Feynman Hesabı

Fermi'nin altın kuralı:

- Bozunma ve saçılma için gerekli olan; *Genlik* (M) ve *Faz uzayı*
- Geçiş oranı ~ $|M|^2$ x [Faz uzayı]
- Genlik(M): proses hakkında dinamik bilgi içerir, Feynman diyagramları kulllanılarak hesaplanır (*matris elemanı*)

Faz uzayı: Kinematik bir faktördür (*son durumların yoğunluğu*)

- Faz uzayı, prosesin gerçekleşme olasılığı hakkında bilgi verir.
- Bozunum için altın kural:

$$1 \rightarrow 2+3+4+\ldots.+n \quad için$$

Feynman Hesabı

$$d\Gamma = |\mathrm{M}|^2 \frac{S}{2m_1}\left[\left(\frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}\right)\left(\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3}\right)\ldots\ldots\left(\frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n}\right)\right]$$
$$\times(2\pi)^4\delta^4(p_1 - p_2 - p_3 \ldots - p_n)$$

S: istatiksel çarpan $\mathrm{S} = \dfrac{1}{j!}$

j : son durumdaki özdeş parçacık sayısı

$p_i = (E_i, \vec{p}_i)$: Parçacıklara ait dörtlü momentum

- İki-cisim bozunumu için toplam bozunum oranı

$$\Gamma = \frac{S}{32\pi^2 m_1}\int \frac{|\mathrm{M}|^2}{E_2 E_3}\delta^4(p_1 - p_2 - p_3) d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_3$$

Feynman Hesabı

- <u>Örnek</u>: $\pi \to \gamma + \gamma$ bozunumu için bozunum oranı:

$$\delta^4(p_1 - p_2 - p_3) = (m - E_2 - E_3)\delta^3(\vec{0} - \vec{p}_2 - \vec{p}_3)$$

$$d\Gamma = \frac{|\mathrm{M}|^2}{64\pi^2} \frac{d^3\vec{p}_2}{|\vec{p}_2|^2} \delta(m - 2|\vec{p}_2|)$$

$$\delta(m - 2|\vec{p}_2|) = \frac{1}{2}\delta(|\vec{p}_2| - \frac{m}{2})$$

$$d^3\vec{p}_2 = |\vec{p}_2|\, d\vec{p}_2 \underbrace{\sin\theta d\theta d\phi}_{d\Omega} \qquad d\Omega \to 4\pi$$

$$\Rightarrow \Gamma = \frac{S}{16\pi m}|\mathrm{M}|^2$$

Feynman Hesabı

- Örnek: Bozunum sonucu ortya çıkan parçacıkların kütleli olduğu bir diğer proses; $\rho \to \pi + \pi$ için bozunum oranı:

$$\vec{p}_3 = -\vec{p}_2$$

Altın kural uygulanırsa

$$d\Gamma = \frac{S\,|\mathrm{M}|^2}{32\pi^2 m_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{\sqrt{\vec{p}_2^{\,2} + m_2^2}\sqrt{\vec{p}_2^{\,2} + m_3^2}}$$
$$\times \delta(m_1 - \sqrt{\vec{p}_2^{\,2} + m_2^2} - \sqrt{\vec{p}_2^{\,2} + m_3^2})$$

Küresel koordinatlara geçilip integrasyon yapılırsa

$$|\,\vec{p}_2\,| = p$$

Feynman Hesabı

$$\Gamma = \frac{S}{8\pi m_1}\int |\mathrm{M}|^2 \frac{\delta(m_1 - \sqrt{p^2 + m_2^2} - \sqrt{p^2 + m_3^2})}{\sqrt{p^2 + m_2^2}\sqrt{p^2 + m_3^2}} p^2 dp$$

Değişken değiştirilirse

$$E = \left(\sqrt{p^2 + m_2^2} + \sqrt{p^2 + m_3^2}\right)$$

$$\Rightarrow dE = \frac{Ep}{\sqrt{p^2 + m_2^2}\sqrt{p^2 + m_3^2}} dp$$

Böylece,

$$\Gamma = \frac{S}{8\pi m_1}\int |\mathrm{M}|^2 \; p \frac{\delta(m_1 - E)dE}{E}$$

$$\Gamma = \frac{S|\vec{p}|}{8\pi m_1^2}|\mathrm{M}|^2$$

Feynman Hesabı

- Saçılma için altın kural:

$$1+2 \rightarrow 3+4+\ldots.+n \quad için$$

$$d\sigma = |\mathrm{M}|^2 \frac{S}{4\sqrt{(p_1.p_2)^2-(m_1m_2)^2}}$$

$$\times\left[\left(\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3}\right)\left(\frac{d^3\vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4}\right)\ldots\ldots\ldots\left(\frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n}\right)\right]$$

$$\times(2\pi)^4\delta^4(p_1+p_2-p_3-p_4\ldots.-p_n)$$

S: istatiksel çarpan $\qquad \mathrm{S}=\frac{1}{j!}$

Feynman Hesabı

- Örnek: Kütle merkezi çerçevesinde iki-cisim saçılması

$$1+2\to 3+4$$

$$\sqrt{(p_1.p_2)^2-(m_1m_2)^2}=(E_1+E_2)\,|\,\vec{p}_1\,|\Rightarrow$$

$$d\sigma=\frac{S\,|\,\mathrm{M}\,|^2}{64\pi^2(E_1+E_2)\,|\,\vec{p}_1\,|}\,\frac{d^3\vec{p}_3d^3\vec{p}_4}{E_3E_4}\,\delta^4(p_1+p_2-p_3-p_4)$$

$$\vec{p}_4=-\vec{p}_3$$

$$d\sigma=\frac{S\,|\,\mathrm{M}\,|^2}{64\pi^2(E_1+E_2)\,|\,\vec{p}_2\,|}\,\frac{\delta(E_1+E_2-\sqrt{\vec{p}_3^{\,2}+m_3^2}-\sqrt{\vec{p}_3^{\,2}+m_4^2})}{\sqrt{\vec{p}_3^{\,2}+m_3^2}\sqrt{\vec{p}_3^{\,2}+m_4^2}}\,d^3\vec{p}_3$$

Feynman Hesabı

$$|\vec{p}_3| = p$$

$$d^3\vec{p}_3 = p^2 dp d\Omega$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{S}{64\pi^2 (E_1 + E_2) |\vec{p}_1|} \int |\mathrm{M}|^2$$

$$\times \frac{\delta(E_1 + E_2 - \sqrt{p^2 + m_3^2} - \sqrt{p^2 + m_4^2})}{\sqrt{p^2 + m_3^2}\sqrt{p^2 + m_4^2}} p^2 dp$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{S |\mathrm{M}|^2}{64\pi^2 (E_1 + E_2)^2} \frac{|\vec{p}_s|}{|\vec{p}_i|}$$