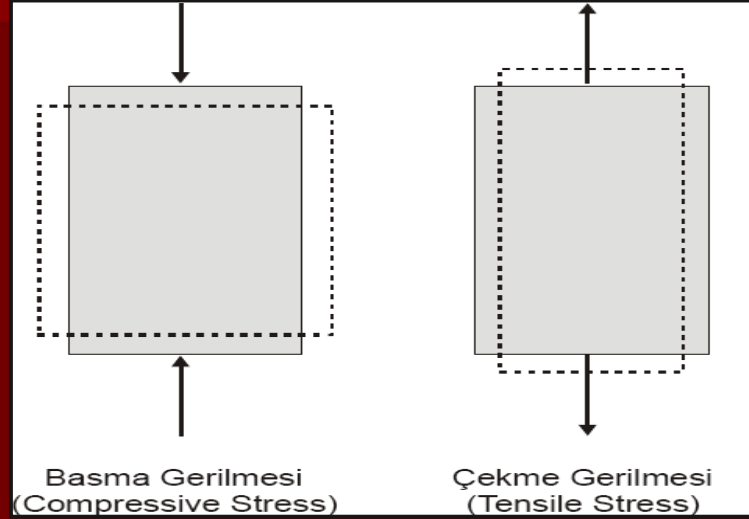
Bir yüzey kuvvetinin büyüklüğü göz önüne alınan alanın büyüklüğüne bağlıdır. Yüzey kuvvetleri dokanakta etkili olduğu gibi kaya içinde de herhangi bir düzlemde etkili olabilmektedir.

Gerilme (Stress) σ

Kayanın birim alanına etkiyen kuvvet gerilme olarak tanımlanır (kuvvet/uzunluk²) ve SI cinsinden birimi N/m² dir.

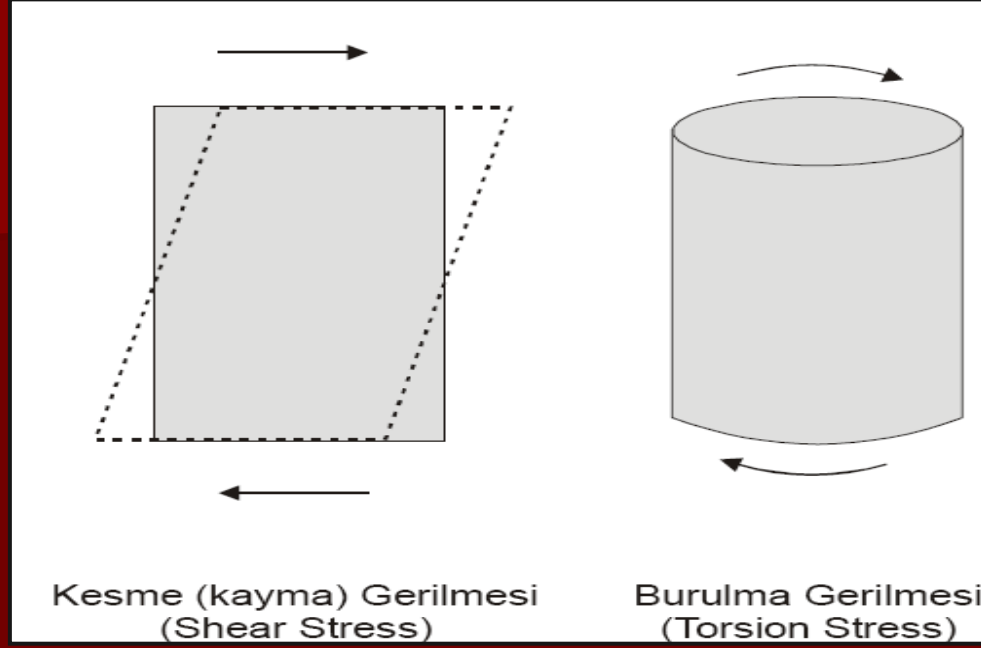
Gerilme Çeşitleri

Gerilme etkime şekillerine göre aşağıdaki biçimlerde görülür.



Basma gerilmesi (σ_B) aynı doğrultuda birbirlerine doğru ve zıt yönlerdeki kuvvetlerin oluşturduğu gerilmelerdir ve kayaların boylarında bir kısalma, enlerinde ise bir genişlemeye neden olurlar.

Çekme gerilmesi (σ_C) aynı doğrultuda birbirlerinden uzaklaşan ve zıt yönlerdeki kuvvetlerin oluşturduğu gerilmelerdir ve kayaların boylarında bir uzama, enlerinde ise bir daralmaya neden olurlar.



Kesme (kayma) gerilmesi (τ) kenarlar boyunca farklı doğrultuda ve zıt yönlerdeki kuvvetlerin oluşturduğu gerilmelerdir ve kayalarda şekil değişikliğine neden olurlar.

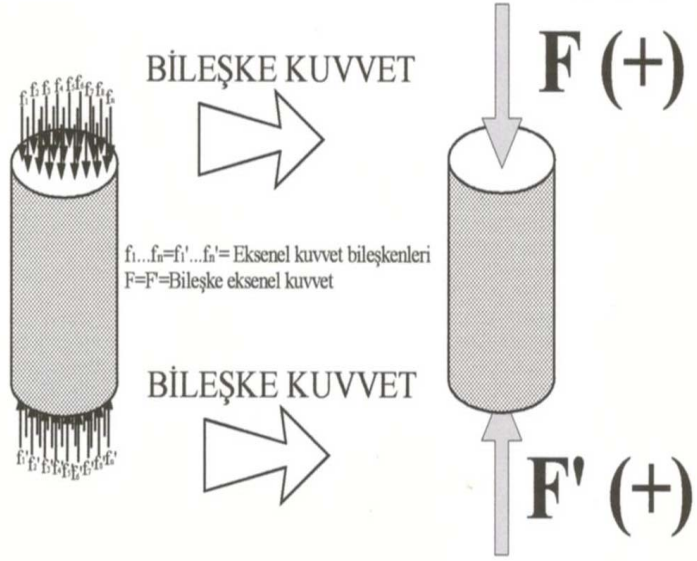
Burulma gerilmesi (σ_T) farklı iki noktadan kaya içerisinde dönme oluşturacak biçimde etkiyen gerilmelerdir.

■ Sıkıştırma ve Çekme Kuvvetleri

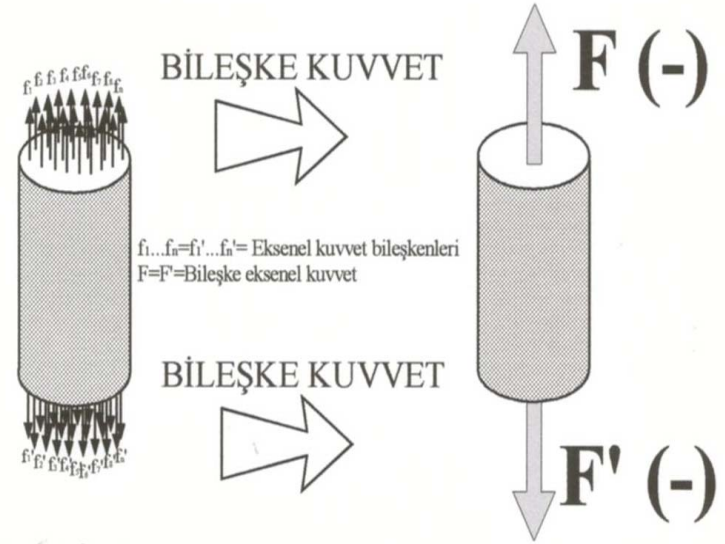
Yüzey kuvvetleri **sıkıştırma** veya **çekme** olarak iki ana grupta sınıflandırılır. Bir düzleme etki eden kuvvet eğer düzlemin her iki tarafındaki partükülleri birbirine doğru yaklaşıyorsa bu kuvvete **sıkıştırma kuvveti** adı verilir. Eğer düzlemin her iki tarafındaki partüküller birbirinden uzaklaşıyorsa bu tip kuvvete **çekme kuvveti** adı verilir. Sıkıştırma kuvvetleri pozitif (+) olarak kabul edilir ve etkime düzlemine doğru yönelmiş vektörlerle ifade edilirler. Çekme kuvvetleri negatif (-) işaretiyle gösterilir ve etkime düzleminin aksi yönünde yönelen vektörlerle ifade edilir.

