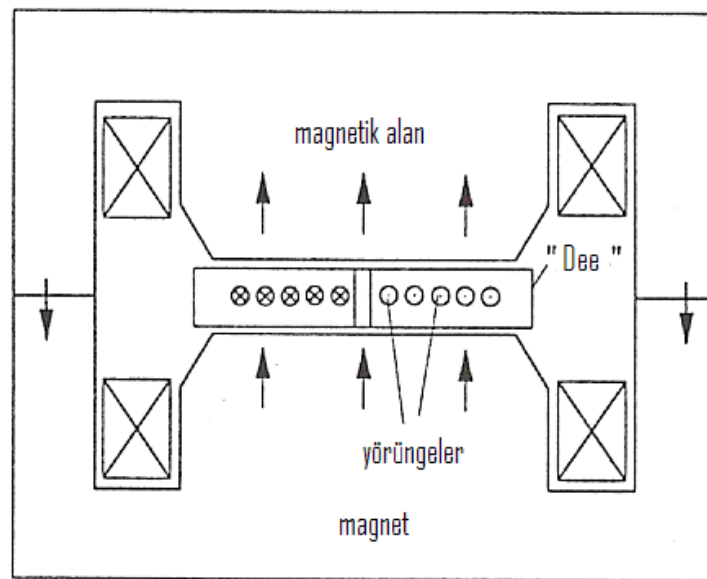


6. DAİRESEL HIZLANDIRICILAR: SİKLOTRON VE SİNKROTRON

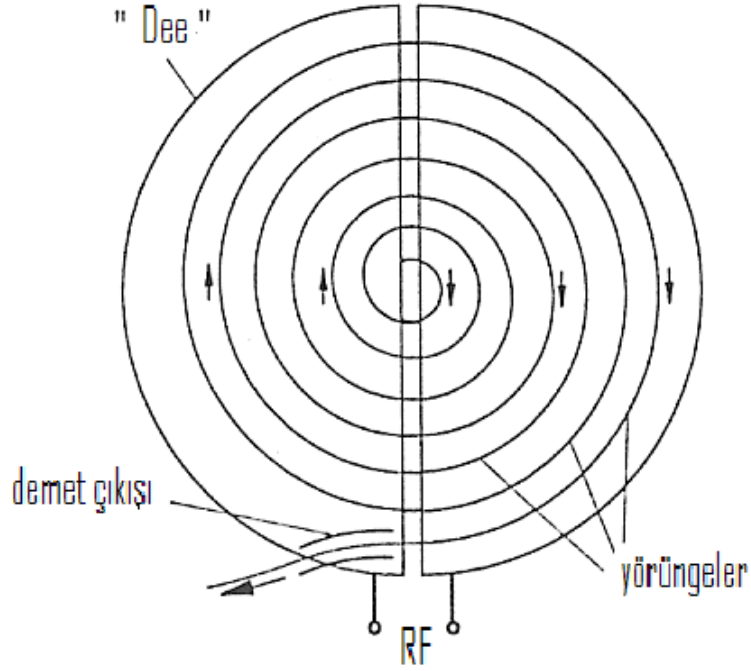
6.1. Siklotron

Proton gibi daha ağır parçacıkların başarılı bir şekilde hızlandırılmasında, mikrotronun eşzamanlılık şartının çok katı olduğu, 1930 yılında **Lawrence** ve **Edlefsen** tarafından siklotron prensibinin araştırmaları sırasında fark edilerek ispatlanmıştır. Siklotron ilk olarak, **Lawrence** ve **Livingston** tarafından 1932 yılında geliştirilmiştir.

Siklotronda, D şekilli ve sırt sırta vermiş iki magnetin arasında kalan aralığa uygulanan salınımlı RF alanı hızlandırmada kullanılır. Bu yarım D şekilli magnetlere şekillerinden dolayı "Dee" denir.



Şekil 6.1. Siklotronun önden kesit görünümü.



Şekil 6.2. Siklotronun üstten kesit görünümü

Parçacıklar orta noktadan sisteme girerek ve her turda magnetler arası RF alanını iki kez geçerler. Yörüngeler çoğunlukla RF alanın olmadığı iç bölgede gerçekleşir ve her turdaki enerji kazanımından dolayı yörünge spiral şeklinde büyüyerek ilerler ve magnet bitiminde kullanım için dışarı alınır. Siklotron içindeki dolanım süresi;

$$\tau = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m c}{e} \frac{\gamma}{ZB} \quad (6.1)$$

burada Z iyonlar için atom numarasıdır. Siklotronda genelde rölativistik olmayan enerjilerde ($\gamma = 1$) hızlandırma yapılır.

