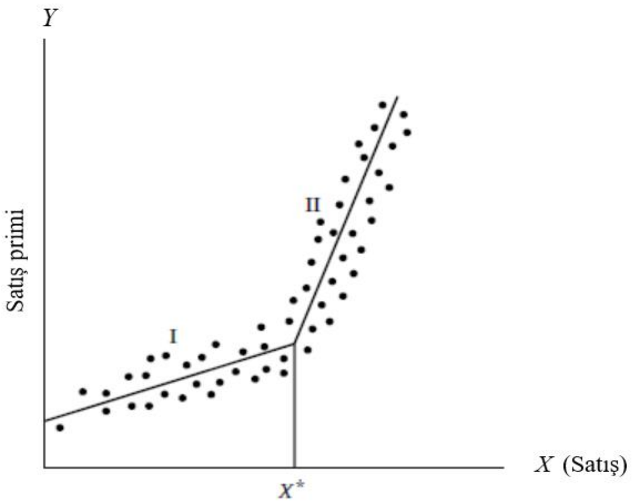
HAFTA 14

PARÇALI DOĞRUSAL REGRESYON

Gölge değişkenin bir başka kullanımını açıklamak için varsayımsal bir şirketin satış temsilcilerine nasıl ödeme yaptığı ele alınsın.



Satış primleriyle satış hacmi
Arasındaki varsayımsal ilişki

Garanti edilen en düşük prim

Satış primi, X^* eşik düzeyine kadar satışa bağlı olarak doğrusal artmakta, bu düzeyin üstünde yine satışa bağlı olarak doğrusal ama dik bir eğimle artmaktadır. O halde satış primi ile satış arasındaki ilişki X^* eşik düzeyinden önce ve sonra olmak üzere iki parçalı regresyon modeli ile açıklanır.

$Y_i =$ satış primi

$X_i =$ satış temsilcisinin yaptığı satış miktarı

$X^* =$ satışın eşik değeri (köşe adı verilir)

X^* eşik değeri verilmişken; $D_i = \begin{cases} 1, & X_i \geq X^* \text{ ise} \\ 0, & X_i < X^* \text{ ise} \end{cases}$

Model: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 \left(X_i - X^* \right) D_i + \varepsilon_i; \qquad \varepsilon_i \sim N\left(0, \sigma^2\right)$

X^* hedef düzeyine kadar olan ortalama satış primi:

$$E\left(Y_i \middle| D_i = 0,\ X_i, X^*\right) = \beta_0 + \beta_1 X_i$$

X^* hedef düzeyinin üstündeki ortalama satış primi:

$$\begin{aligned} E\left(Y_i \middle| D_i = 0,\ X_i, X^*\right) &= \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 \left(X_i - X^* \right) D_i \\ &= \left(\beta_0 - \beta_2 X^* \right) + \left(\beta_1 + \beta_2 \right) X_i \end{aligned}$$

I. parçadaki regresyon doğrusunun eğimi β_1

II. parçadaki regresyon doğrusunun eğimi $\beta_1 + \beta_2$

X^* eşik değerinde regresyon doğrusunda bir kırılma yoktur hipotezinin sınanması, tahmin edilen eğim farkı katsayısı $\hat{\beta}_2$ 'nın istatistik bakımından anlamlı olup olmadığına bakılır.

Parçalı regresyon genellenirse, k. dereceden parçalı çok terimli regresyon modeline bir başka deyişle spline fonksiyonları olarak bilinen daha genel bir fonksiyon sınıfına uygulanabilir.

Örnek: Toplam maliyet ve toplam üretim arasındaki ilişkinin incelenmesi modeline bakılırsa,

$Y_i =$ toplam maliyet ($)

$X_i =$ toplam üretim (birim)

$X^* =$ 5500 birim eşik değeri

5500 birimlik üretim düzeyinde toplam maliyetin değişebileceği sezilmiş olsun.

