

## 10. EŞANLI DENKLEM SİSTEMLERİ

İktisadi olayların birden fazla denklem kullanılarak açıklanması gerekebilir. Bu çok denklem içeren model veya sistemler içinde bazı değişkenler hem bağımsız hem de bağımlı değişken olarak yer almaktadır. Bu tür sistemlerin eşanlı olarak çözümleri gerektiği için eşanlı denklem sistemleri adını alır (Güriş ve Çağlayan, 2010).

Ekonomik modelde var olan endojen (içsel) değişken sayısı kadar eşitlik sayısının bulunması modelin parametrelerinin tahmin edilebilmesi için gerekli bir koşuldur. Eğer bu koşul gerçekleşmezse, endojen değişkenlerin değerlerini model içinde belirlemenin imkanı yoktur (İşyar, 1994). Egzojen (dışsal) değişken, model sisteminin dışında belirlenir. Model içerisindeki içsel değişken veya değişkenlerin gecikmeli değerleri gecikmeli içsel değişken adını alırken, dışsal değişken veya değişkenlerin gecikmeli değerleri gecikmeli dışsal değişken adını almaktadır (Güriş ve Çağlayan, 2010).

### 10.1. Yapısal Modeller ve İndirgenmiş Formları

İktisadi ilişkileri gösteren birden fazla denklemliler modeller “yapısal modeller” diye adlandırılır. Yapısal modellerde içsel değişkenler ( $Y_t$ ), içsel değişkenlerin parametreleri ( $\beta$ ), dışsal değişkenler ( $X$ ), dışsal değişkenlerin parametreleri ( $\tau$ ) ile hata terimleri ( $\varepsilon_t$ ) bulunur. Şimdi bu terimleri tanımlayalım (Özçelik, 1994).

Yapısal denklemler: İktisadi ilişkileri gösteren birden fazla denklemliler model olan yapısal modelin denklemlileridir.

İçsel değişken: Aldıkları değerler modelin yapısı ve dışsal değişkenler tarafından belirlenen değişkenlerdir.

Dışsal (önceden belli) değişken: Değerleri modelin yapısı ve modele ait diğer değişkenlerce etkilenmeyen fakat kendileri içsel değişkenlerin alacakları değerleri etkileyen değişkenlerdir.

Yapısal parametreler genellikle eğimler, esneklikler veya iktisat teorisinin başka parametreleridir. Bir yapısal parametre, her bir açıklayıcı değişkenin bağımlı değişken üzerindeki doğrudan etkisini gösterir. Dolaylı etkiler ancak yapısal denklem takımının çözümüyle bulunabilir (Özçelik, 1994).

**Örnek 10.1.** Yatırımdaki bir değişme, tüketimi dolaylı olarak etkileyebilir.

$$C_t = a + \beta Y_t + \varepsilon_t$$

$$Y_t = C_t + I_t$$

Modeli yapısal bir modeldir. Bu modelde  $C_t$  ile  $Y_t$  içsel değişkenler,  $I_t$  ise dışsal değişkendir. Modeldeki denklemleri  $\varepsilon_t$  veya sıfıra eşitleyecek şekilde (gözlenebilen değişkenleri eşitliğin sol tarafına geçirerek) yazalım:

$$\begin{aligned} C_t - \beta Y_t - a &= \varepsilon_t \\ -C_t + Y_t - I_t &= 0 \end{aligned}$$

Çizelge 34. İçsel Değişkenler, Dışsal Değişkenler ve Hata Terimleri

İçsel Değişkenler		Dışsal Değişkenler		Hata Terimleri
$C_t$	$Y_t$	1	$I_t$	$\varepsilon_t$
1	$-\beta$	-a	0	1
-1	1	0	-1	0

Modelde bulunmasına karşılık, belli bir denklemde bulunmayan değişkenlerin parametreleri sıfır ile ifade edilmektedir. Bu yapısal model matrislerle şöyle gösterilebilir:

$$\beta Y_t + \Gamma X_t = \varepsilon_t$$

Burada;

$$\beta: \text{İçsel değişkenlerin parametreleri } \begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

$$Y_t: \text{İçsel değişkenler } \begin{bmatrix} C_t \\ Y_t \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

$$\Gamma: \text{Dışsal değişkenlerin parametreleri } \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

$$X_t: \text{Dışsal değişkenler } \begin{bmatrix} 1 \\ I_t \end{bmatrix} \text{ dir}$$

$$\varepsilon_t: \text{Hata terimleri } \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