Sıkıştırma ve çekme kuvvetleri göz önüne alınan bir alanın tümüne etki edebileceği gibi söz konusu alanın tek bir noktasına da etki edebilir. Bu ders kapsamında kuvvetlerin bütün alanda etkili oldukları göz önüne alınacaktır ve kuvvet vektörlerinin bileşkesi bir vektörle ifade edilecektir . Kaya mekaniğinde kayaçların tanımlanmasında kullanılan "**nokta yük kuvveti**" değerinde etkili olan kuvvet bir düzleme tek bir noktada etki etmektedir.

EKSENEL SIKIŞTIRMA KUVVETİNİN TANIMLANMASI

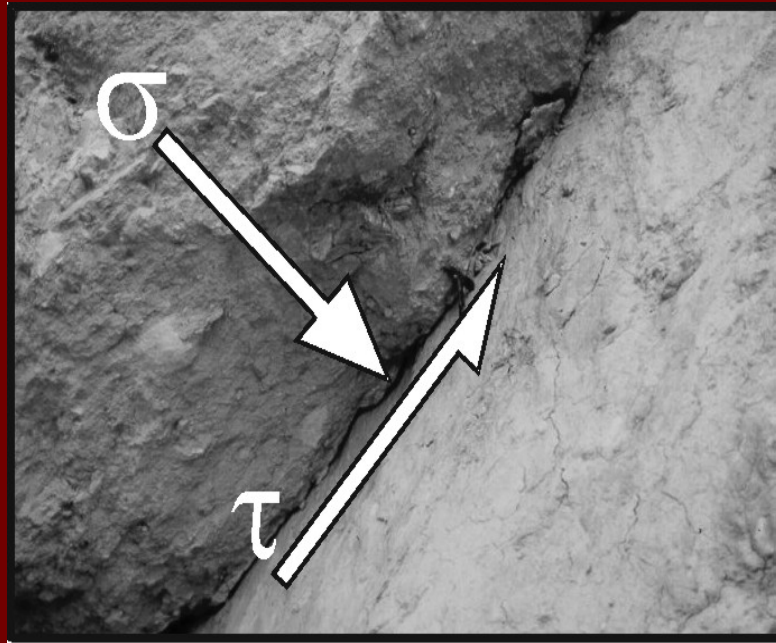


EKSENEL ÇEKME KUVVETİNİN TANIMLANMASI



Normal ve Makaslama Kuvvetleri

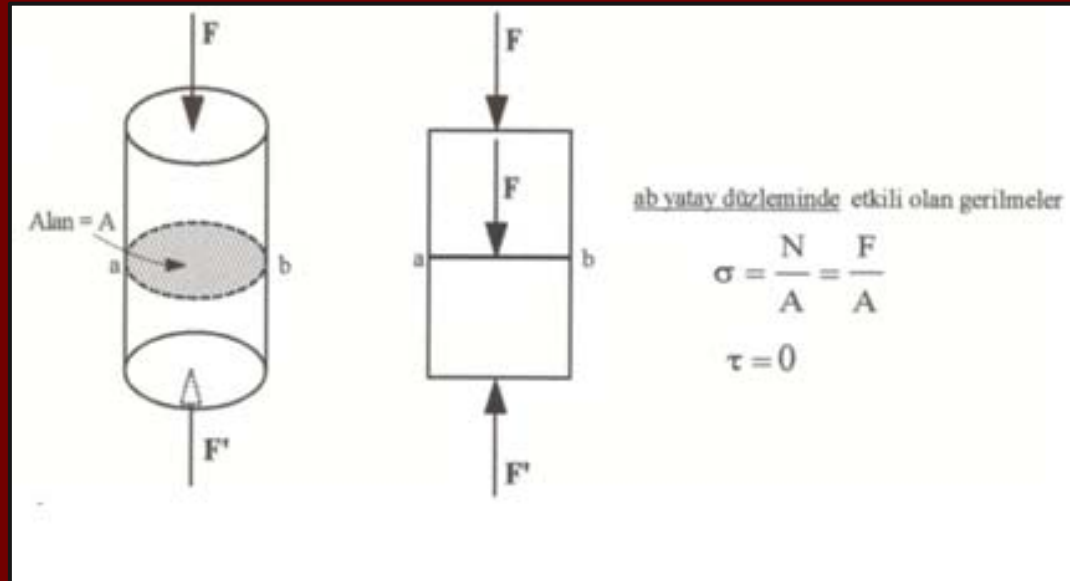
Bir düzlemdeki kuvvetler düzleme farklı açılarda etki edebilirler. Eğer kuvvet düzleme dik açı ile etki ediyorsa (düzleme normal) bu kuvvet **normal kuvvet** olarak tanımlanır. Normal kuvvetlerin bileşenleri n (n') ve bileşkesi N (N') ile ifade edilir. Eğer kuvvet düzleme paralel veya normale dik açı ile etki ediyorsa bu kuvvet **makaslama kuvveti** olarak tanımlanır. Makaslama kuvveti için *kesme*, *teğetsel* veya *kayma* isimleri de verilmektedir. Makaslama kuvvetinin bileşenleri t (t') ve bileşkesi T (T') ile ifade edilir.