Y_i	X_i
256	1000
414	2000
634	3000
778	4000
1003	5000
1839	6000
2081	7000
2423	8000
2734	9000
2914	10000

Kestirim denklemi:

$$\hat{Y}_i = -145.72 + 0.2791 X_i + 0.0945\left(X_i - X^*\right) D_i$$

t: - 0.8245 6.0669 1.1447

$R^2 = 0.9737 \quad X^* = 5500$

$$D_i = \begin{cases} 1, & X_i \geq 5500 \\ 0, & X_i < 5500 \end{cases}$$

I. parça: üretimin marjinal maliyeti birim başına 28 cent

II. parça: üretimin marjinal maliyeti birim başına 37 cent (28+9=37)

olmakla birlikte ikisi arasındaki fark, istatistik bakımından anlamlı değildir. Yani,

$$H_0: \beta_2 = 0$$

hipotezinin test istatistiği 1.1447 olup, %5 anlamlılık düzeyinde anlamlı değildir.

Gölge değişken kullanımında bazı teknik noktalar:

- Yarı-logaritmalı fonksiyonlarda gölge değişken

$$lnY_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 D_i + \varepsilon_i$$

β_1 katsayısı X 'deki bir birim değişmeye karşılık Y 'deki göreli değişim olarak yorumlanır. Açıklayıcı değişkenin sürekli olması, gölge değişkendeki gibi iki değer alan iki uçlu değişken olmaması koşuluyla herhangi bir açıklayıcı değişkendeki bir değişmeye uygulanabilir. Gölge değişken içinde Y 'deki ortalama göreli değişim elde edilebilir.

- Gölge değişken tuzağını aşmak için modelden sabit terim atılır.
- Gölge değişkenler ve değişen varyans
  Diğer tekniklerde olduğu gibi değişen varyans sorunu çözülür.
- Gölge değişkenler ve ardışık bağımlılık
  Model: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 D_t + \beta_2 X_t + \beta_3 D_t X_t + u_t$
  AB(1): $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_t \sim N\left(0, \sigma^2\right)$

ρ bilindiği ya da tahmin edildiği varsayımıyla $Y_t - \rho Y_{t-1}$ açıklanan değişken, $X_t - \rho X_{t-1}$ açıklayıcı değişken olmak üzere aralarındaki regresyon modelinde D_t gölge değişken varlığı sorun yaratır. Bu sorun ortadan nasıl kaldırılır?

i) $D_t = \begin{cases} 0, & X_t \quad \text{I. dönemde ise} \\ \dfrac{1}{1-\rho}, & X_t \quad \text{II. dönemin ilk gözlemi ise} \\ 1, & X_t \quad \text{II. dönemdeki ilk gözlemden sonra ise} \end{cases}$

ii) X_t değişkeni yerine $X_t - \rho X_{t-1}$ değişkeni alınır.

iii) I. dönemdeki gözlemler için $D_t X_t$ değeri sıfır olacaktır. II. dönemdeki ilk gözlem için $D_t X_t = X_t$ değerini ve diğer gözlemler için $\left(D_t X_t - \rho D_{t-1} X_{t-1}\right) = \left(X_t - \rho X_{t-1}\right)$ değerini alır.

Buradaki sorun II. dönemin ilk gözlemi de olacaktır.

GÖLGE AÇIKLANAN DEĞİŞKENLİ REGRESYON MODELİ

Açıklanan değişkenin değerlerinin iki uçlu (binary) olması durumunda regresyon modelini tahmin etmede kullanılan en yaygın modeller

1. Doğrusal olasılık modeli (DOM)
2. Logit modeli
3. Probit modeli
4. Tobit modeli

1. Doğrusal olasılık modeli (DOM):

Model: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$

Örneğin; $X_i =$ aile geliri

$$Y_i = \begin{cases} 1, & i.\ \text{aile ev sahibi ise} \\ 0, & i.\ \text{aile ev sahibi değilse} \end{cases}$$

iki uçlu (binary) Y açıklanan değişkeni, X_i açıklayıcı değişken veya değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonu olarak gösteren modellere *doğrusal olasılık modelleri* denir. Çünkü

$$E\left(Y_i \middle| X_i\right) = P\left(Y_i = 1 \middle| X_i\right)$$

dir. Sapmasız (yansız) tahmin ediciler elde edebilmek için $E(\varepsilon_i)=0;\ i=1,2,\ldots,n$ varsayımı altında $E(Y_i|X_i)=\beta_0+\beta_1 X_i$ elde edilir.

$E(Y_i|X_i)=P(Y_i=1|X_i)=p_i$ alınırsa;

$E(Y_i|X_i)=0*(1-p_i)+1*p_i=p_i$ ve $0\le E(Y_i|X_i)=p_i\le 1$ olacaktır.