Manyetik alan sabit tutulursa, dolanım frekansı sabit olacaktır ve bu nedenle sabit bir RF frekansı uygulanabilir.

$$f_{rev} = \frac{ZeB}{2\pi mc\gamma} = \text{sabit} = f_{rf} \quad (6.2)$$

Burada f_{rf} alanın RF frekansıdır.

Siklotron prensibi rölativistik olmayan parçacıklarla sınırlıdır. Tipik bir siklotronda protonlar 20-25 MeV enerjilere (durgun kütle enerjilerinin % 2,5'i) ulaşabilirler ve bu enerji rölativistik değildir. $\gamma > 1$ olunca hız rölativistik hale gelmeye başlar ve dolanım frekansı zamanla büyür. Bu durumda hızlar RF alanın faz hızı ile eş zamanlılığını kaybetmeye başlar ve etkin hızlandırmadan uzaklaşılır.

RF frekansı B manyetik alanına ve hızlandırılan parçacığın Z atom numarasına bağlıdır. Protonlar, döteronlar ve helyum iyonu için kullanılacak RF frekansları pratik birimlerde sırasıyla;

$$\begin{aligned} f_{rf} [MHz] &= 1.58B [kG] \\ f_{rf} [MHz] &= 0.76B [kG] \\ f_{rf} [MHz] &= 0.76B [kG] \end{aligned} \quad (6.3)$$

şeklinde verilir.

Siklotronlarda ulaşılabilecek E_{kin} enerjisi rölativistik değildir ve B manyetik alanı ile siklotronun yarıçapına bağlıdır:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m\vartheta^2 = \frac{(cp)^2}{2mc^2} = \frac{Z^2 e^2 B^2 R^2}{2mc^2} \quad (6.4)$$

Pratik birimlerde protonlar, döteronlar ve helyum iyonu (He^{++}) için sırasıyla kinetik enerji aşağıdaki şekilde verilmektedir.

$$\begin{aligned}
E_{kin}[MeV] &= 0.48B^2[kG^2]R^2[m^2] \\
&= 0.24B^2[kG^2]R^2[m^2] \\
&= 0.48B^2[kG^2]R^2[m^2]
\end{aligned} \tag{6.5}$$

RF hızlandırıcılarda parçacık demetlerinin zaman yapısı RF alanın zaman yapısını yansıtmaktadır. RF alanının kullanıldığı hızlandırıcılarda demet sürekli tekrarlanan mikro paketçiklerden oluşmaktadır. Atmalı bir RF alanının kullanılması durumunda ise demet yapısı makro atmalı olmaktadır.

6.2. Sinkro-Siklotron

Siklotron prensibinde RF frekansının sabit olmasından dolayı, rölativistik olmayan enerjilere sınırlama gelmektedir. RF sistemler için bu çalışma modu en verimli mod olarak tercih edilir ancak enerji artırılabilir olmalıdır. Bir RF kavitede frekansı değiştirmek için teknik yöntemler vardır.

Hızlandırıcı teknolojisi daha yüksek enerjilere ulaşmayı başardıkça, parçacık demetlerini odaklama ihtiyacı önem kazanmaktadır. Bu enine düzlemde, daha önce bahsedilen zayıf odaklama ile yapılır. RF alanlarla hızlandırmaya dayanan yüksek enerjili parçacık hızlandırıcılarında temel odaklama özelliği olan faz odaklaması **Veksler** ve **McMillan** tarafından ortaya konulmuş ve formülize edilmiştir.

Siklotronun bu türünde rölativistik faktör γ 1' den büyük hale gelirken, RF frekansı değiştirilir. Eşitlik 6.6 yerine RF frekansı için,

$$f_{rf} = \frac{ZeB}{2\pi\gamma mc} \tag{6.6}$$

kullanılabilir. B manyetik alan, sabit olduğundan radyo frekansı enerji ile değişir. Böylece eşzamanlılık korunur.

$$f_{rf} \approx \frac{1}{\gamma(t)} \quad (6.7)$$

Anlık parçacık enerjisi $\gamma(t)$, $\frac{1}{r} = \frac{ZeB}{(cp)}$ hareket denkleminde türetilir. Bunu kinetik enerji için çözersek;

$$\sqrt{E_{kin}(E_{kin} + 2mc^2)} = eZBr \quad (6.8)$$

bulunur. Bu prensibe göre inşa edilen büyük ölçekli sinkro-siklotron, 1946'da Lawrence Berkeley Laboratuvarında (LBL) inşa edilen 184 inçlik bir sinkro siklotronudur. 4300 ton ağırlığındaki magnetin maksimum manyetik alanı 15 kG ile maksimum yörünge yarıçapı 2.337 m olmuştur.

