

Bölüm 6

Dönme Kinematiği

Prof. Dr. Bahadır BOYACIOĞLU

Dönme Kinematığı

- Açısal ve Doğrusal Nicelikler Arasındaki Bağıntılar
- Dönme Kinetik Enerjisi
- Tork
- Tork ve Açısal İvme Arasındaki Bağıntı

Açısal ve Doğrusal Nicelikler arasındaki Bağlıntılar



- Dönen cisimdeki her nokta aynı açısal harekete sahiptir.
- Dönen cisimdeki her nokta aynı doğrusal harekete sahip değildir.

- **Yerdeğiştirme**

$$s = \theta r$$

- **Hız**

$$v = \omega r$$

- **İvme**

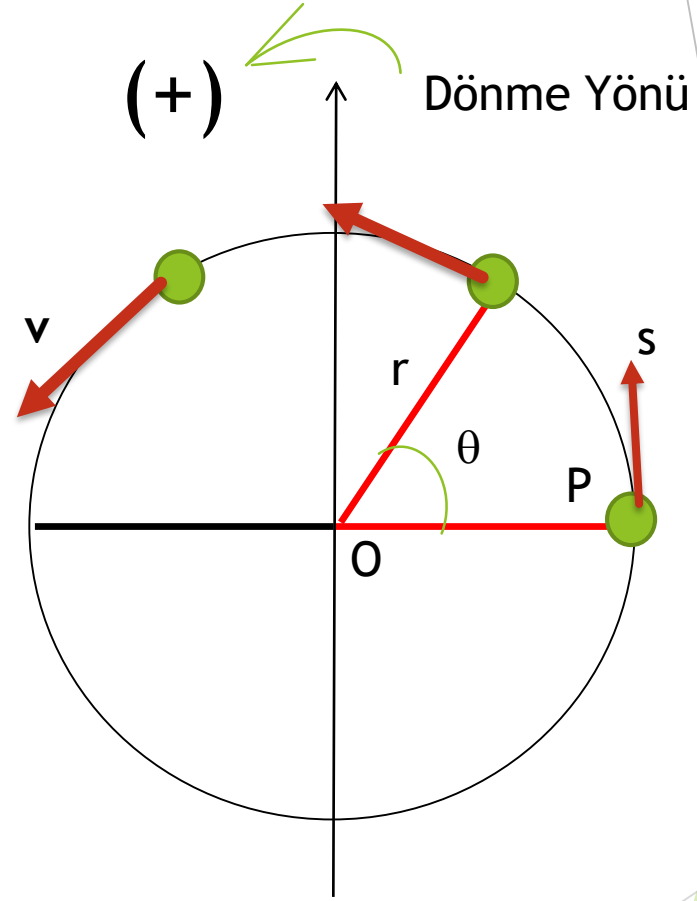
$$a = \alpha r$$

Açısal ve Doğrusal Nicelikler arasındaki Bağlıntılar

Doğrusal hız her zaman dairesel yola teğet olur. Teğetsel hız denir. Büyüklük teğetsel hızla tanımlanır.

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} = r\omega$$

r cisimdeki tüm noktalar için aynı olmadığından, her noktanın teğetsel hızı aynı değildir. Teğet hız, dönme merkezinden dışa doğru ilerledikçe artar.