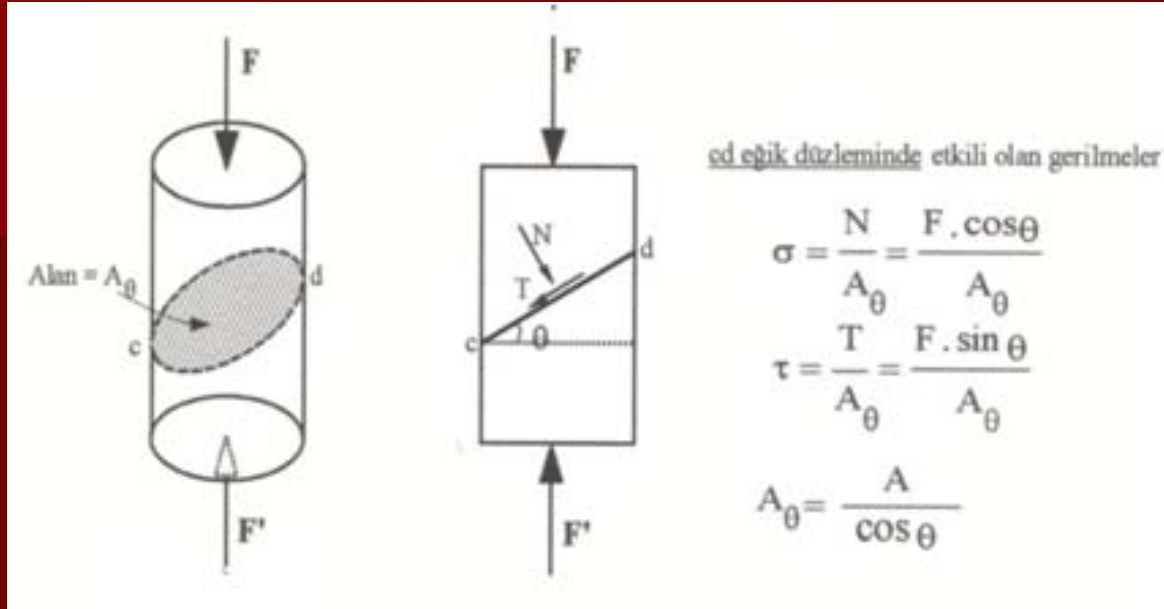


Gerilmelerin Sınıflandırılması

Gerilme analizlerinde bir yüzeye etki eden kuvvet vektörlerinin bileşkesi alınarak hesaplamalar yapılır. Gerilmeler uygulanan kuvvetlere bağlı olarak başlıca iki ana grupta göz önüne alınır:

Normal (Eksenel) Gerilme : Birim alana dik açı ile etki eden gerilmedir ve sigma (σ) ile ifade edilir. Normal gerilme, etkime yönüne göre **sıkışma gerilmesi** (+) ve **çekme gerilmesi** (-) olarak iki tiptedir.





- **Teğetsel (Kesme veya Makaslama) Gerilme** : Birim alana paralel olarak etki eden gerilmedir ve tau (τ) ile ifade edilir. Teğetsel gerilme, aksi saat yönünde ise (+) ve saat yönünde ise (-) işaretlerini alır.

Gerilme Birimleri (SI)

Eğer birim alana etki eden F kuvvetinin normal bileşeni N ve teğetsel bileşeni T olursa, gerilme eşitliklerinde kullanılan birimler aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\text{Normal Gerilme} = \sigma = \frac{N}{A} = \frac{N}{m^2}$$

$$\text{Teğetsel Gerilme} = \tau = \frac{T}{A} = \frac{N}{m^2}$$

N/m² birimi Pascal (Pa) olarak tanımlanır:

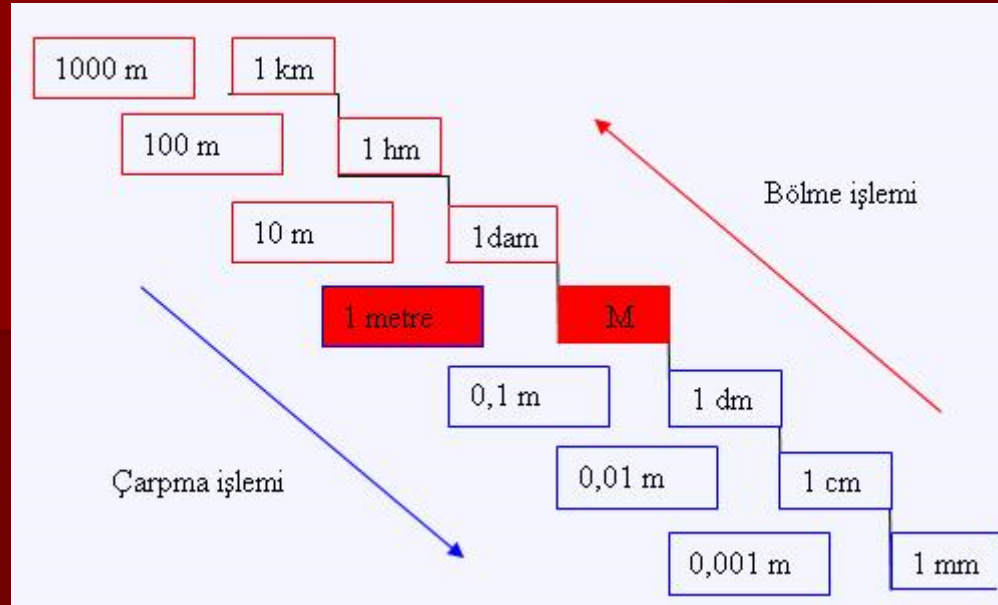
$$1 \frac{N}{m^2} = 1 \text{ Pa}$$

Mühendislik uygulamalarında 1 Pa oldukça küçük bir değer olduğundan aşağıdaki çarpımlar genelde kullanılmaktadır.

$$1 \text{ kPa (kilopascal)} = 10^3 \text{ Pa} = 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa (megapascal)} = 10^6 \text{ Pa} = 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ GPa (gigapascal)} = 10^9 \text{ Pa} = 10^9 \text{ N/m}^2$$



Metrekarenin Katları

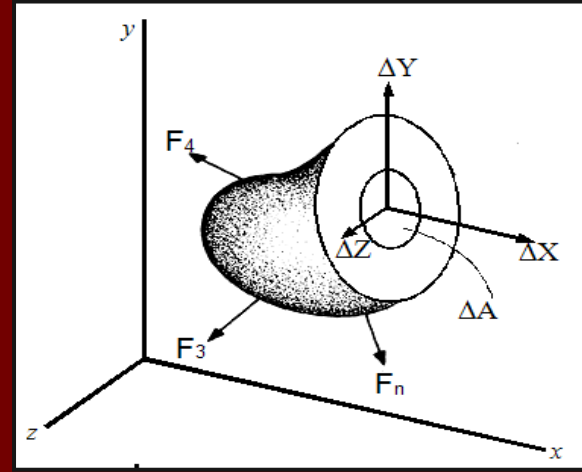
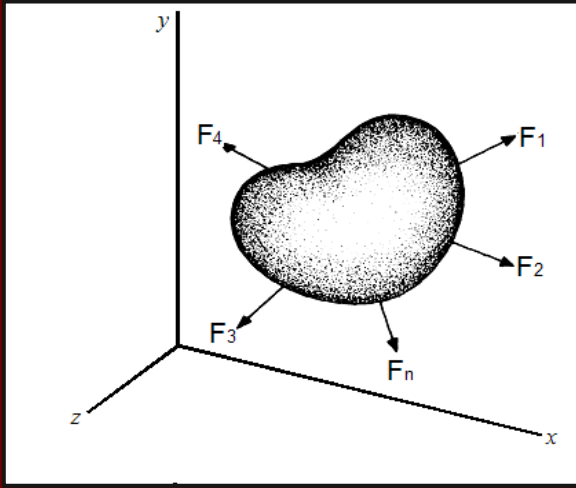
- Dekametrekare (dam²) ve $1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$
- Hektometrekare (hm²) ve $1 \text{ hm}^2 = 10000 \text{ m}^2$
- Kilometrekare (km²) ve $1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2$

Metrekarenin Askatları

- Desimetrekare (dm²) ve $1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$
- Santimetrekare (cm²) ve $1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$
- Milimetrekare (mm²) ve $1 \text{ mm}^2 = 0,000001 \text{ m}^2$

GENEL YÜKLENME KOŞULLARINDA GERİLME ;GERİLME BİLEŞENLERİ

Önceki bölümlerde verilen gerilme koşulları tek eksen (eksenel) boyunca uygulanan kuvvetlerle sınırlıdır. Gerçek koşulların çoğunda, göz önüne alınan cisim her yönden gelen kuvvetlerin neden olduğu gerilmelerin etkisi altındadır.