O halde modeli matrislerle yazalım:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_t \\ Y_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ I_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

Şimdi, yapısal modelindeki birinci denklemi, ikinci denklemdeki yerine koyarak yazalım:

$$1) C_t = a + \beta Y_t + \varepsilon_t$$

$$2) Y_t = C_t + I_t$$

Burada  $C_t$  yerine birinci denklemi yazarsak:

$Y_t = a + \beta Y_t + \varepsilon_t + I_t$  elde edilir. Denklemin sağında içsel değişken bırakmamak için  $Y_t$ 'leri eşitliğin sol tarafına geçirip bu ifadeyi  $Y_t$  parantezine alıp,  $Y_t$ 'ye eşitleyelim:

$$Y_t - \beta Y_t = a + I_t + \varepsilon_t$$

$$Y_t(1 - \beta) = a + I_t + \varepsilon_t$$

$$Y_t(1 - \beta) = \frac{a}{(1 - \beta)} + \frac{1}{(1 - \beta)} I_t + \frac{1}{(1 - \beta)} \varepsilon_t \text{ elde edilir.}$$

Şimdi ikinci denklemi, birinci denklemdeki yerine koyup, sağ tarafta hiçbir içsel değişken bulunmayan bir fonksiyon elde edelim.

$C_t = a + \beta Y_t + \varepsilon_t$  denklemi 1. denklemdir. Burada,  $Y_t$  yerine yapısal modeldeki ikinci denklemi yazarsak;

$C_t = a + \beta(C_t + I_t) + \varepsilon_t$  elde edilir. Burada, yeniden düzenleme yapılırsa,

$$C_t = a + \beta C_t + \beta I_t + \varepsilon_t \text{ olur.}$$

$C_t$ 'ler eşitliğin sol tarafına alınır ve bu ifade  $C_t$  parantezine alınırsa,

$$C_t - \beta C_t = a + \beta I_t + \varepsilon_t$$

$$C_t(1 - \beta) = a + \beta I_t + \varepsilon_t$$

$$C_t = \frac{a}{1 - \beta} + \frac{\beta}{1 - \beta} I_t + \frac{1}{1 - \beta} \varepsilon_t \text{ bulunur.}$$

Böylece yapısal modelde yer alan iki denklem üzerinde bazı işlemler yapılarak, her bir içsel değişken için yeni bir denklem bulunmuştur. Bu denklemlerin sağ tarafında içsel değişken bulunmamaktadır. Elde edilen

$$C_t = \frac{a}{1 - \beta} + \frac{\beta}{1 - \beta} I_t + \frac{1}{1 - \beta} \varepsilon_t$$

$$Y_t = \frac{a}{1 - \beta} + \frac{1}{1 - \beta} I_t + \frac{1}{1 - \beta} \varepsilon_t$$

denklemleri “yapısal modelin indirgenmiş formunu” oluşturmaktadır. Bir yapısal modelin indirgenmiş formu, içsel değişkenlerin yalnızca önceden belirlenmiş değişkenlerin bir fonksiyonu olarak ifade edildiği modeldir. Bir yapısal modelde içsel değişken sayısı, denklem sayısına eşittir. Çünkü  $\beta$

matrisinin tersini bulmak için bu gereklidir. İndirgenmiş formda içsel değişken, modeldeki bütün önceden belli değişkenlerin ve hata terimlerinin doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade edilmektedir.