Doğrusal olasılık modelinde parametre tahminindeki sorunlar:

1. Hata terimlerinin normal dağılıma sahip olmaması:
Açıklanan değişken iki uçlu değerler aldığında hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımı yerine getirmesi olanaksızdır. Bunu görebilmek için

$$\varepsilon_i=Y_i-\beta_0-\beta_1 X_i$$
$$Y_i=1 \quad \text{ise} \quad \varepsilon_i=1-\beta_0-\beta_1 X_i$$
$$Y_i=0 \quad \text{ise} \quad \varepsilon_i=-\beta_0-\beta_1 X_i$$

ε_i 'lerin normal dağıldığı varsayılamayacağı, aslında Binom dağılımına uyacağı görülmektedir. Ancak büyük örneklemlerde doğrusal olasılık modeli ile yapılan istatistiki çıkarımlar normallik varsayımı altında EKK yöntemine uyar.

2. Hata terimlerinde değişen varyans:
Her $i\neq j$ için $E(\varepsilon_i)=0$ ve $E(\varepsilon_i\varepsilon_j)=0$ olsa bile hata terimlerinin sabit varyanslı olduğu söylenemez.

Y_i	ε_i	Olasılık
0	$-\beta_0-\beta_1 X_i$	$1-p_i$
1	$1-\beta_0-\beta_1 X_i$	p_i
	Toplam	1

$$Var(\varepsilon_i)=E\left[\{\varepsilon_i-E(\varepsilon_i)\}^2\right] \underset{E(\varepsilon_i)=0}{=} E(\varepsilon_i^2)$$

O halde $E(\varepsilon_i^2)=(-\beta_0-\beta_1 X_i)^2(1-p_i)+(1-\beta_0-\beta_1 X_i)^2(p_i)$

$E(Y_i|X_i)=p_i=\beta_0+\beta_1 X_i$ olduğundan,

$$\begin{aligned}Var(\varepsilon_i)=E(\varepsilon_i^2)&=(-\beta_0-\beta_1 X_i)^2(1-\beta_0-\beta_1 X_i)+(1-\beta_0-\beta_1 X_i)^2(\beta_0+\beta_1 X_i)\\&=(1-\beta_0-\beta_1 X_i)(\beta_0+\beta_1 X_i)\left[(\beta_0+\beta_1 X_i)+(1-\beta_0-\beta_1 X_i)\right]\\&=(1-\beta_0-\beta_1 X_i)(\beta_0+\beta_1 X_i)\left[\beta_0+\beta_1 X_i+1-\beta_0-\beta_1 X_i\right]\\&=\underbrace{(\beta_0+\beta_1 X_i)}_{p_i}\underbrace{(1-\beta_0-\beta_1 X_i)}_{1-p_i}=p_i(1-p_i)\end{aligned}$$

ε_i 'lerin varyansı p_i 'lere yani X_i 'lere bağlıdır, dolayısıyla varyans sabit değildir.

$Var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = p_i(1-p_i) = w_i$ olarak tanımlanırsa,

$$\frac{Y_i}{\sqrt{w_i}} = \beta_0 \frac{1}{\sqrt{w_i}} + \beta_1 \frac{X_i}{\sqrt{w_i}} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{w_i}}$$

model $\sqrt{w_i}$ ile ağırlıklandırıldığında ve $X_{1i} = \frac{1}{\sqrt{w_i}}$; $X_{2i} = \frac{X_i}{\sqrt{w_i}}$ olarak tanımlandığında;

$$Y_i^* = \beta_0 X_{1i} + \beta_1 X_{2i} + \varepsilon_i^*$$

orijinden geçen doğrusal modeli elde edilir. $\sqrt{w_i}$ ile ağırlıklandırılarak dönüşüm yapılmış bu modelin hata terimleri artık sabit varyanslıdır. Bu sorun çözüldüğüne göre artık EKK tahmin edicileri bulunabilir. $E(Y_i|X_i) = p_i$ bilinmediğinden w_i 'lerde bilinmemektedir. O halde w_i ağırlıkları tahmin edilerek EKK tahmin edicileri bulunabilir.

w_i 'lerin tahmin edilmesi:

1. adım: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ modelinden $\hat{Y}_i$ 'lar bulunur. Sonra w_i 'nin tahmini olarak $\hat{w}_i = \hat{Y}_i(1-\hat{Y}_i)$ 'lar bulunur.

