DOĞRUSAL SİSTEMLERİN DİNAMİĞİ

Sistemin Mertebesi *(order)*:

G(s) genellikle s'e göre iki polinomun oranı olarak gösterilebilir.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}$$

$$= \frac{(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\dots(s - p_n)}$$

Gerçekleştirilebilir olması için : $n \geq m$ gerekir

- **t alanında:** Modelde çıktının en yüksek türevinin mertebesi
- **s alanında:** Transfer fonksiyonun paydasındaki polinomda s'in en yüksek derecesi (yukarıdaki yazıma göre: n)

➔ I. Mertebeden bir prosesin transfer fonksiyonu $\dfrac{K}{\tau s + 1}$

Zaman sabiti (*Time constant*, t): **Sistemin yanıtımının ne kadar hızlı olduğunun bir ölçüsü** *(birimi : zaman)*

Yatışkın hal kazancı **(Steady State Gain, K): Çıkış değişkeninin prosesteki değişikliğe karşı yanıtı hakkında bilgi verir.**

BİRİNCİ MERTEBE SİSTEMLERİN DİNAMİK DAVRANIŞI

- Proseslerin çevrelerindeki değişimlere nasıl yanıt verdikleri bizim için önemlidir.
- Herhangi bir giriş değişkenindeki değişim prosesimizin kontrol edilen değişkenlerini nasıl etkiliyor?
- Girdilerdeki değişimler farklı şekillerde olabilir.

Girdi değişimleri

- Endüstrideki uygulamalarda kullanılan 6 önemli girdi değişimi vardır

1) Basamak girdisi (step input)
2) Rampa girdisi (ramp input)
3) Dikdörtgen puls (rectangular pulse)
4) Sinüzoidal girdi (sinusoidal input)
5) Impuls girdisi (impulse input)
6) Değişken girdiler

BİRİNCİ MERTEBE SİSTEMLERİN DİNAMİK DAVRANIŞI

Proses dinamiğini belirlemede kullanılan tipik girdiler;

$$x_S(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t \geq 0 \end{cases}$$