Her iki düzlemde de eşit odaklama yapabilmek için alan indeksi $n = \frac{1}{2}$ olmalıdır. Buna göre manyetik alan,

$$B_y(r) \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (6.9)$$

şeklinde davranır. Yörünge yarıçapında manyetik alan, merkezdeki değerine göre önemli ölçüde düşük olacaktır. Manyetik alan ve parçacık enerjisinin her ikisinin de değişken olması, eşzamanlılığı korumak için RF frekansının modüle edilmesini gerektirmektedir.

$$f_{rf} \sim \frac{B[r(t)]}{\gamma(t)} \quad (6.10)$$

Frekans modülasyonu gerekliliğinden dolayı, parçacık akısı rf frekansının periyoduna eşit uzunluklu atmalı bir makro yapıya sahiptir.

6.3. İsochron-Siklotron

Sinkro-siklotrondaki frekans modülasyonu teknik olarak karmaşıktır ve farklı türde parçacıklar için farklı ayarlamalar gerektirir. Thomas'ın radyal manyetik alanın, parçacığın enerjisine uygun bir şekilde modüle edilebileceğini bulması bu alanda önemli bir gelişme olmuştur. Bu koşul,

$$f_{rf} \sim \frac{B[r(t)]}{\gamma(t)} = \text{sabit} \quad (6.11)$$

şeklindedir. Eşitlik 6.11'i odaklama gereksinimiyle bağdaştırmak için, manyetik alanda güçlü azimutal değişim gerekli olacaktır.

$$\frac{\partial B_y(r, \varphi)}{\partial \varphi} \neq 0 \quad (6.12)$$

Güçlü odaklama olarak bilinen, karmaşık manyetik odaklama tasarılarının uygulaması sabit RF frekanslı alanlarla parçacık hızlandırmada kullanılmıştır.

İsochron-siklotronlarda, RF frekansında mikro paketçiklerin sürekli bir demeti oluşturulur. Yüksek proton akısı bu tür hızlandırıcıları verimli yüksek enerjili proton demetleri oluşturmada ve uygun hedefler aracılığı ile yüksek akılı kaon ve pion mezon ikincil demetleri oluşturmada kullanılmaktadır.

6.4. Sinkrotron

Siklotron prensibinde, magnet ağırlıkları ve maliyetleri büyük olduğundan ve yörünge yarıçapları magnet büyüklükleri ile sınırlı olduğundan ulaşılabilen maksimum parçacık enerjileri birkaç yüz MeV mertebesini aşmadığından daha yüksek enerjilere, yörünge

yarıçapı R sabit tutularak ulaşılabilmektedir. Bu durumda, artık magnetin merkezinden başlayan bir sürece gerek kalmamış olmaktadır. Sabit yarıçaplı dairesel sinkrotronlarda demeti bükmek için gerekli dipol (eğici) magnetler ve kuadropol (odaklayıcı) magnetler dairesel yörünge üzerine yerleştirilebilmektedir. Yörünge yarıçapının sabit tutulması koşulu,

$$\frac{1}{R} = \frac{eB}{cp} = \text{sabit} \quad (6.13)$$

şeklinde sağlanabilmektedir. Bu koşul, manyetik alan parçacığın momentumuyla orantılı olarak artırıldığı sürece tüm enerjiler için sağlanabilir. Sinkrotronlarda parçacıklar düşük enerjilerde enjekte edilir ve hedeflenen yüksek enerjilere ulaştırılabilir. Bu işlem sırasında eğici (dipol) magnet alanları, parçacıklar enerji kazanırken onları sabit yörüngede tutmak için artırılmalıdır. Böyle bir sinkrotronda elde edilen parçacık demeti RF frekansı ile uyumlu olacak şekilde atmalı yapıdadır.

Eşzamanlılık şartı Eşitlik 6.14' te verilmiştir.

$$f_{rf} = \frac{ZeB}{2\pi\gamma mc} \quad (6.14)$$

Parçacık demeti sinkrotron tipi bir hızlandırıcıya doğrusal veya dairesel tipte bir ön hızlandırıcı aracılığı ile yaklaşık MeV mertebesinde enerjilerde enjekte edilir.

Bununla birlikte daha ağır parçacıklar için, hızlandırmanın ilk aşamalarında ılımlı bir frekans modülasyonu gerekebilmektedir. Bu değişim;

$$f_{rev}(t) = \frac{ZecB}{2\pi cp} \beta(t) \sim \beta(t) \quad (6.15)$$

İle ifade edilir. Eşzamanlılık şartının sağlanması için, RF frekansı dolanım frekansının tam katı olmalıdır ve değişen dolanım frekansının bir kesrinde module edilmelidir. RF frekansının dolanım frekansına oranına **harmonik sayısı (h)** denir.

$$f_{rf} = hf_{rev} \quad (6.16)$$

Bir sinkrotronda ulařılan maksimum enerji;

$$cp_{max} = \sqrt{E_{kin}(E_{kin} + 2mc^2)} = C_p B [kG] R [m] \quad (6.17)$$

bağıntısı ile verilir. Burada $C_p = e = 0.02997926$ GeV / kGm' dir.