Örneğimizdeki yapısal modelin indirgenmiş formu matrislerle şöyle ifade edilir:

$$\begin{bmatrix} C_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a}{1-\beta} & \frac{\beta}{1-\beta} \\ \frac{a}{1-\beta} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ I_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\beta} \varepsilon_t \\ \frac{1}{1-\beta} \varepsilon_t \end{bmatrix}$$

$Y_t \qquad \qquad \qquad \pi X_t \qquad \qquad \qquad v_t$

$\beta Y_t + \Gamma X_t = \varepsilon_t$  şeklinde gösterilen bu yapısal modelin indirgenmiş formu:

$$\begin{aligned} \beta Y_t &= -\Gamma X_t + \varepsilon_t \\ Y_t &= -\beta^{-1} \Gamma X_t + \beta^{-1} \varepsilon_t \\ Y_t &= \pi X_t + v_t \text{ olmaktadır.} \end{aligned}$$

Yapısal modelin indirgenmiş formu şu yönlerden önemlidir:

a)Yapısal model parametreleri, indirgenmiş form parametreleri yardımıyla dolaylı şekilde (dolaylı enküçük kareler yöntemi, iki aşamalı enküçük kareler yöntemi) kullanılarak tahmin edilebilir.

b)İndirgenmiş form parametrelerinin yorumu iktisat teorisi ve iktisat politikası açısından önemlidir.

c)İndirgenmiş form denklemlerindeki önceden belli değişkenlerin katsayıları o değişkenlerin içsel değişkenler üzerindeki toplam etkisini belirtir. Makro ekonomik modellerde dışsal değişkenlere karşılık gelen indirgenmiş form parametreleri, dışsal değişkenlerin içsel değişkenler üzerindeki çarpan etkisini belirtir.

İndirgenmiş form parametreleri, dışsal değişkendeki değişimin içsel değişkenler üzerindeki birbirini belirleyen içsel değişkenler arasındaki karşılıklı bağımlılığı da hesaba kattıktan sonra ki doğrudan ve dolaylı toplam etkisini ölçer. İndirgenmiş form parametreleri tahmin ve politika çözümlenmeleri için kullanılırlar. Örneğimizde yatırımlardaki ( $I_t$ ) bir birimlik artışın, gelir ( $Y_t$ ) üzerindeki etkisini gelir fonksiyonundaki yatırım değişkeninin katsayısı olan  $1/(1-\beta_t)$ 'nin değerini tahmin etmekle, yatırımın ( $I_t$ ) tüketim ( $C_t$ )

üzerindeki etkisini de, indirgenmiş formdaki  $\beta/(1-\beta)$  değerini bulmakla cevaplamış oluruz.

İndirgenmiş formu bulmanın diğer bir yolu, içsel değişkenleri doğrudan, önceden belirlemiş değişkenlerin fonksiyonu olarak yazmaktır (Özçelik, 1994).

### 10.2. Belirlenme Sorunu

İndirgenmiş form parametrelerinden, yapısal modelin parametrelerini tek değerler halinde bulmak için hangi şartların gerekli ve yeterli olduğunu tespit etmek belirlenme sorunun konusunu oluşturur. Aynı değişkenleri, fakat farklı parametreleri bulunan yapısal modeller aynı indirgenmiş formu verebilmektedir. İndirgenmiş form parametrelerinden yapısal modelin parametreleri için tek değerler bulabilmenin bazı şartları vardır ki bunlar gerçekleştiğinde model veya modeldeki herhangi bir denklem belirlenmiş olur. Birden çok denklemlilik ekonometrik modellerin parametrelerini tahmin için geliştirilmiş dolaylı en küçük kareler yönteminin uygulanabilmesi için tam belirlenme şartı aranmaktadır (Özçelik, 1994).

Bir modelin istatistik kalıbı tek ise ve örnek verilerinden parametreleri tek olarak tahmin edilebiliyorsa belirlenebilir bir modeldir. Parametrelerinin örnekteki ölçümlerle tahminleri sözkonusu modele başka bir modele ya da bir modeller karmasına ait olan model belirlenemez (Özçelik, 1994).

Modelin bütün olarak belirlenebilir olması için eksiksiz olması, yani en az içsel değişken sayısı kadar bağımsız denklem içermesi ve her denklemin kendi başına belirlenebilir olması gerekir.

