LABLACE DÖNÜŞÜMLERİ[1-5]

Kaynaklar

1. Luyben, W.L.1990. Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers, 2nd ed.,McGraw-Hill, New York.
2. Bequette, B.W. 1998. Process Dynamics, Modeling, Analysis and Simulation, Prentice Hall, New Jersey
3. Thomas E. Marlin, 2000. Designing Procesees and Control Systems for Dynamic Performance, 2nd Edition, McGraw Hill Book Co, Singapore.

4.Matlab 9, The MathWorks, Inc., Apple Hill Drive, Natick, MA.,2009

5. Alpbaz M.,Proses Kontrol, A.Ü.F.F. Döner Sermaye İşletmesi Yayınları, No:121993 Ankara

LABLACE DÖNÜŞÜMLERİ

Bu denklemin çözümündeki kökler değişkenlerin yatışkın hal değerleridir.

TANIM:

Laplace dönüşümlerinin Matermatiksel olarak tanımı :

$f(t)$ fonksiyonunun Laplace'ı

$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st}\, dt \qquad (1)$$

$F(s$ fonksiyonu $f(t)$ fonksiyonun laplace'dır.

Laplace dönüşümleri sadece doğrusal denklemlere uygulanabilir. Özellikleri aşağıdaki gibidir:

$$L[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = \int_0^{\infty} a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] e^{-st} dt$$

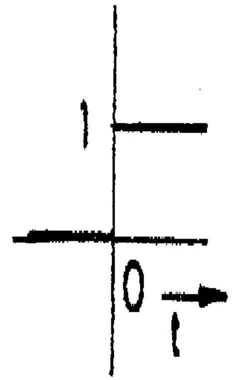
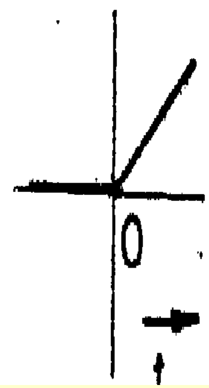
$$= \int_0^{\infty} a_1 f_1(t) e^{-st} dt + \int_0^{\infty} a_2 f_2(t) e^{-st} dt \qquad (2)$$

$$= a_1 \int_0^{\infty} f_1(t) e^{-st} dt + a_2 \int_0^{\infty} f_2(t) e^{-st} dt$$

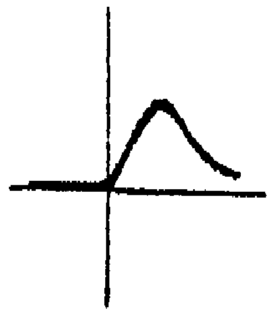
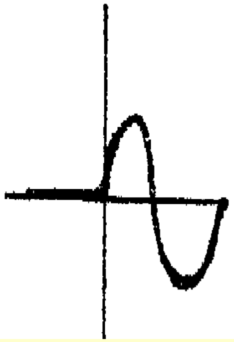
$$L[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 L[f_1(t)] + a_2 L[f_2(t)]$$

Eşitlik (2) bir doğrusal işlemin Laplace gösterimidir.

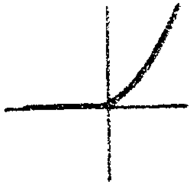
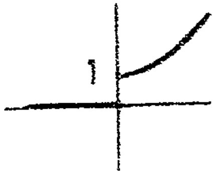
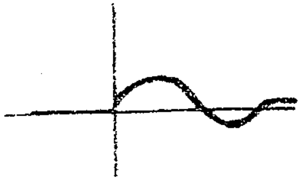
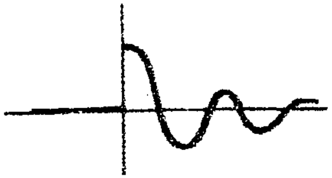
Bazı Fonksiyonların Laplace Dönüşümleri

FONKSİYON	GRAFİK	DÖNÜŞÜM
$u(t)$		$1/s$
$t\,u(t)$		$1/s^2$

devam

$t^n e^{-at}\, u(t)$		$\dfrac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\sin kt \;\; u(t)$		$\dfrac{k}{s^2+k^2}$

devam

$\sinh kt \; u(t)$		$\dfrac{k}{s^2 - k^2}$
$\cosh kt \; u(t)$		$\dfrac{s}{s^2 - k^2}$
$e^{-at} \sin kt \; u(t)$		$\dfrac{k}{(s+a)^2 + k^2}$
$e^{-at} \cos kt \; u(t)$		$\dfrac{s+a}{(s+a)^2 + k^2}$

devam

$$\delta(t)=\frac{d}{dt}u(t)$$

$$L\{f'(t)\}=sf(s)-f(0)$$

$$L\{f''(t)\}=s^2f(s)-sf(0)-f'(0)$$

$$L\{\frac{d^nf(t)}{dt^n}\}=s^nf(s)-s^{n-1}f(0)-s^{n-2}f'(0)\ldots-f^{n-1}(0)$$

$$L\{\int_0^t f(t)dt\}=\frac{f(s)}{s}$$

$$e^{(a+jb)t}=e^{at}(\cos bt+j\sin bt)$$

$$\cos(-\theta)=\cos(\theta),\quad \sin(-\theta)=-\sin(\theta)$$

ÖRNEK

$$\frac{dx}{dt} + x = 1 \text{ ; diferansiyel denklemini } x(0)=0$$

başlangıç koşuluna göre çözünüz

$$\frac{dx}{dt} + x = 1 \text{ ; } \quad x(0)=0$$

Eşitligin her iki yanının Laplace dönüşümü alınırsa

$$s\,x(s) - x(0) + x(s) = \frac{1}{s}$$

$$s\,x(s) + x(s) = \frac{1}{s}$$

$$x(s) = \frac{1}{s\,(s+1)}$$

Çarpanlara ayırma işlemi yapılırsa;

$$x(s) = \frac{1}{s\,(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1}$$

Yukarıdaki eşitlik s ile çarpılırsa ;

$$\frac{1}{(s+1)} = A + \frac{B\,s}{s+1}$$

s=0 için A=1 bulunur.

Benzer şekilde (s+1) ile çarpılırsa;

$$\frac{1}{s(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{A(s+1)}{s} + B$$

Kök bulunursa; (s+1) = 0, s=-1 olur.Denklemde her iki tarafda s=-1 verilir ve B=-1 olur.

$$\frac{1}{s(s+1)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{(s+1)}$$

Ters Laplace dönüşümü alınırsa;

$$f(t) = 1 - e^{-t}$$