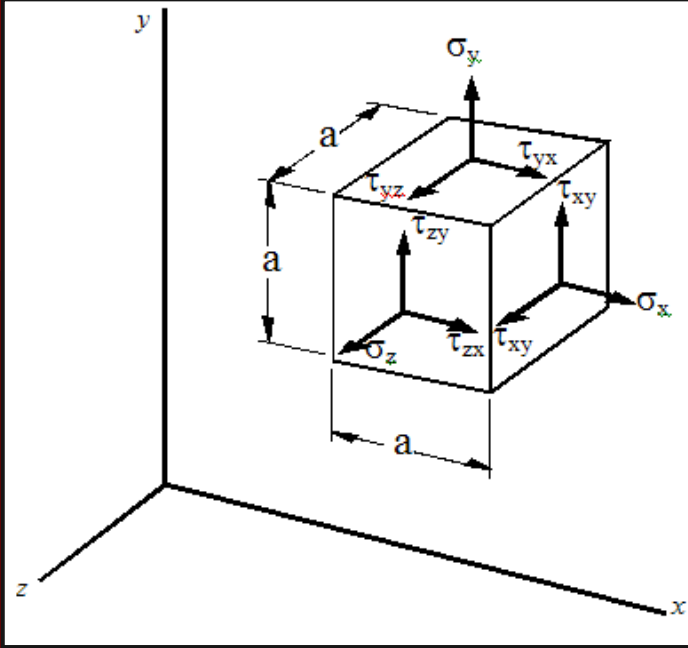


$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta A}$$

$$\tau_{xy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta A}$$

$$\tau_{xz} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Z}{\Delta A}$$

σ_x , τ_{xy} ve τ_{xz} ifadelerindeki birinci indisler gerilmelerin etkili olduğu düzleme dik olan eksenini tanımlamaktadır (x-ekseni). τ_{xy} ve τ_{xz} ifadelerindeki ikinci indisler ise bileşenin yönünü tanımlamaktadır.



Yandaki verilen cisim içinden alınan kenar uzunluğu a olan bir kübün her yüzeyinde bir normal gerilme ve iki makaslama gerilmesi olmak üzere toplam 3 gerilme etkili olacaktır. Kübün altı yüzeyinde ise 6 normal gerilme ve 12 makaslama gerilmesi olmak üzere toplam 18 gerilme etkili olacaktır. Yandaki şekilde kübün görünen üç yüzeyinde etkili olan üç normal gerilme ve 6 makaslama gerilmesi olmak üzere toplam 9 gerilme oluşacağı görülmektedir. Görünmeyen diğer üç yüzeyde ise, görünen yüzeylerdeki gerilme değerleri ile aynı büyüklükte fakat aksi yönde toplam 9 gerilme mevcuttur:

yz-düzleminde etkili olan gerilmeler : $\pm\sigma_x$ $\pm\tau_{xy}$ ve $\pm\tau_{xz}$

xy-düzleminde etkili olan gerilmeler : $\pm\sigma_z$ $\pm\tau_{zy}$ ve $\pm\tau_{zx}$

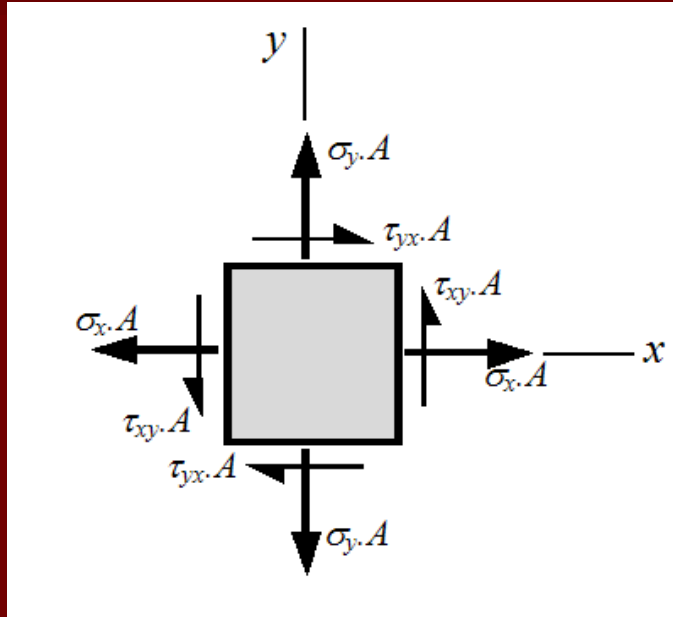
xz-düzleminde etkili olan gerilmeler : $\pm\sigma_y$ $\pm\tau_{yx}$ ve $\pm\tau_{yz}$

Makaslama Gerilmeleri Bileşenleri Arasındaki İlişkiler

Yukarıda verilen kübün her yüzeyinin alanı A 'dır. Koordinat eksenleri kübün merkezinde yer alan Q noktasında kesişirse aşağıdaki 3 kuvvet ve 3 moment eşitlikleri yazılabilir:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$



z-eksenine göre olan moment eşitliğini göz önüne alırsak, xy-düzleminde oluşacak kuvvet vektörleri yandaki şekilde görüldüğü gibi olacaktır. z-eksenine göre momenti sıfırdan farklı olan kuvvetler sadece makaslama kuvvetleridir. Bu kuvvetler iki çift oluşturmakta olup, birincisi aksi saat yönünde (pozitif moment), diğeri de saat yönündedir (negatif moment). Buna göre,

$$\sum M_z = 0 : \quad (\tau_{xy} A) \cdot a - (\tau_{yx} A) \cdot a = 0$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

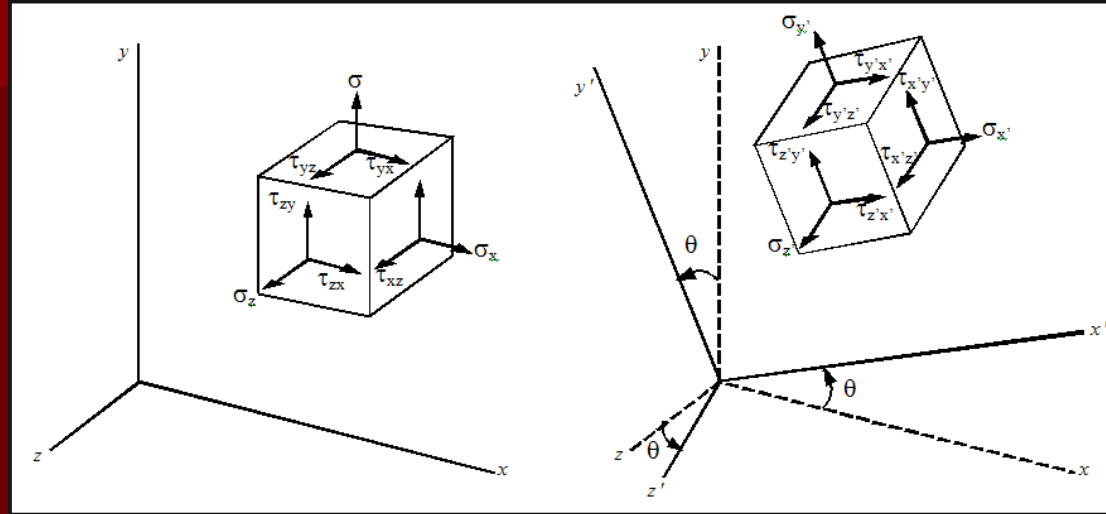
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

bir noktadaki gerilme koşulunu tanımlayabilmek için 9 yerine 6 gerilme bileşeninin bilinmesi gereklidir:

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz} \text{ ve } \tau_{zx}$$

DÜZLEMSEL GERİLME

Önceki bölümde merkezi Q olan bir kübün yüzeylerinde etkili olan gerilme koşullarının 6 bileşen ile tanımlanması analiz edilmiştir. Eğer koordinat eksenleri döndürülürse aynı gerilme koşulları için farklı bileşenlerin tanımlanması gerekecektir.