D: talep miktarı, S: Arz miktarı, ve P: fiyat olsun. Bir mal için piyasadaki işleyiş şu modelle ifade edilsin.

$$D=b_1 + b_2P+u$$

$$S=a_1 + a_2P+u$$

$$D=S$$

Bu eşanlı denklem takımında birinci denklem talep fonksiyonu, ikinci denklem arz fonksiyonu, üçüncü denklem ise denge şartıdır. Denklem takımında üç denklem ve üç içsel değişken (S, D, P) olduğundan model eksiksizdir. Birinci denklemin katsayılarını tahmin edebilmek için malın satın alınan miktarlarının serisini bulmamız gerekir. Belli bir fiyattan satın alınan miktar, satılan miktara eşit olduğundan, piyasadan alınan veriler, o piyasada belli bir sürede geçerli olan fiyatta arz ve talep dengesini gösterir. Yani gözlemler geçerli fiyatta talep ve arz miktarlarını aynı anda gösterir. Eğer bu gözlem verilerini kullanarak  $Q=f(P)$  fonksiyonun katsayılarını hesaplırsak, bu eşitliğin gerçekte talep mi yoksa arz fonksiyonu mu olduğundan emin olmak

tahmin edilen katsayıların hangi ilişkiye ait olduğunu belirleyebilmek için bir ölçüte ihtiyaç vardır ki bu ölçütlere belirlenme şartları denilir.

Örnek gözlemlerinin serpilme diyagramına bakılarak ortaya bir talep mi yoksa arz eğrisi mi çıktığı teşhis edilirse de bu her zaman kesin doğru sonuç vermeyebilir. Çünkü verilerin arz ya da talep fonksiyonunu belirlediğini söyleyebilmek için arz ve talebi belirleyen diğer etmenlerdeki değişimleri de bilmek lazımdır.

Talep fonksiyonunu belirleyebilmek için kendisinde bulunmayan ama arz fonksiyonunda yer alan bazı etmenlerin örnek döneminde değişmiş olmaları lazımdır. Arz fonksiyonunu ortaya çıkarabilmek için kendisinde bulunmayıp da talep fonksiyonunu etkileyen bazı değişkenlerin değişmiş olması lazımdır. Buna belirlenmenin çelişkisi denir.

Bir denklem takımının belirlenmesi tek tek denklemlerinin belirlenmesine indirgenir. Bir denklemin parametrelerinin belirlenmesi o denklemin istatistik kalıbının tek olmasının kanıtlanmasıyla sağlanır. Bir denklemin belirlenebilirliğinin iki durumu vardır.

#### **a)Eksik belirlenmiş denklem**

İstatistik kalıbı tek olmayan denklem eksik belirlenir. Denklemlerinden bir veya daha fazlası eksik belirlenen denklem takımı da eksik belirlenir (Özçelik, 1994).

#### **b)Belirlenmiş denklem**

İstatistik kalıbı tek olan denklem belirlenir. Bu belirlenme tam veya aşırı olabilir. Bütün denklemleri belirlenen bir denklem takımı da belirlenir. Bir denklem veya denklem takımı eksik belirlenmişse, parametrelerinin hepsini herhangi bir ekonometri tekniği kullanarak tahmin etmek imkansızdır. Bir denklem belirlenebiliyorsa genellikle katsayıları tahmin edilebilir. Tam belirlenen denklemler için katsayıların tahmininde kullanılacak en uygun yöntem Dolaylı En Küçük Karelerdir. Denklem aşırı belirleniyor ise bu defa İki Aşamalı En Eüçük Kareler Yöntemini kullanmak uygun olacaktır. Belirlenme yapısal modelin kuruluşunun incelenmesi veya indirgenmiş kalıbın incelenmesiyle anlaşılabilir (Özçelik, 1994).

#### **10.2.1. Belirlenmenin Modelin Yapısal Kalıbından Anlaşılması**

Bir denklemin belirlenebilmesi için belirlenmenin sayma koşulu ile rank koşulunun yerine gelmesi gerekir.