2. adım: Tahmin edilen $\hat{w}_i$ 'lar kullanılarak

$$Y_i^* = \frac{Y_i}{\sqrt{w_i}};\ X_{1i} = \frac{1}{\sqrt{w_i}} \text{ ve } X_{2i} = \frac{X_i}{\sqrt{w_i}} \text{ 'ler bulunur.}$$

$$Y_i^* = \beta_0 X_{1i} + \beta_1 X_{2i} + \varepsilon_i^*$$

modelinden EKK tahmin edicileri elde edilir. Bunun sonucunda doğrusal olasılık modeli elde edilmiş olur.

$0 \le E(Y_i|X_i) = p_i \le 1$ varsayımının yerine gelmeyişi:

Doğrusal olasılık modellerinde $E(Y_i|X_i)$ zorunlu olarak 0 ile 1 arasında olmalıdır. Bu önsel olarak doğru olmakla birlikte $E(Y_i|X_i)$ 'nin tahmin edicileri olan $\hat{Y}_i$ 'ların bu sınırlamayı sağlayacağının bir güvencesi yoktur. Buda doğrusal olasılık modellerinin EKK tahmin edicilerindeki sorun olarak ortaya çıkmaktadır. Bu durum söz konusu olduğunda $\hat{Y}_i$ 'ların 0 ile 1 arasında olup olmadığına bakılır. Eğer bazıları 0'dan küçük ise bunlara sıfır değeri, 1'den büyükse bunlara da 1 değeri verilir. Diğer bir yol ise $\hat{Y}_i$ 'ların 0 ile 1 arasında olmalarını sağlayan bir tahmin tekniği geliştirmektir.

2. Logit Modeli : (Lojistik model)

$E(Y_i|X_i) = P(Y_i = 1|X_i) = p_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$ Doğrusal olasılık modeli

$$E\left(Y_i \middle| X_i\right) = P\left(Y_i = 1 \middle| X_i\right) = p_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_i)}} = \frac{e^{(\beta_0+\beta_1 X_i)}}{1+e^{(\beta_0+\beta_1 X_i)}}$$

Lojistik fonksiyonu ile tanımladığımızda modele *lojistik regresyon* adı verilir. Lojistik fonksiyonla tanımladığımız $E\left(Y_i \middle| X_i\right)$, 0 ile 1 arasından değer almaktadır. p_i değeri yalnız X_i ile değil β parametreleri ile olan ilişkisi de doğrusal değildir. Bu da EKK metodu ile β parametreleri tahmin edilemeyecek demektir. Ama bu sorun gerçek olmaktan çok görüntüseldir, çünkü özünde doğrusaldır.

$$E\left(Y_i \middle| X_i\right) = P\left(Y_i = 1 \middle| X_i\right) = p_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_i)}} = \frac{e^{(\beta_0+\beta_1 X_i)}}{1+e^{(\beta_0+\beta_1 X_i)}}$$

$$\Rightarrow 1 - p_i = 1 - \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_i)}} = \frac{e^{-(\beta_0+\beta_1 X_i)}}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_i)}}$$

Odds ratio: $\dfrac{p_i}{1-p_i} = \dfrac{1}{e^{-(\beta_0+\beta_1 X_i)}} = e^{(\beta_0+\beta_1 X_i)}$

log odds ratio: $ln\left(\dfrac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_i = L_i$

Daha önce verilen örneğe dönecek olursak,

$X_i =$ aile geliri

$$Y_i = \begin{cases} 1, & i.\text{ aile ev sahibi ise} \\ 0, & i.\text{ aile ev sahibi değilse} \end{cases}$$

$p_i =$ ev sahibi olma olasılığı

$\dfrac{p_i}{1-p_i} =$ ev sahibi olmanın odds oranı (bir ailenin ev sahibi olma olasılığının olmama olasılığına oranıdır)

Eğer $p_i = 0.8$ ise ailenin ev sahibi olma odds oranı 4'e 1'dir. Odds oranının logaritması L_i, X ve β parametrelerine göre doğrusaldır. L_i'ye *logit* denir ve bu modellere de *logit modelleri* denir.