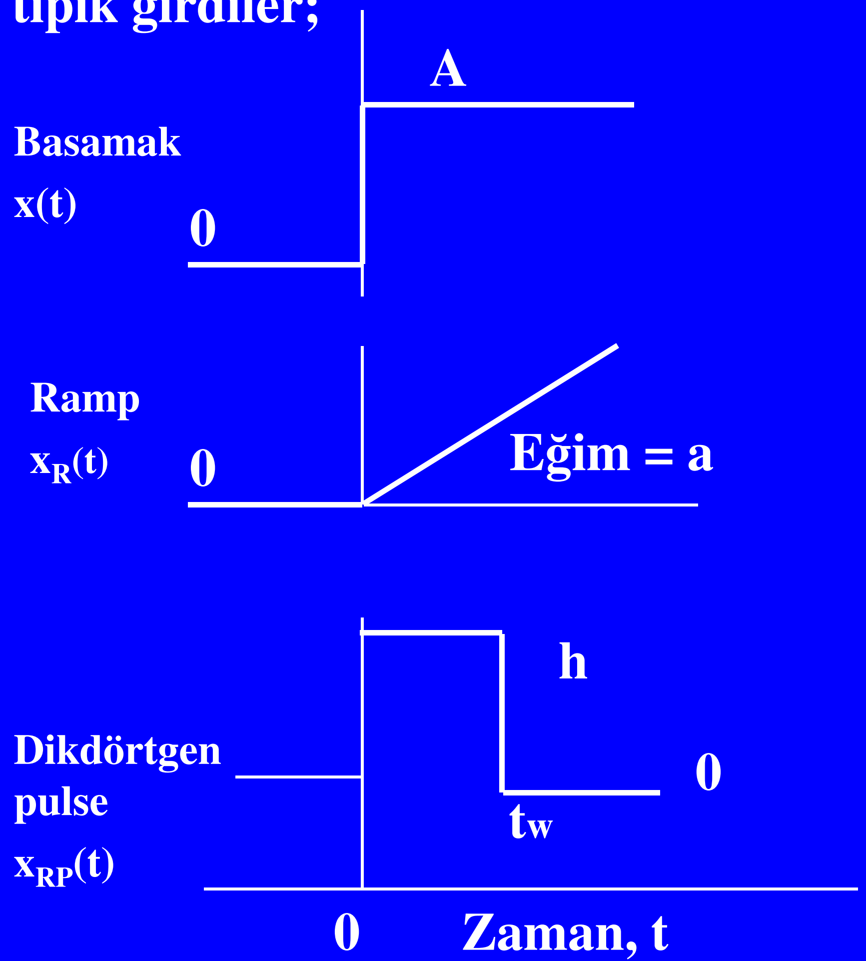
$$x(s) = A/s$$

$$x_R(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ at & t \geq 0 \end{cases}$$

$$x_R(s) = a / s^2$$

$$x_{RP}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ h & 0 \leq t < t_w \\ 0 & t > t_w \end{cases}$$

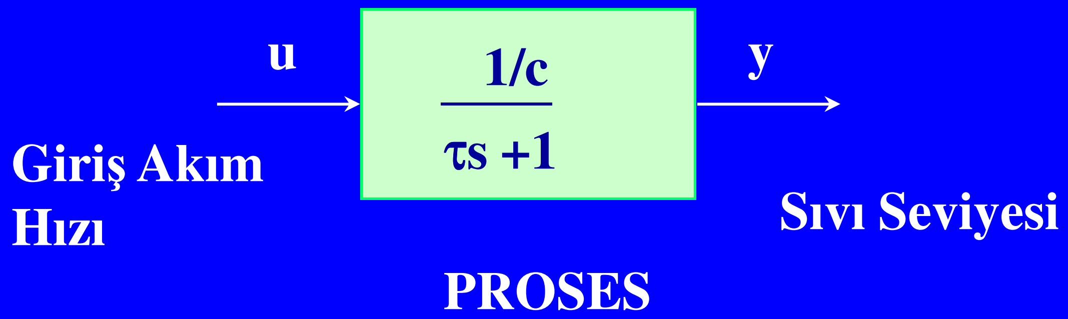
$$x_{RP}(s) = \frac{h}{s}\left(1 - e^{-t_w s}\right)$$



Basamak girdiye tepki

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1/c}{\tau s + 1}$$

(Sıvı seviye sistemi için)



Girdi: $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t \geq 0 \end{cases}$; $u(s) = \dfrac{A}{s}$

$$y(s) = \frac{K}{\tau s + 1}\,\frac{A}{s}$$

Kısmi fraksiyonlama ile

$$y(s) = AK\left(\frac{1}{s} - \frac{\tau}{\tau s + 1}\right)$$

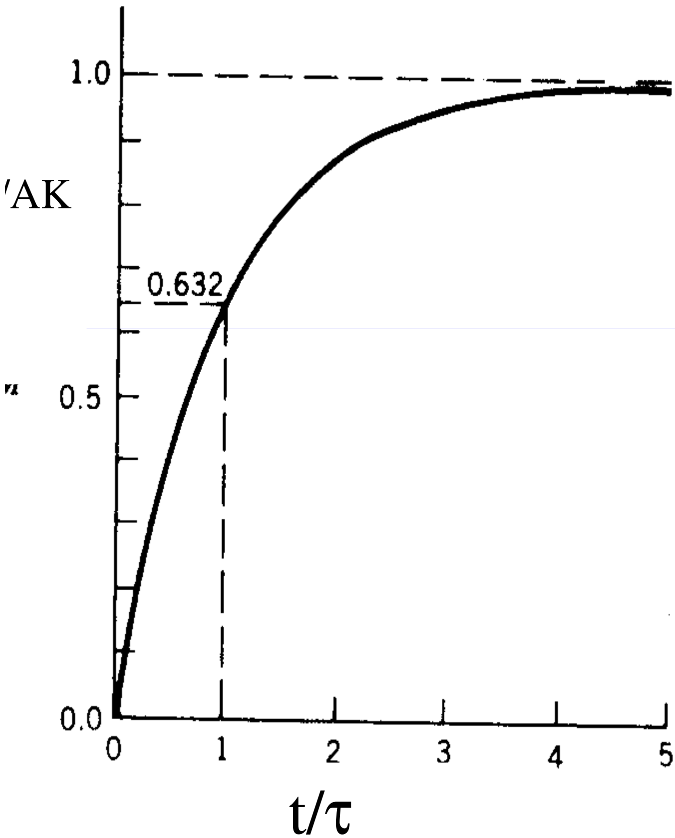
Her iki tarafın ters L dönüşümü alınıp çözülürse