İlk sinkrotronlar, odaklama koşulunu sağlayan alan indeksi ile tutarlı alan gradyenti oluşturan dipol alan bileşenine ek olarak zayıf odaklama sağlayan eğici magnetlerle yapılandırılıyordu.

Birbirinden bağımsız olarak **Chrisofilos** ve **Courant** grubu tarafından 1952' de güçlü odaklamanın keşfiyle daha büyük ölçekli sinkrotronlar inşa edilmiştir. Sinkrotronlarda protonlar ve iyonlar gibi ağır parçacıklarının yanı sıra elektronlar da çok yüksek enerjilere ulaştırılabilir. Günümüzde modern proton hızlandırıcılarında süper iletken magnetler kullanılarak 1000 GeV'in (TeV) mertebesinde enerjilere ulaşılabilmektedir. Örneęin CERN-LHC proton-proton çarpıştırışında çevre 27 km, süper iletken dipol magnet alanı 8 T ve ulaşılan demet enerjisi 7 TeV'dir.

6.5. Depolama Halkaları

Sabit demet enerjili sinkrotronlar, demeti sabit enerjide depoladıkları gerçeğinden hareketle "Depolama Halkası" olarak anılırlar. Depolama halkalarında parçacık demetleri uzun süreler (günlerce) sabit enerjide tutulabilirler ve özellikle hızlandırıcıya dayalı ışınım kaynağı tesislerinde (örn. sinkrotron ışınımı üretimi için) kullanılırlar. Yüksek enerji fiziğinde sinkrotronlar yaygın olarak parçacık çarpıştırıcılarında kullanılırlar.

6.6. Karakteristik Parametrelerin Özeti

İncelenen dairesel hızlandırıcılar için temel fizik ilkeleri dikkate alındığında iki temel parametrenin öne çıktığı görülür. Bunlar yörünge yarıçapı ($\frac{1}{r} = \frac{eB_y}{\gamma mc^2 \beta}$) ve RF frekansdır ($f_{rf} = \frac{ceB_y}{2\pi\gamma mc^2} h$). Yöründe yarıçapı Lorentz kuvvetinden, RF frekansı ise eşzamanlılık koşulundan kolayca elde edilebilir.

Aşağıdaki çizelgede siklotron ve sinkrotron tipi dairesel hızlandırıcılar için temel parametrelerin bir karşılaştırması verilmiştir. Sinkrotronlar hafif parçacıklar (elektron) ve ağır parçacıklar (proton) için iki ayrı kategoride ele alınmıştır.

Tablo 6.1. Siklotron ve sinkrotron tipi hızlandırıcıların karşılaştırması

Çalışma prensibi	Enerji γ	Hız v	Yörünge r	Alan B	Frekans f_{rf}	Akı
Siklotron	1	Değişken	$\sim v$	sabit	sabit	sürekli*
Sinkro siklotron	Değişken	Değişken	$\sim p$	$B(r)$	$\sim B(r)/\gamma(t)$	atmalı
İsokron siklotron	Değişken	Değişken	$r = f(p)$	$B(r, \varphi)$	sabit	sürekli
Proton/iyon sinkrotronu	Değişken	Değişken	r	$\sim p(t)$	$\sim v(t)$	atmalı
Elektron sinkrotronu	Değişken	Sabit	r	$\sim p(t)$	sabit	atmalı

*radyo frekansında module edilmiş sürekli demet

Problemler

Problem 1. Yarıçapı 1.23 m ve RF frekansı 60 Hz olan bir Kerst Betatronuna elektronlar enjekte edilmektedir. Elektronların toplam kazandığı enerji 20 MeV ise elektronlar bir turda ne kadar enerji kazanır?

Problem 2. Betatron için $R= 0.4$ m, $c\rho_{\max}= 42$ MeV, $g= 10$ m (kutuplar arası mesafe) ise betatron sınırlarından her biri için uyarılma akımı nedir?

$$I_{tot}(A) = \frac{1}{0.4\pi} B_{\perp}(G)g(m)$$

Problem 3. Kerst Betatronunda $c\rho = 300$ MeV ise 1 Watt'lık sinkrotron ışınım gücü üretmek için elektron demet akımı ne olmalıdır?

Problem 4. Bir sinkro - siklotronda protonları $E_{kin,0} = 100$ keV' den $E_{kin} = 600$ MeV 'e hızlandırmak için gereken frekans değişimini bulunuz ve $f_{rf} = f(E_{kin})$ bağıntısını türetiniz.

Problem 5. Çevresi 300 m olan bir sinkrotronda kullanılan eğici manyetin manyetik alanı 1.2 T' dir. Bu sinkrotronda bir elektron demetinin ulaşacağı maksimum kinetik enerjiyi hesaplayınız.