Logit modeli özellikleri:

1. p, 0'dan 1'e giderken *logit* L de $-\infty$ ile $+\infty$ 'a arasında değişir.
2. L, X'e göre doğrusal olmakla birlikte olasılıklar X ile birlikte doğrusal artar. (Doğrusal olasılık modeli ile zıttır.)
3. Logit modelinin yorumu: β_1 eğim, X'deki bir birim değişmeye karşılık L'deki değişmeyi ölçer. (örneğin, gelirdeki bir birim artış diyelim 1000 $ değiştiğinde ev sahibi olmanın log-odds oranının nasıl değiştiğini bildirir.)

4. Belli bir gelir düzeyi, diyelim X^* veriyken ev sahibi olmanın odds oranını değil de, ev sahibi olmanın kendi olasılığı tahmin edilmek istenirse β_0 ile β_1 tahminleri bir kez elde edildikten sonra $E\left(Y_i \mid X_i\right)$ doğrudan bulunabilir.
5. Doğrusal olasılık modeli, p_i'nin X_i ile doğrusal ilişki içinde olduğu varsayılırsa , logit modeli log-odds oranının X_i ile doğrusal ilişkide olduğunu varsayar.

Logit modelinin tahmin edilmesi:

$$L_i = ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_i$$

Bu modeli tahmin edebilmek için X_i'den başka *logit* L_i değerlerini de bilmek gerekir. L_i'nin bulunmasında bazı sorunlarla karşılaşılır. Tekil verilerin varlığında ev sahibi aile örneğinde olduğu gibi, eğer bir aile ev sahibi ise $p_i = 1$, değilse $p_i = 0$ olacaktır. Ama bu değerleri doğrudan L'de yerine koyarsak,

$L_i = ln\left(\frac{1}{0}\right)$ eğer bir aile ev sahibi ise

$L_i = ln\left(\frac{0}{1}\right)$ eğer bir aile ev sahibi değilse

olarak bulunur. Bu ifadelerin anlamsız olduğu açıktır. Bu durumda EKK regresyon parametreleri tahmin edilemeyeceğinden en çok olabilirlik (MLE) yöntemine başvurulur. MLE yönteminin bu model için bulunması matematiksel olarak karmaşık olduğundan bu derste işlenmeyecektir. Diyelim ki verilerimiz sıklık tablosu olarak verilmişse buradan $\hat{p}_i$'lar elde edilebilir.

Örneğin, $X_i =$ gelir düzeyi (gelir grubu)

$N_i = i.$ gruptaki aile sayısı $\left(n_i \le N_i\right)$

$n_i = i.$ gruptaki ev sahibi olan aile sayısı

Bu durumda $i.$ gelir düzeyine sahip bir ailenin ev sahibi olma oranı $\hat{p}_i = \dfrac{n_i}{N_i}$ olacaktır. Yani göreli sıklığıdır. N_i değeri yeterince büyükse $\hat{p}_i \approx p_i$'ye yakınsayacaktır. Bu tip verilerde p_i'nin yerine tahmini $\hat{p}_i$'lar bulunup, *logit* L_i'nin tahminleri bulunur.

$$\hat{L}_i = ln\left(\frac{\hat{p}_i}{1-\hat{p}_i}\right) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

$\hat{L}_i$'nın X_i üzerine kestirim denklemi elde edilir. N_i değeri yeterince büyükse, $\hat{L}_i$ değeri de o derece iyi bir tahmin olacaktır ve verilen her X_i gelir düzeyindeki her gözlem de bir Binom değişkeni olarak bağımsız dağılıyor ise,

$$\varepsilon_i \sim N\left(0, \frac{1}{N_i p_i \left(1-p_i\right)}\right)$$

dağılımına sahiptir. Buradan da görüleceği üzere doğrusal olasılık modelinde olduğu gibi hata terimleri değişen varyanslıdır. Bu sorunun çözümü için ağırlıklandırılmış EKK yöntemi kullanılacaktır. Ancak görgül amaçlarla, bilinmeyen p_i'yi $\hat{p}_i$ ile değiştirerek σ^2'nin bir tahmin edicisi

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{N_i \hat{p}_i \left(1 - \hat{p}_i\right)}$$

kullanılacaktır.