3 boyutlu gerilme koşullarında koordinat eksenlerinin döndürülmesi ile farklı açı değerlerinde yeni konumdaki kübün yüzeylerinde oluşacak gerilme değerlerinin hesaplanması 2 boyutlu çözümlerle gerçekleştirilecektir. Bu koşulda kübik elemanın karşılıklı iki yüzünde gerilme oluşmadığı kabul edilmektedir. Bu tip problemlerde gerilme oluşmayan yüzeyler z-ekseninin normal olduğu xy-düzlemidir. **Düzlemsel gerilme koşulu** olarak isimlendirilen bu koşulda aşağıdaki eşitlik geçerli olup, σ_x , σ_y , ve τ_{xy} gerilme bileşenleri ile tanımlanmaktadır:

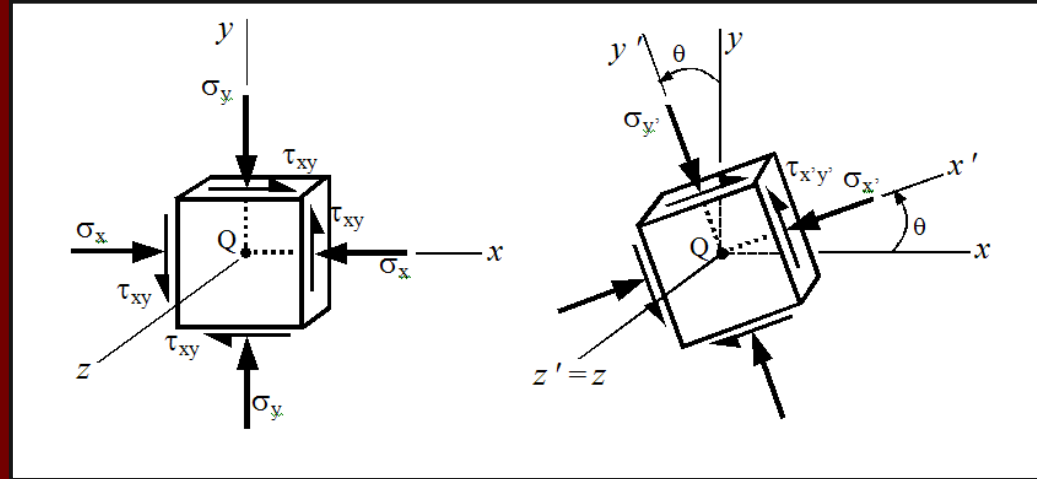
$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$$

Kübik elemanın z-ekseni etrafında θ açısı kadar aksi saat yönünde döndürüldüğünü kabul edelim. Aşağıdaki şekilde bu koşul gösterilmiştir. Burada amaç, kübün yeni konumunda yz-düzlemleri (x-eksenine dik olan yüzeyler) ve xz-düzlemlerinde (y-eksenine dik olan yüzeyler) oluşacak yeni gerilme değerlerinin, döndürme öncesi gerilme değerlerinin kullanılarak hesaplanmasıdır.

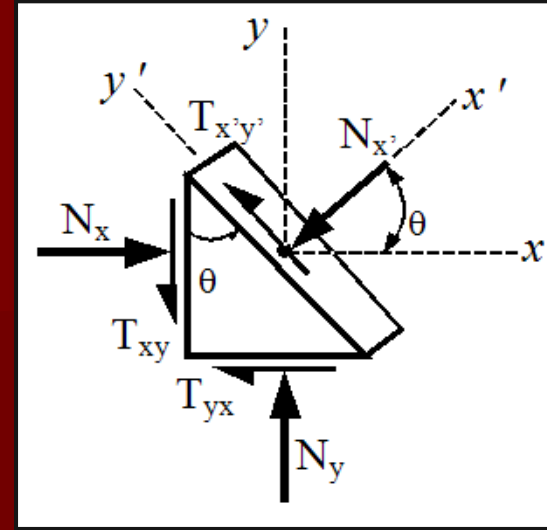
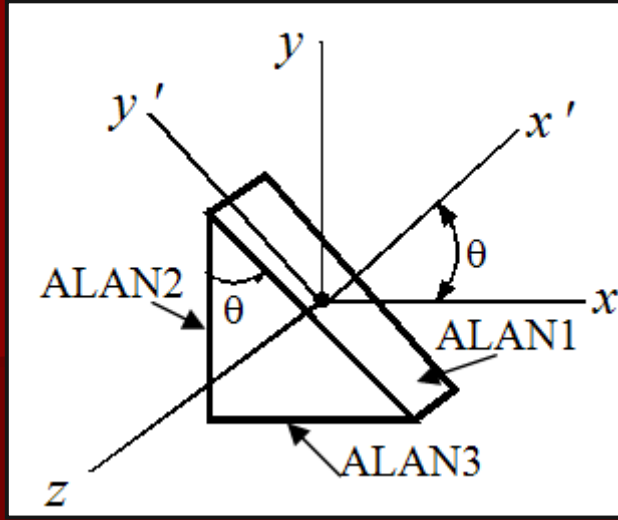
Bilinen değerler: $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ve θ

Hesaplanacak değerler: $\sigma_{x'}, \sigma_{y'}$ ve $\tau_{x'y'}$

Kübik elemanın z-eksenine dik olan xy-düzleminde döndürme öncesi ve sonrası gerilme değerleri sıfırdır.



x' -eksenine dik olan yüzeydeki normal ve makaslama gerilmelerinin hesaplanması için, x, y ve x' -eksenlerine dik açı yapan kübün prizmatik bir elemanı göz önüne alınacaktır.



