## DEĞİŞKENLERİNE AYRILABİLEN DİFERENSİYEL DENKLEMLER

$$P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$$

denklemi

$$f(x)dx + g(y)dy = 0$$

şeklinde yazılabiliyorsa verilen denklem Ayrılabilirdir denir. Bir diferensiyel denklemin ayrılabilir olması P ve Q katsayılarının f(x).g(y) biçiminde çarpanlarına ayrılabilmesine bağlıdır. Böyle denklemler değişkenlerine ayrılabilirdir. Denklemin çözümü

$$f(x)dx + g(y)dy = 0$$

nin doğrudan integrali alınarak elde edilir.

**Örnek 1.** Aşağıdaki denklemin çözümünü elde ediniz.

$$2(y+3)dx - xydy = 0$$

**Çözüm:**

$$\frac{2}{x}dx = \frac{y}{y+3}dy$$
$$= \left(1 - \frac{3}{y+3}\right)dy$$

$$2lnx = y - 3\ln(y+3) + lnc$$

$$\boxed{e^y = cx^2(y+3)^3}$$

denklemin bir parametreli çözümüdür (ya da integral eğrileridir).

**Örnek 2.** $(1+y^2)dx + (1+x^2)dy = 0$ denkleminin çözümünü bulunuz.

**Çözüm:**

$$\frac{dx}{1+x^2} + \frac{dy}{1+y^2} = 0$$

denkleminde integral alınırsa

$$arctanx + arctany = arctanc$$

ifadesi elde edilir. Bu çözümden daha iyi bir gösterim;

$$\boxed{y = \frac{c-x}{1+cx}}$$

şeklindedir. (Gösteriniz.)

**Örnek 3.**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 + 4x + 2}{2(y-1)}$$

denkleminin y(0)=-1 koşulunu sağlayan çözümünü y=f(x) şeklinde bulunuz.

**Çözüm:**

$$2(y-1)dy = (3x^2 + 4x + 2)dx$$

$$y^2 - 2y = x^3 + 2x^2 + 2x + c$$

y(0)=-1 den;

$$1 + 2 = c \Rightarrow c = 3$$

$$y^2 - 2y = x^3 + 2x^2 + 2x + 3$$

buradan aranan çözüm;

$$\boxed{y = 1 - \sqrt{x^3 + 2x^2 + 2x + 4}}$$

şeklinde elde edilir.