

6. Birinci Basamaktan Lineer Diferensiyel Denklemler

Tanım.

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (1)$$

formundaki diferensiyel denklemlere birinci basamaktan lineer diferensiyel denklem denir.

(1) diferensiyel denklemi

$$[p(x)y - q(x)] dx + dy = 0$$

şeklinde yazılabildiğinden (1) diferensiyel denkleminin integral çarpanı

$$\lambda(x) = e^{\int p(x)dx}$$

olarak bulunur. (1) denklemi bu integral çarpanı ile çarpıldığında tam diferensiyel denklem elde edilir.

(1) diferensiyel denkleminin genel çözümü

$$y(x) = \frac{1}{\lambda(x)} \left[\int \lambda(x) q(x) dx + c \right]$$

şeklinde elde edilir.

Örnek. Aşağıdaki diferensiyel denklemleri çözünüz.

1)

$$y' - 7y = 14x$$

Çözüm. Verilen denkleme ait integral çarpanı

$$\lambda(x) = e^{\int -7dx} = e^{-7x}$$

olup, genel çözüm

$$y(x) = -2x - \frac{2}{7} + ce^{7x}$$

olarak bulunur.

2)

$$\frac{dp}{dz} + \frac{2}{z}p = 4$$

3)

$$\frac{dN}{dt} + \frac{1}{t}N = t, \quad N(2) = 8$$