$$-kA\frac{\partial T}{\partial x}-\left(-kA\frac{\partial T}{\partial x}-\Delta x kA\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)+Q=\frac{\partial}{\partial t}\left[mC_p\left(T-T\infty\right)\right]$$

$$\Delta x kA\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+Q=mC_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\Delta x kA\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+Q=\rho\Delta V C_p\frac{\partial T}{\partial t}\Leftrightarrow(\Delta x\times A=\Delta V)$$

$$k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{Q}{V}=\rho C_p\frac{\partial T}{\partial t}\rightarrow\left(\frac{Q}{V}=\dot{Q}(ihmal)\right)$$

$$k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\rho C_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\partial T}{\partial t}$$

Bu denklem bir boyutlu ısı iletimi olan koşullarda ki **ısı iletimi genel denkliği**dir.

Isı iletimi üç boyutta olduğu takdirde denklem;

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\partial T}{\partial t}$$

halini alır.

“y” ve “z” yönlerinde ısı geçişi yoksa ve yatışkın(zamana bağlı olmayan) hal söz konusu ise denklem;

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

halini alır. Bu denklem integre edilirse; $T = ax + b$ şekline dönüşür.

Ancak bu koordinatlar, düzlem duvar içindir.
Silindirik koordinatlar için;

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \Phi}\left(\frac{\partial T}{\partial \Phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\partial T}{\partial t}$$

"Φ" ve "z" yönlerinde ısı geçişi yoksa ve
yatışkın hal söz konusu ise denklem;

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)=0$$

halini alır ve integre edilirse;

$$T = a\ln r + b$$

şekline dönüşür.

Küresel koordinatlar için;

$$\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\cdot\sin^2\Phi}\cdot\frac{\partial}{\partial\Phi}\left(\frac{\partial T}{\partial\Phi}\right)+\frac{1}{r^2\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta}\right)=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\partial T}{\partial t}$$

“Φ” ve “θ” yönlerinde ısı geçişi yoksa ve yatışkın hal söz konusu ise denklem;

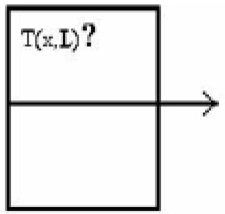
$$\frac{\mathbf{1}}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)=0$$ halini alır ve integre

edilirse; $$T=-\frac{a}{r}+b$$ şekline dönüşür

Isıl yayılım katsayısı $\Rightarrow \alpha=\dfrac{k}{\rho C_p}$ şeklinde tanımlanmaktadır.

Başlangıç ve Sınır Koşulları:

<u>Sabit Sıcaklık sınır koşulu:</u>



$T(0,t)=T_1$

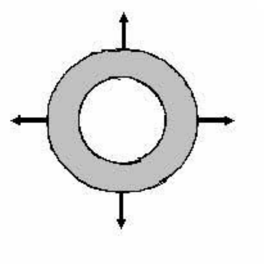
$T(L,t)=T_2$

Özel durum: Isı akısı koşulu;

Isı akısı $= \frac{q}{a} = \dot{q} = -k\frac{\partial T}{\partial x}$

(Tencerede pişen ürüne ısının geçmesi olayı)

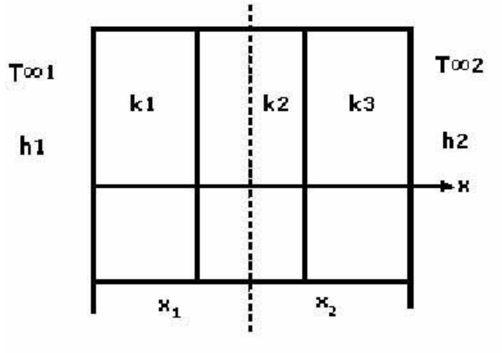
<u>İzole Sınır koşulu:</u>



$$-k\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = \frac{q}{A} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} x = 0 \\ x = L \end{matrix}$$

$$\lim_{x\to\infty} q = 0$$

Özel Durum: Termal Simetri;



$$x_1 = x_2$$
$$h_1 = h_2$$
$$T\infty_1 = T\infty_2$$

Isıl taşınım sınır koşulu:

Yüzeye kadar veya yüzeyden olan ısı iletimi, yüzeye kadar veya yüzeyden olan ısı taşınıma eşit olduğu durumlar için kullanılır.

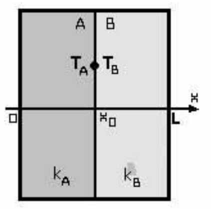
$$-kA\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = hA\left[T\infty_1 - T(0,t)\right]$$

Radyasyon sınır koşulu:

$$-kA\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T\infty^4)$$

Bir fırın içinde pişen ürün hem rezistanslardan dolayı, hem de havadan gelen olayla ısınır.