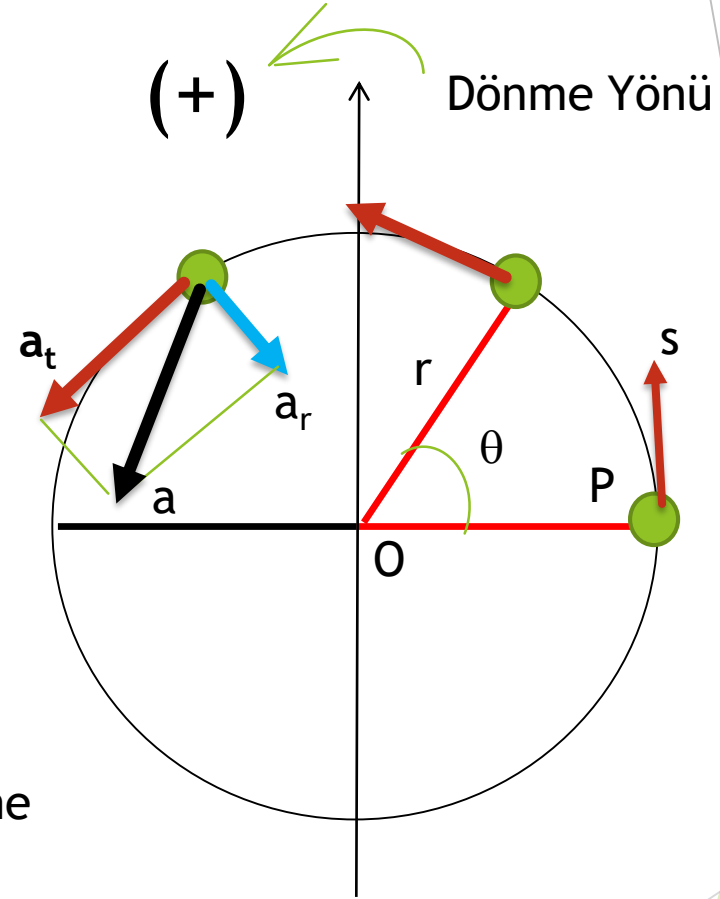
Açısal ve Doğrusal Nicelikler arasındaki Bağlılıklar

Teğetsel ivme, teğetsel hızın türevidir.

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

Toplam ivme vektörel olarak; $\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_r$

- Katı cisim üzerindeki tüm noktalar aynı açısal hıza, ancak aynı teğetsel hıza sahip olmayacaktır.
- Katı cisim üzerindeki tüm noktalarda aynı açısal ivme olur, ancak aynı teğetsel ivme olmaz.
- Teğet miktarlar r'ye bağlıdır ve r, cisim üzerindeki tüm noktalarda aynı değildir.



Açısal ve Doğrusal Nicelikler arasındaki Bağlılıklar

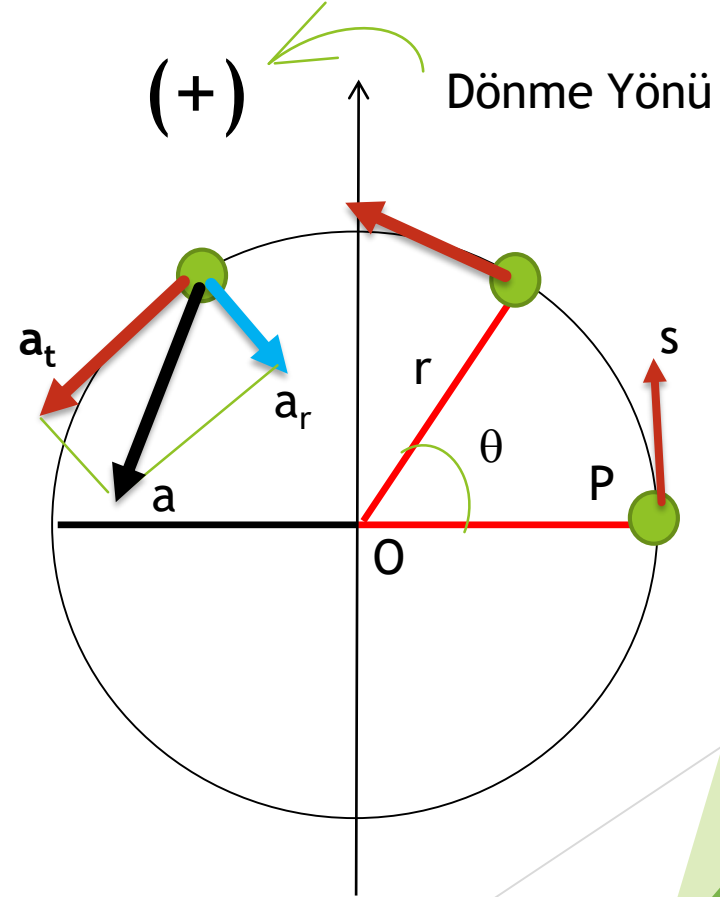
Bir daire içinde hareket eden bir cisim, sabit bir hızda hareket ederse de ivme kazanır. Bu nedenle, dönen katı bir cisim üzerindeki her nokta, merkezci ivmenin etkisinde kalır.

$$a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

- İvmenin teğetsel bileşeni değişen hızdan kaynaklanmaktadır.
- İvmenin merkezci bileşeni değişen yöne bağlıdır.