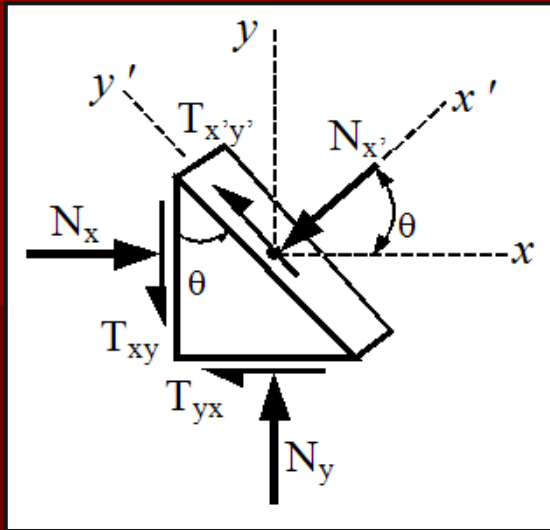
Yukardaki şekillerden de görüleceği gibi prizmatik elemanın toplam dört yüzeyi vardır. Bu yüzeylerden üçgen olanlarında herhangi bir gerilme mevcut değildir. Diğer üç yüzeyin alanları aşağıdaki eşitliklerle tanımlanacaktır:

$$x'\text{-eksenine dik olana alan, } ALAN1 = A$$

$$x\text{-eksenine dik olan alan, } ALAN2 = A \cdot \cos \theta$$

$$y\text{-eksenine dik olan alan, } ALAN3 = A \cdot \sin \theta$$

ALAN1 (A) x' -ekseni ile dik açı yapmaktadır ve kübün x' -ekseni ile dik açı yapan yüzeylerine paraleldir. Gerilme değerlerinden aşağıdaki kuvvet eşitlikleri tanımlanabilir:



$$N_{x'} = \sigma_{x'} \cdot A$$

$$T_{x'y'} = \tau_{x'y'} \cdot A$$

$$N_x = \sigma_x \cdot (A \cdot \cos \theta)$$

$$T_{xy} = \tau_{xy} \cdot (A \cdot \cos \theta)$$

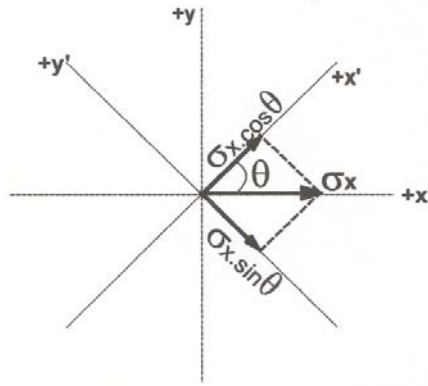
$$N_y = \sigma_y \cdot (A \cdot \sin \theta)$$

$$T_{yx} = \tau_{yx} \cdot (A \cdot \sin \theta)$$

Yukarıda verilen kuvvet eşitliklerinin x' ve y' -eksenlerindeki bileşenlerinin tanımlanması için x' ve y' -eksenlerindeki gerilme bileşenleri eşitlikleri kullanılabilir. $N_{x'}$ ve $T_{x'y'}$ vektörleri sırasıyla x' ve y' -eksenlerine paralel olduklarından tek bileşenden oluşacaktır. Buna göre bu kuvvetler gerilme değerlerine göre aşağıdaki eşitlikler ile tanımlanacaktır:

$$N_{x'} = \sigma_{x'} \cdot A$$

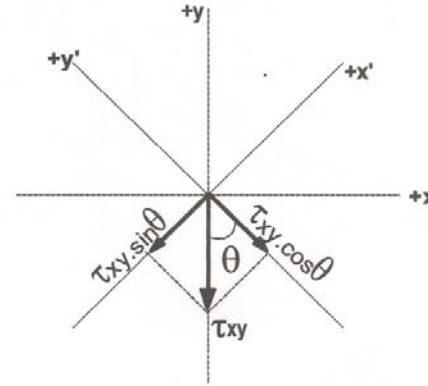
$$T_{x'y'} = \tau_{x'y'} \cdot A$$



σ_x vektörüne göre kuvvet eşitlikleri (N_x)

x'-ekseni için : (+) $N_{x1} = \sigma_x \cdot \cos\theta \cdot (A \cdot \cos\theta)$

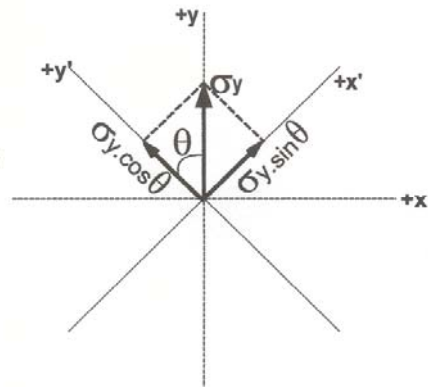
y'-ekseni için : (-) $N_{x2} = \sigma_x \cdot \sin\theta \cdot (A \cdot \cos\theta)$



τ_{xy} vektörüne göre kuvvet eşitlikleri (T_{xy})

x'-ekseni için : (-) $T_{xy1} = \tau_{xy} \cdot \sin\theta \cdot (A \cdot \cos\theta)$

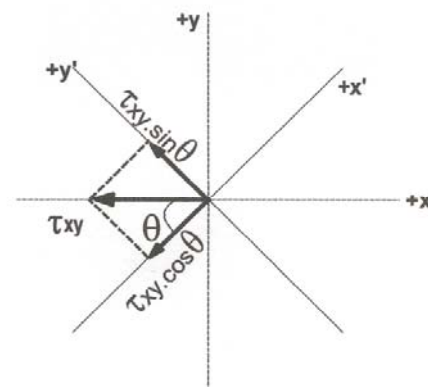
y'-ekseni için : (-) $T_{xy2} = \tau_{xy} \cdot \cos\theta \cdot (A \cdot \cos\theta)$



σ_y vektörüne göre kuvvet eşitlikleri (N_y)

x'-ekseni için : (+) $N_{y1} = \sigma_y \cdot \sin\theta \cdot (A \cdot \sin\theta)$

y'-ekseni için : (+) $N_{y2} = \sigma_y \cdot \cos\theta \cdot (A \cdot \sin\theta)$



τ_{yx} vektörüne göre kuvvet eşitlikleri (T_{yx})

x'-ekseni için : (-) $T_{yx1} = \tau_{yx} \cdot \cos\theta \cdot (A \cdot \sin\theta)$

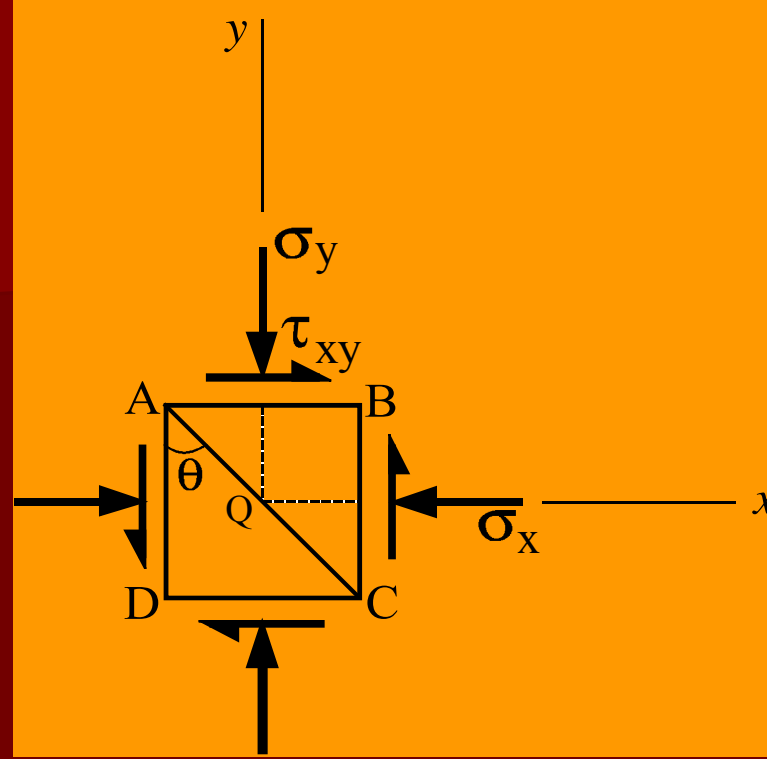
y'-ekseni için : (+) $T_{yx2} = \tau_{yx} \cdot \sin\theta \cdot (A \cdot \sin\theta)$

$$\sigma_{x'} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \cos 2\theta - \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