$$y(t) = AK\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

K = Proses kazancı

A = Basamak değişiminin büyüklüğü

τ = zaman sabiti



irinci mertebe prosesin
asamak tepkisi

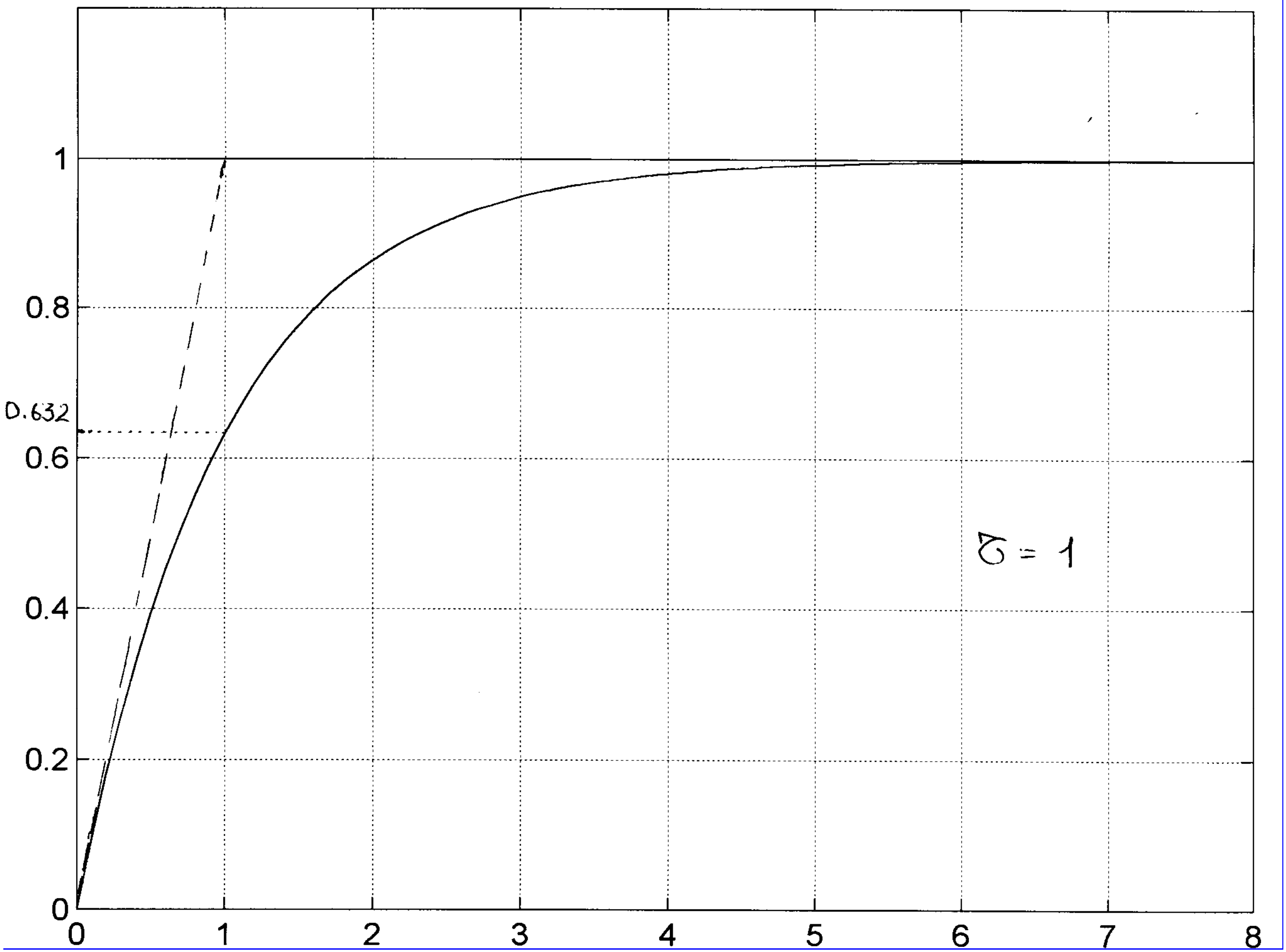
$$y = AK(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

➔t= τ proses yanıtının sadece %63.2 tamamlanmıştır.