Toplam ivme şu şekilde bulunabilir:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{r^2\alpha^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$



Dönme Kinetik Enerjisi

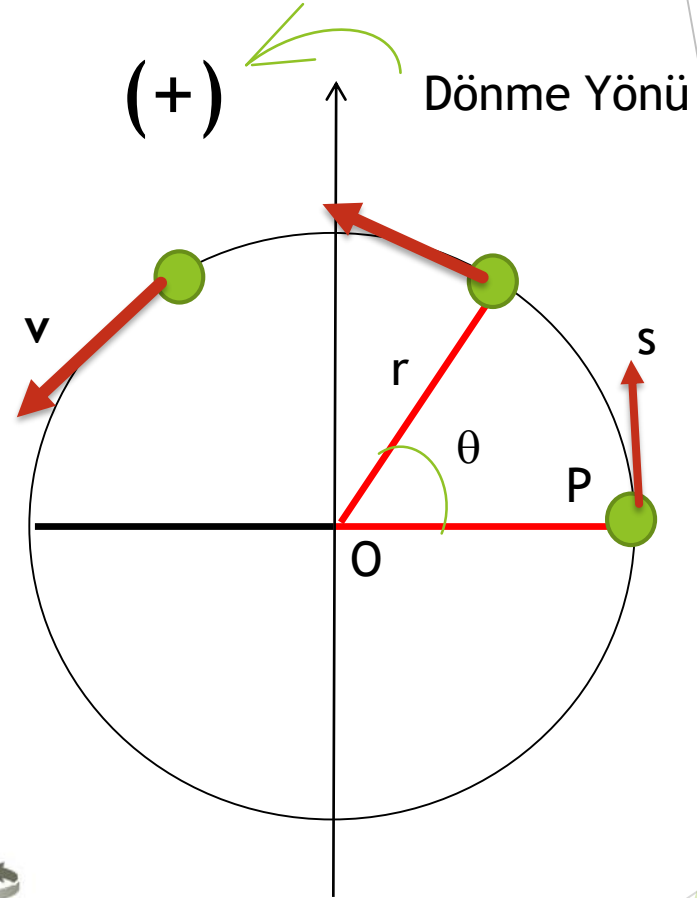
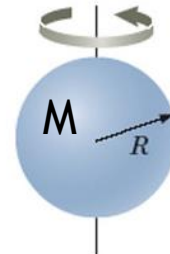
Katı cismin toplam dönme kinetik enerjisi, tüm parçacıklarının enerjilerinin toplamıdır.

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Burada I eylemsizlik momentidir ve dönen katı cismin geometrisine göre değişmektedir. Örneğin, Kütlesi M olan dönen katı küre için;

$$I = \frac{2}{5} MR^2$$



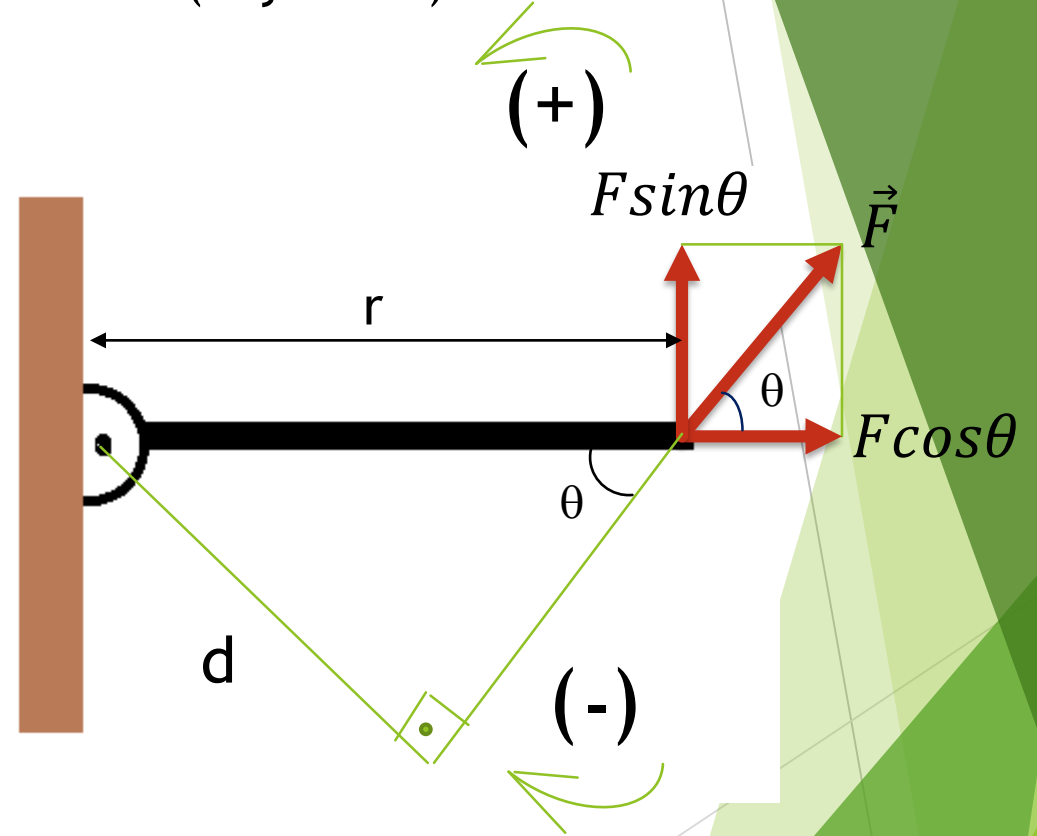
Dönme Momenti (Tork)