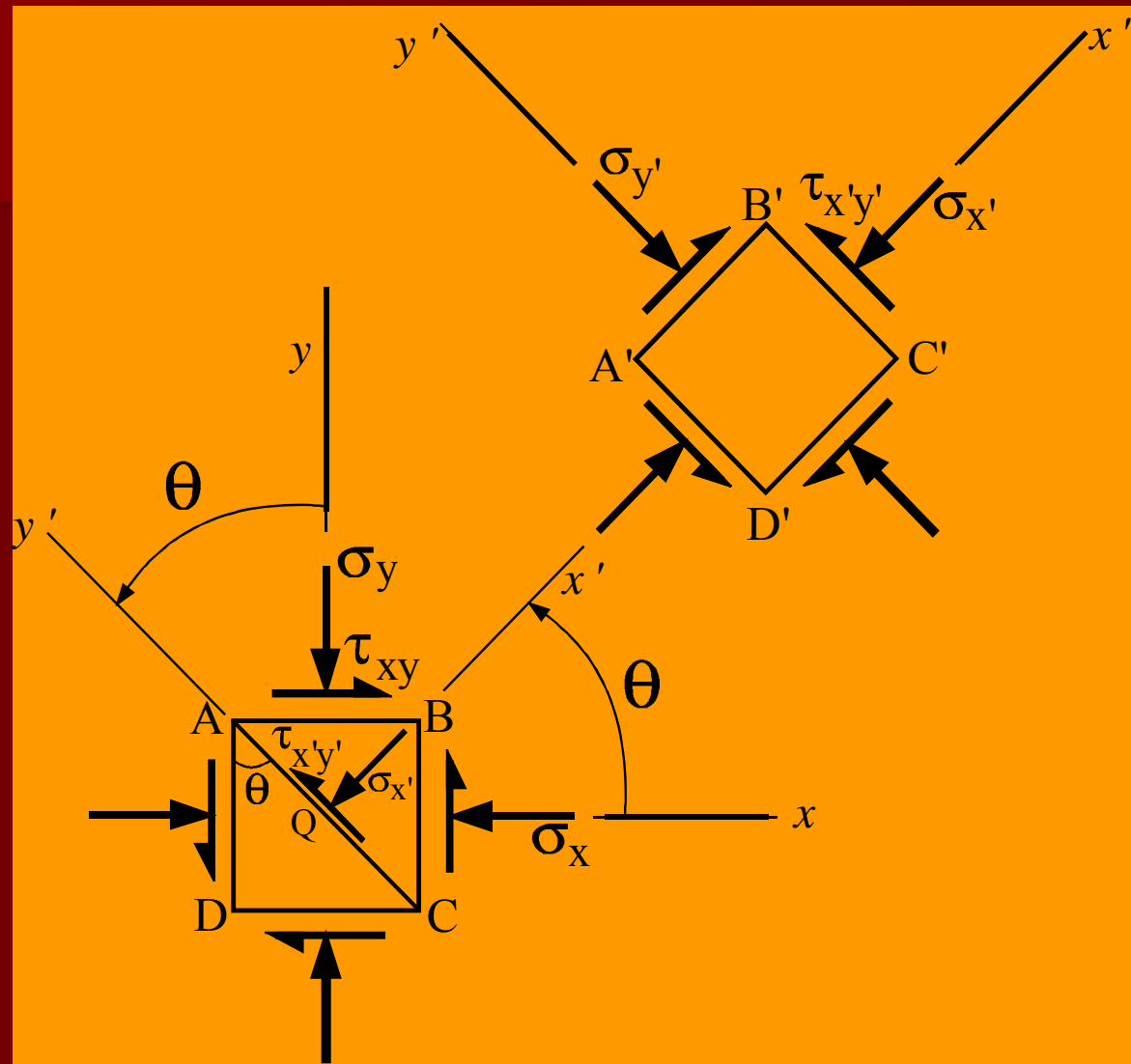
$$\tau_{x'y'} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

$$\sigma_{y'} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\tau_{y'x'} = - \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta \right]$$



Verilen gerilme koşullarına göre **normal** gerilmelerin **maksimum** ve **minimum** değerinde etkili olacağı düzlemleri θ açısına göre tanımlamak, Verilen gerilme koşullarına göre **makaslama** gerilmesinin **maksimum** ve **minimum** olduğu düzlemleri θ açısına göre tanımlamak.



$$\sigma_{x'} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \cos 2\theta - \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

$$\sigma_{x'} - \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \cos 2\theta - \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\left[\sigma_{x'} - \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \right]^2 = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \cos 2\theta - \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta \right]^2$$

$$\left[\tau_{x'y'} \right]^2 = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta \right]^2$$

+

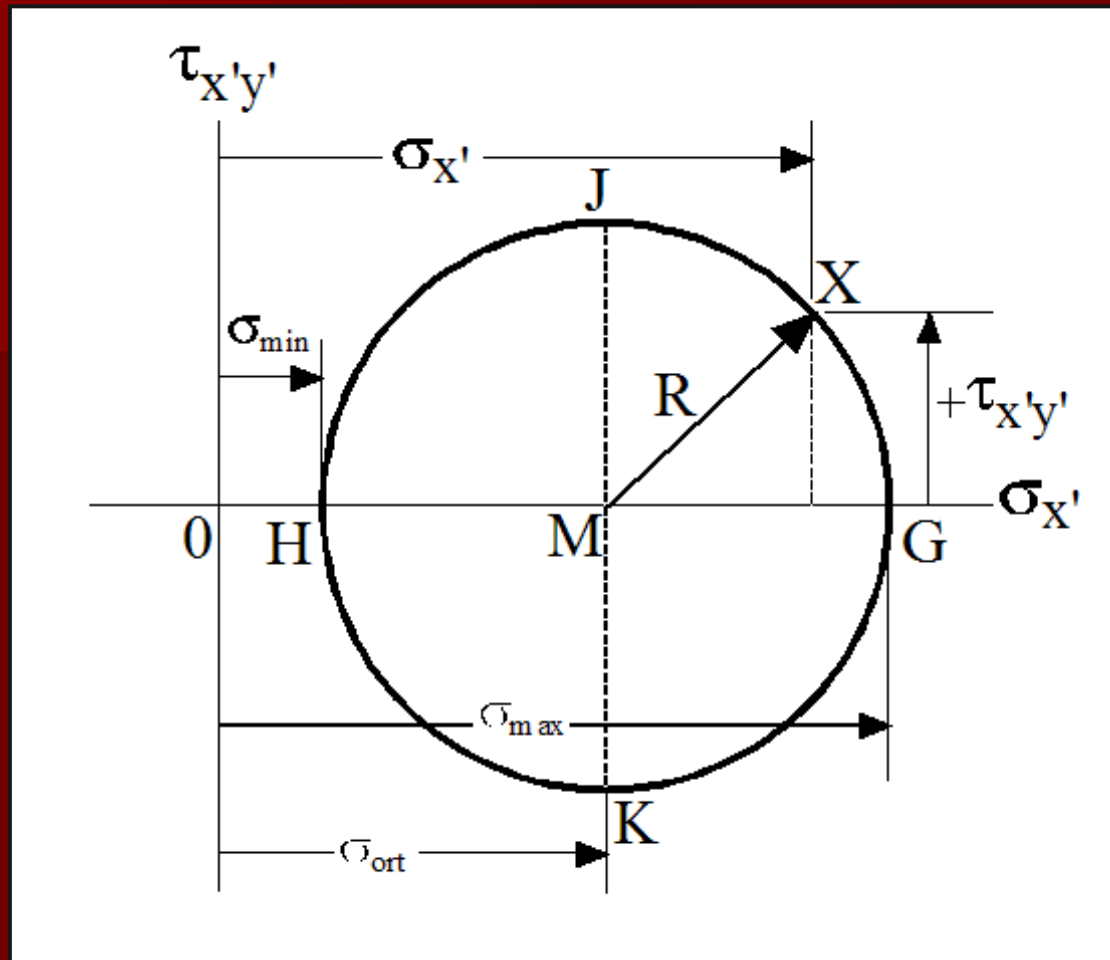
$$\left[\sigma_{x'} - \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \right]^2 + \left[\tau_{x'y'} \right]^2 = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \cos 2\theta - \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta \right]^2$$