Ara Yüzey sınır koşulu:



$$-k_A \frac{\partial T_A(x_0,t)}{\partial x} = -k_B \frac{\partial T_B(x_0,t)}{\partial x}$$

$$T_A(x_0,t) = T_B(x_0,t)$$

Yatışkın koşullarda katı maddeler içinde ısı üretimi:

Kati maddeler içerisinde ısı üretilirken sıcaklık değişimi incelenir. Denklemin kendisinin koşullu olması gerekir, ayrıca sınır koşulu gerekmez.

Bir boyutta ısı üretiminin genel denklemi (üretilen ihmal edilir.)

$$k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow \dot{g} = {}^{W}\!/_{m^3}$$

$$k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dot{g} = \frac{\partial T}{\partial t}\cdot\rho\cdot C_P$$

$$A\Delta xk\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + g = \frac{\partial T}{\partial t}\cdot\rho\cdot C_P\cdot\Delta V$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{g}{A\Delta xk} = \frac{\partial T}{\partial t}\cdot\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta V}{A\Delta x} \Rightarrow g / A\Delta x = \dot{g}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{g}}{k} = \frac{\partial T}{\partial t}\cdot\frac{1}{\alpha}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{g}}{k} = 0$$

Plaka için ; $T_S = T_\infty + \dfrac{\dot{g} \cdot 2AL}{h2A} \Rightarrow T_S = T_\infty + \dfrac{\dot{g}L}{h}$

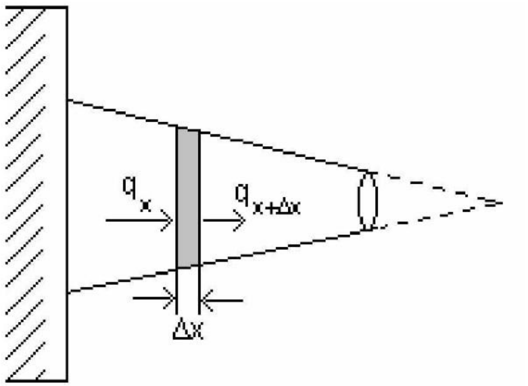
Silindir..için:

$$T_S = T_\infty + \frac{\dot{g} \cdot \pi \cdot r^2 L}{h2\pi \cdot rL} \Rightarrow T_S = T_\infty + \frac{\dot{g} \cdot r}{h2}$$

Küre için:

$$T_S = T_\infty + \frac{\dot{g} \cdot 4/3\pi \cdot r^3}{h4\pi \cdot r^2} \Rightarrow T_S = T_\infty + \frac{\dot{g} \cdot r}{3h}$$

Genel Isı İletim Analizi



$$q_x = -k.Ac.\frac{dT}{dx}$$

$$q_{x+\Delta x} = q_x + \frac{dq_x}{d_x}.\Delta x$$

$$q_{con} = h.A.(T - T_{\infty})$$

$$q_x - q_{x+\Delta x} - q_{con} = 0$$

$$\left[-k.Ac.\frac{dT}{d_x} - \left[-k.Ac.\frac{dT}{d_x} + \frac{d}{d_x}\left(-k.Ac.\frac{dT}{d_x}\right).d_x\right] - h.A.\left(T - T_{\infty}\right)\right]$$

$=0$

$$\frac{d}{d_x}\left(k.Ac.\frac{dT}{d_x}\right).\Delta x\text{-}h.A(T\text{-}T_\infty)=0$$

$$\frac{d}{d_x}\left(k.Ac.\frac{dT}{d_x}\right)\text{-}\frac{h.A}{\Delta x}(T\text{-}T_\infty)=0$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta A}{\Delta x}=\frac{dA}{d_x}$$

$$\frac{d}{d_x}\left(k.Ac.\frac{dT}{d_x}\right)\text{-}h\,.\frac{dA}{d_x}(T\text{-}T_\infty)=0$$

$$\frac{d}{d_x}\left(Ac.\frac{dT}{d_x}\right)\text{-}\frac{h}{k}.\frac{dA}{d_x}(T\text{-}T_\infty)=0$$

$$Ac.\frac{d^2T}{d_x}+\frac{dAc}{d_x}.\frac{dT}{d_x}\text{-}\frac{h}{k}.\frac{dA}{d_x}(T\text{-}T_\infty)=0$$

$$\frac{d^2T}{d_{x^2}}+\left(\frac{1}{Ac}.\frac{dAc}{d_x}\right).\frac{dT}{d_x}\text{-}\frac{h}{k}.\frac{1}{Ac}.\frac{dA}{d_x}(T-T_\infty)=0$$