Logit regresyonunu tahmin etmenin adımları:

1. Her X_i gelir düzeyi için ev sahibi olmanın tahmin edilen olasılığı $\hat{p}_i = \dfrac{n_i}{N_i}$'lar bulunur.
2. Her X_i için *logit* $L_i = ln\left(\dfrac{\hat{p}_i}{1-\hat{p}_i}\right)$'ler bulunur.
3. Değişen varyans sorununu çözmek için
   $w_i = N_i \hat{p}_i \left(1 - \hat{p}_i\right)$ ağırlıkları bulunarak;
   $\underbrace{\sqrt{w_i} L_i}_{L_i^*} = \beta_0 \sqrt{w_i} + \beta_1 \underbrace{\sqrt{w_i} X_i}_{X_i^*} + \underbrace{\sqrt{w_i} \varepsilon_i}_{\varepsilon_i^*}$ modelinden
   $$L_i^* = \beta_0 \sqrt{w_i} + \beta_1 X_i^* + \varepsilon_i^*$$
   sabit varyanslı modeli elde edilir.
4. L_i^*'ın $\sqrt{w_i}$ ve X_i^* değerleri üzerine kestirim denklemi
   $$\hat{L}_i^* = \hat{\beta}_0 \sqrt{w_i} + \hat{\beta}_1 X_i^*$$
   olarak elde edilir. Dikkat edileceği üzere bu modelde sabit terim (intercept) yoktur. Yani orijinden geçen regresyon modeli bulunmuştur.
5. Son olarak model için istatiksel sonuç çıkarımı yapılır. Yeni regresyon katsayıları için aralık tahminleri bulunur ve hipotez testleri yapılıp, sonuçlar yorumlanır.

Örnek: $X_i =$ gelir düzeyi (gelir grubu)

$N_i = i.$ gelir düzeyindeki aile sayısı $\left(n_i \le N_i\right)$

$n_i = i.$ gelir düzeyindeki ev sahibi olan aile sayısı

X_i	N_i	n_i	$\hat{p}_i = \dfrac{n_i}{N_i}$	$\hat{L}_i$	$\sqrt{w_i}$	$\hat{L}_i^*$

6	40	8	0.20	-1.3863	2.5298	-3.5071
8	50	12	0.24	-1.1526	3.0199	-3.4807
10	60	18	0.30	-0.8472	3.5496	-3.0072
13	80	28	0.35	-0.6190	4.2661	-2.6407
15	100	45	0.45	-0.2007	4.9749	-0.9985
20	70	36	0.51	0.0400	4.1825	0.1673
25	65	39	0.60	0.4054	3.9497	1.6012
30	50	33	0.66	0.6633	3.3496	2.2218
35	40	30	0.75	1.0986	2.7386	3.0086
40	25	20	0.80	1.3863	2.0000	2.7726

Ağırlıklandırılmış en küçük kareler kestirim denklemi

$$\hat{L}_i^* = -1.5932\sqrt{w_i} + 0.078X_i^*$$

$$S_{\hat{\beta}}: \quad 0.1115 \qquad 0.0054$$

$$t: \quad -14.290 \qquad 14.4456$$

$$R^2 = 0.9637 \quad \hat{\sigma}^2 = 0.2921 \ (MSE)$$

Not: Uygulamada $\hat{p}_i$'nın 0 ya da 1 değerini almasını önlemek için $\hat{L}_i$ değerleri

$$\hat{L}_i = ln\left(\frac{n_i - \frac{1}{2}}{N_i - n_i + \frac{1}{2}}\right) = ln\left(\frac{\hat{p}_i - \frac{1}{2N_i}}{1 - \hat{p}_i + \frac{1}{2N_i}}\right)$$ den bulunur.

Gevşek bir kural olarak her X_i düzeyi için N_i değerinin en az 5 olması tercih edilir. Yukarıdaki örneğimize dönecek olursak, tahmin edilen eğim katsayısı ağırlıklandırılmış gelirde bir birim (1000$) artışta ev sahibi olma tahmini oranının ağırlıklandırılmış logaritmasının 0.08 kadar artacağını gösterir. 0.0787'nin ters logaritması alınırsa yaklaşık 1.0818 olur ki buda X^*'daki bir birim artışa karşılık ev sahibi olmanın ağırlıklı oranı 1.0818 ya da %8.18 kadar artacak demektir.

Genel olarak, j. eğim katsayısının ters logaritması alınıp, bundan bir çıkarılınca elde edilen sonuç 100 ile çarpılarak j. açıklayıcı değişkendeki bir birim artışa karşılık odds oranındaki yüzde değişim bulunmuş olacaktır.