#### **a) Belirlenmenin Sayma Koşulu**

Belli bir denkleme alınan ve alınmayan değişkenlerin sayılması kuralına dayanır. Sayma koşulu, bir denklemin belirlenmesi için gerekli ancak yeterli değildir. Sayma koşuluna göre bir denklemin belirlenebilir olması için, bu denklemce dışlandığı halde diğer denklemlerde yer alan toplam değişken

sayısının en az modelin denklem sayısının bir eksiği kadar olması lazımdır (Özçelik, 1994) (Koutsoyiannis, 1989).

$$(K-M) \geq (G-1)$$

Burada,

K: Modelin toplam değişken sayısı (içsel+dışsal)

M: Belli bir denklemdeki içsel ve dışsal değişken sayısı

G: Toplam denklem sayısı (toplam içsel değişken sayısı)

### b) Belirlenmenin Rank Koşulu

G sayıda denklemi bulunan bir modelde herhangi bir denklemin belirlenebilmesi bu denklemde bulunmayan ancak modelin diğer denklemlerinde bulunan değişkenlerin katsayılarından, satır-sütun sayısı (G-1) olan sıfırdan farklı en az bir determinant oluşturulmasıyla mümkündür (Koutsoyiannis, 1989) (Özçelik, 1994).

Belirlenmenin rank koşuluyla ilgili süreç beş aşamadan oluşur:

1. Aşama: Modelin bütün denklemlerinin parametreleri ayrı bir çizelgeye yazılır. Modeldeki bir denklemde bulunmayan bir değişkenin parametresi yerine sıfır yazılır.

**Örnek 10.2.** Yapısal model şöyle olsun:

$$Y_1 = 3Y_2 - 2X_1 + X_2 + u_1$$

$$Y_2 = Y_3 + X_3 + u_2$$

$$Y_3 = Y_1 - Y_2 - 2X_3 + u_3$$

Bu modelde  $Y_1, Y_2, Y_3$  içsel  $X_1, X_2, X_3$  dışsal değişkenler  $u_1, u_2, u_3$  ise hata terimleridir.

Yukarıdaki modelde yer alan denklemlerde bulunmayan bir değişkenin parametresi yerine sıfır yazarak eşitliğin solundaki değişkenleri eşitliğin sağına geçirip denklemleri sıfıra eşitleyerek yazarsak (Koutsoyiannis, 1989):

$$-Y_1 + 3Y_2 + 0Y_3 - 2X_1 + X_2 + 0X_3 + u_1 = 0$$

$$0Y_1 - Y_2 + Y_3 + 0X_1 + 0X_2 + 0X_3 + u_2 = 0$$

$$Y_1 - Y_2 - Y_3 + 0X_1 + 0X_2 - 2X_3 + u_3 = 0$$

denklemleri elde edilir.

Hata terimlerini dikkate almayarak modelin parametrelerini bir çizelgede gösterelim:

Çizelge 35. Değişkenlere İlişkin Katsayılar (1)

Denklemler	Değişkenler					
	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1. Denklem	-1	3	0	-2	1	0
2. Denklem	0	-1	1	0	0	1
3. Denklem	1	-1	-1	0	0	-2

2. Aşama: belirlenmesi incelenen denklemin katsayılarının bulunduğu satır çizilir (Koutsoyiannis, 1989). Örneğin ikinci denklemin belirlenmesini incelemek istiyorsak yukarıdaki çizelgede ikinci satırı çizerek çıkartırız.

3. Aşama: İncelenen ikinci denklemin sıfırdan farklı katsayılarının bulunduğu sütunlar da çizilerek çıkartılır. Geriye incelenen denklemde (ikinci denklem) bulunmayan, fakat modelin diğer denklemlerinde yer alan değişkenlerin katsayıları kalır (Koutsoyiannis, 1989).

Çizelge 36. Değişkenlere İlişkin Katsayılar (2)

Denklemler	Değişkenler					
	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1. Denklem	-1	3	0	-2	1	0
2. Denklem	0	1	1	0	0	1
3. Denklem	1	-1	-1	0	0	-2

Yapısal parametreler çizelgesinde açıklanan çizerek çıkarma işlemleri yapılmış, aşağıdaki dışlanmış değişkenlerin parametreler çizelgesi elde edilir.

Çizelge 37. Değişkenlere İlişkin Katsayılar (3)

Y <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
-1	-2	1
1	0	0

4. Aşama: Satır sütun sayısı (G-1) olan yani modeldeki denklem sayısından bir eksik satır ve sütunu bulunan determinantlar dışlanmış değişkenlerin parametreler çizelgesinden elde edilip değerleri hesaplanır. Bu determinantın veya determinantlardan en az birinin değerinin sıfırdan farklı çıkması durumunda, incelenen denklemin belirlenebilir olduğu anlaşılabilir.