$$\left[\sigma_{x'} - \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \right]^2 + [\tau_{x'y'}]^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + (\tau_{xy})^2$$

$$\sigma_{ort} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

$$R^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + (\tau_{xy})^2 \quad \text{veya} \quad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

$$(\sigma_{x'} - \sigma_{ort})^2 + (\tau_{x'y'} - 0)^2 = R^2$$

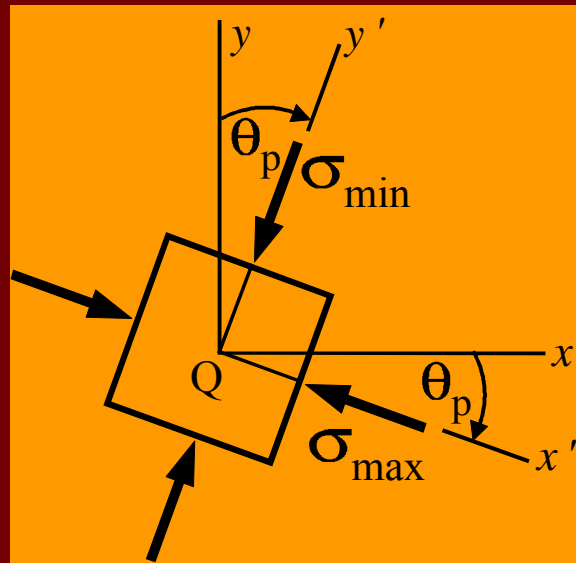


$$(\sigma_{y'} - \sigma_{ort})^2 + (-\tau_{x'y'} - 0)^2 = R^2$$

$$R^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + (\tau_{xy})^2 \quad \text{veya} \quad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

$$\tau_{x'y'} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cdot \sin 2\theta_p + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta_p = 0$$

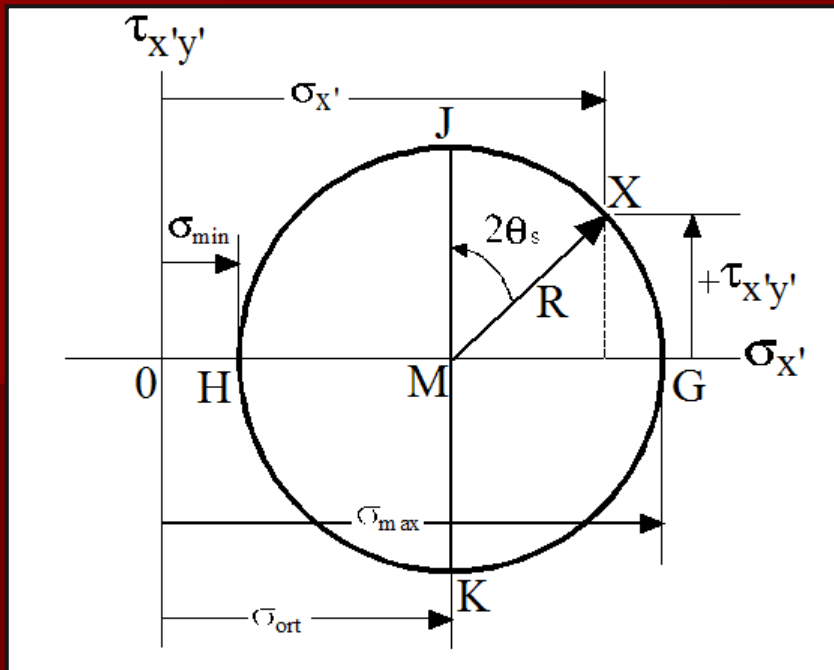
$$\tan 2\theta_p = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$



$$\sigma_{\max} = \sigma_{ort} + R \quad \text{ve} \quad \sigma_{\min} = \sigma_{ort} - R$$

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

$$\sigma_{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$



$$\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cdot \cos 2\theta - \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)$$

$$\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cdot \cos 2\theta_s - \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta_s = 0$$

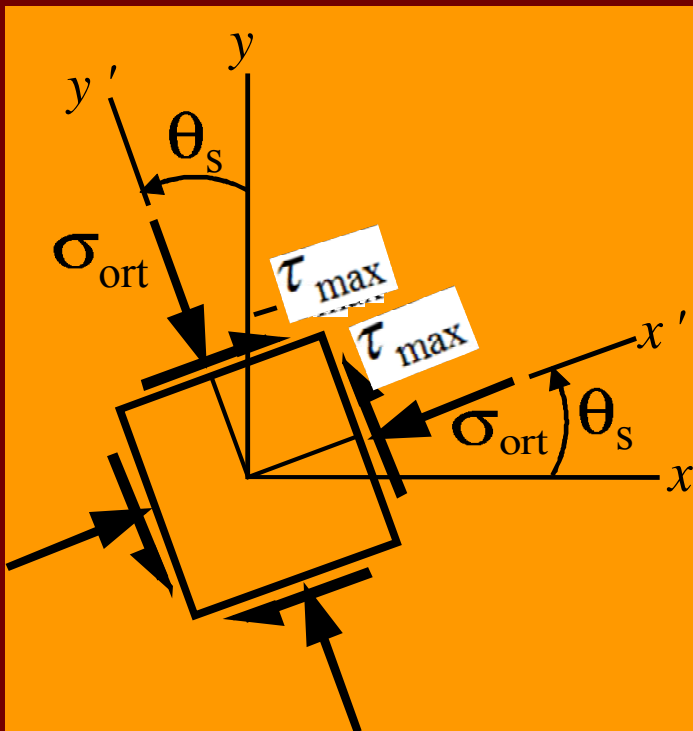
$$\tau_{xy} \cdot \sin 2\theta_s = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cdot \cos 2\theta_s$$

$$\frac{\sin 2\theta_s}{\cos 2\theta_s} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

$$\tan 2\theta_s = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

$$\tau_{\max} = R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

$$\tau_{\min} = -R = -\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$



"Maksimum makaslama gerilmesinin etkili olduğu düzlemler ile asal gerilme düzlemleri arasında 45°'lik açı vardır. Serbest diyagramda gösterilen her açı değeri Mohr dairesinde iki katı ile gösterilmektedir."