Bir kuvvetin cismi döndürme kabiliyetine dönme momenti (veya tork) adı verilir.

Tork, τ , bir cismin bir eksende döndürülmesi eğilimidir.
Tork vektördür, ancak büyüklüğü burada ele alacağız:

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin\theta = Fd$$

Burada $d = r \sin\theta$.



Tork ve Açısal İvme arasındaki Bağlantı

F kuvvetinin etkisiyle O eksenini etrafında dönen küçük m kütlesi r yarıçaplı dairesel hareket oluşturur

F kuvvetini teğetsel ve merkezci bileşenleri için Newton yasası:

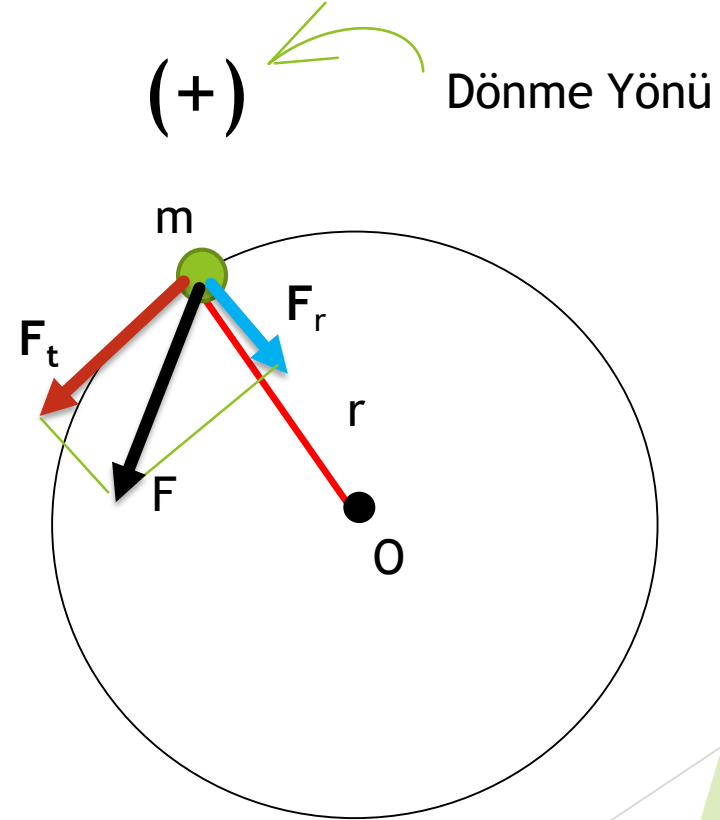
$$F_r = ma_r$$

$$F_t = ma_t$$

İkinci denklem r ile çarpılır ve teğetsel ivme yerine yazıldığında :

$$\tau = rF_t = mr^2\alpha$$

$$\tau = I\alpha$$



Dönme Hareketinde İş-Enerji Teoremi

Sabit bir eksen etrafında bir cismin dönmesi durumunda dış kuvvetler tarafından yapılan iş, dönme kinetik enerjisindeki değişime eşittir;

$$W = \frac{1}{2} I (\omega^2 - \omega_0^2)$$

(+) ω Dönme Yönü