Satır-sütun sayısı (G-1) olan bütün determinantların değerleri sıfırsa, bu denklemin eksik belirlendiği ortaya çıkar. Örneğimizdeki modelin, denklem sayısı üç olduğuna göre satır-sütun sayısı (G-1)=(3-1)=2 olan üç tane belirten dışlanmış değişkenlerin parametreler çizelgesinden elde edilebilir.

$$|D_1| = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)(0) - (2)(1) = 0 - 2 = -2 \text{ olup } |D_1| \neq 0 \text{ sıfırdan}$$

farklıdır



$$|D_2| = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = (-2)(0) - (1)(0) = 0 - 0 = 0 \quad \text{olup} \quad |D_2| = 0 \quad \text{sıfıra}$$

eşittir.

$$|D_3| = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)(0) - (1)(1) = 0 - 1 = -1 \quad \text{olup} \quad |D_3| \neq 0 \quad \text{sıfırdan}$$

farklıdır

Görüldüğü üzere üç determinanttın ikisinin değeri sıfırdan farklıdır. Bir denklemin belirlenebilir olması için bu determinantlardan en az birisinin değerinin sıfırdan farklı olması yeterli olduğuna göre incelenen denklem (modelin ikinci denklemi) belirlenebilir.

5. Aşama: Denklemin tam ya da aşırı belirlendiğini tespit edebilmek için sıra koşulunun  $(K-M) \geq (G-1)$  sağlanıp sağlanmadığı araştırılır.

$(K-M) = (G-1)$  ise rank koşulunu da sağlamak şartıyla denklem tam belirlenir.

$(K-M) \geq (G-1)$  ise denklem aşırı belirlenir.

$(K-M) \leq (G-1)$  ise denklem eksik belirlenir.

Modelin incelenen ikinci denkleminde;

$K=6, M=3, G=3$ 'tür.

$(6-3) > (3-1)$  ise denklem aşırı belirlenir.

$3 > 2$  olduğuna göre ele alınan denklem aşırı belirlenmektedir.

### 10.2.2. Belirlenmenin İndirgenmiş Kalıptan Tespiti

Bir modelin indirgenmiş kalıbına dayanan belirlenme koşulları da iki tane olup, birincisi sayma koşulu, ikincisi ise rank koşuludur (Koutsoyiannis, 1989).

#### a) Sayma Koşulu

Yapısal modeldekinin aynısıdır. Eşanlı denklem takımında belirlenme durumu incelenen denklemde  $(K-M) \geq (G-1)$  koşulu sağlanıyorsa, sözkonusu denklem belirlenir.

Burada da K, M ve G sembolleri daha önceki anlamlarına sahiptirler (Koutsoyiannis, 1989).

#### b) Rank koşulu

$G^*$  tane içsel değişkenli bir denklem, bu denklemde bulunmayan dışsal değişkenlerin indirgenmiş kalıp katsayılarından, satır-sütun sayısı  $G^*-1$  olan, sıfırdan farklı en az bir tane determinant oluşturulabiliyorsa belirlenir.

İndirgenmiş kalıptan belirlenmenin tespitinde birinci aşama, yapısal modelin indirgenmiş kalıbını elde etmektir.

**Örnek 10.3.** Yapısal model şöyle olsun.

$$y_1 = 3y_2 - 2x_1 + 2x_2 + u_1$$

$$y_2 = y_3 + x_3 + u_2$$

$$y_3 = y_1 - y_2 - 2x_3 + u_3$$

Bu model üç içsel ( $y_1, y_2, y_3$ ) ve iç dışsal ( $x_1, x_2, x_3$ ) olmak üzere altı değişkeni kapsamaktadır.

Yapısal modelin denklemleri eşitliğin sol tarafında yalnız içsel, sağ tarafında ise yalnız dışsal değişkenler kalacak şekilde yazılırsa, yapısal modelin indirgenmiş kalıbı elde edilir.

$$y_1 = \pi_{11}x_1 + \pi_{12}x_2 + \pi_{13}x_3 = 4x_1 - 2x_2 + 3x_3$$

$$y_2 = \pi_{21}x_1 + \pi_{22}x_2 + \pi_{23}x_3 = 2x_1 - x_2 + x_3$$

$$y_3 = \pi_{31}x_1 + \pi_{32}x_2 + \pi_{33}x_3 = 2x_1 - x_2$$

Burada  $\pi$  'ler yapısal parametrelerin fonksiyonlarıdır.

İkinci aşamada, bütün indirgenmiş kalıp katsayılarını kapsayan çizelge çıkarılır (Koutsoyiannis, 1989):

Çizelge 38. Değişkenlere İlişkin Katsayılar (4)

Denklemler	Dışsal Değişkenler		
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1. Denklem: y <sub>1</sub>	$\pi_{11}$	$\pi_{12}$	$\pi_{13}$
2. Denklem: y <sub>2</sub>	$\pi_{21}$	$\pi_{22}$	$\pi_{23}$
3. Denklem: y <sub>3</sub>	$\pi_{31}$	$\pi_{32}$	$\pi_{33}$

$\pi$  'lerin değerini yazarsak indirgenmiş kalıp katsayıları çizelgesi:

Çizelge 39. İndirgenmiş Kalıp Katsayıları (1)

4	-2	3
2	-1	1
2	-1	0

Belirlenebilirliği incelenen denklemde bulunmayan satırı (örneğin birinci denklemde  $y$  olmadığı için üçüncü satırı) çizeriz. Daha sonra belirlenebilirliği araştırılan denklemde yer alan dışsal değişkenlerin bulunduğu sütunları (örneğin birinci denklemde  $x_1$  ve  $x_2$  olduğu için birinci ve üçüncü sütunları) çizeriz.

Üçüncü aşamada modelde bulunup belirlenebilirliği incelenen denklemde bulunmayan dışsal değişkenlerin  $\pi$  'lerinden oluşan determinantın değeri hesaplanır. Eğer satır-sütun sayısı en büyük sıfırdan farklı determinantın satır-sütun sayısı  $G^*-1$  ise denklem belirlenir aksi halde sözkonusu denklem belirlenemez (Koutsoyiannis, 1989). Şimdi örneğimizdeki birinci denklemin belirlenebilirliğini araştıralım:

$$\begin{aligned} \text{Sayma koşulu } (K-M) &\geq (G-1) \\ K=6, M=4, G=3 \\ (K-M) &\geq (G-1) \\ (6-4) &= (3-1) \end{aligned}$$

2=2 olduğu için bu denklem belirlenme için sayma koşulunu sağlamaktadır.

Rank Koşulu:

Denklemde bulunmayan içsel değişken:  $y_3$

Denklemde bulunan dışsal değişkenler:  $x_1$  ve  $x_2$

İndirgenmiş kalıp katsayıları çizelgesi:

Çizelge 40. İndirgenmiş Kalıp Katsayıları (2)

4	-2	3
2	-1	1
-2	-1	0

Denklemde bulunmayan dışsal değişkenlerin  $\pi$  'ler çizelgesi:

3
1

Bu çizelgeden  $1 \times 1$  boyutunda iki tane sıfırdan farklı determinant oluşturulabilir. Birinci denklemde iki tane içsel değişken ( $y_1$  ve  $y_2$ ) bulunduğu için  $G^*=2$ 'dir. Dolayısıyla denklemde yer almayan  $x$ 'lere ait  $\pi$  'lerin determinantın boyutu  $(G^*-1)=1$ 'dir.

Satır-sütun sayısı en büyük sıfırdan farklı belirtenin (örnekte  $1 \times 1$  boyutunda 2 taneydi) satır-sütun sayısı  $(G^*-1)=1$  olduğundan birinci denklem rank koşulunu sağladığı için belirlenebilmektedir. Ayrıca, rank koşulunun sağlanmış olması şartıyla birinci denklemde sayma koşulu  $K-M=G-1$  şeklinde ortaya çıktığından bu denklem tam belirlenmektedir.

Modeldeki ikinci ve üçüncü denklemlerinde aynı şekilde belirlenebilirlikleri araştırıldığında ikinci denklemin hem sayma hem de rank koşullarını sağlayarak belirlenebilir olduğu üçüncü denklemin ise sayma