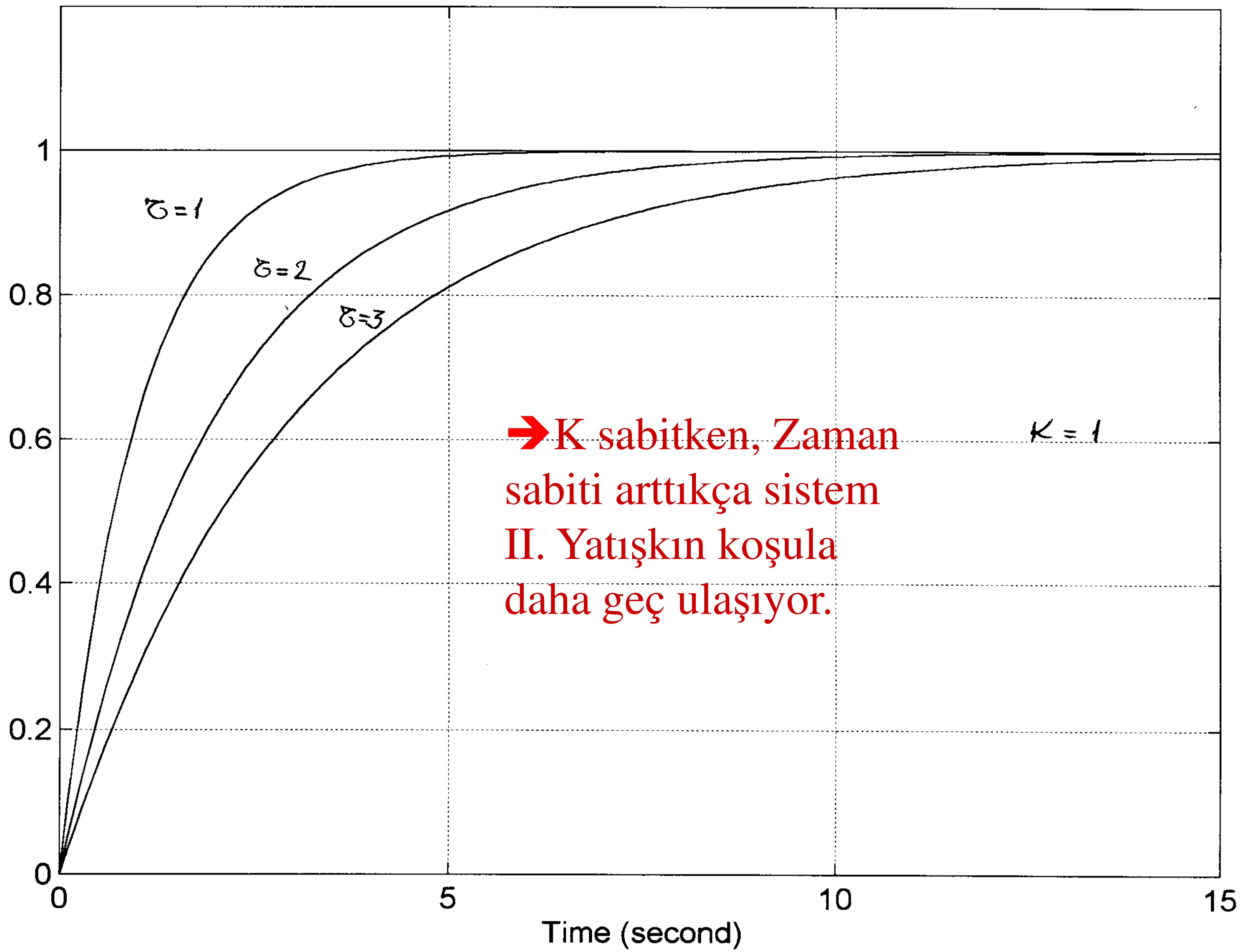
➔t= 5τ son yatışkın duruma yaklaşır.

Birinci mertebe bir prosesin basamak girdiye tepkisi

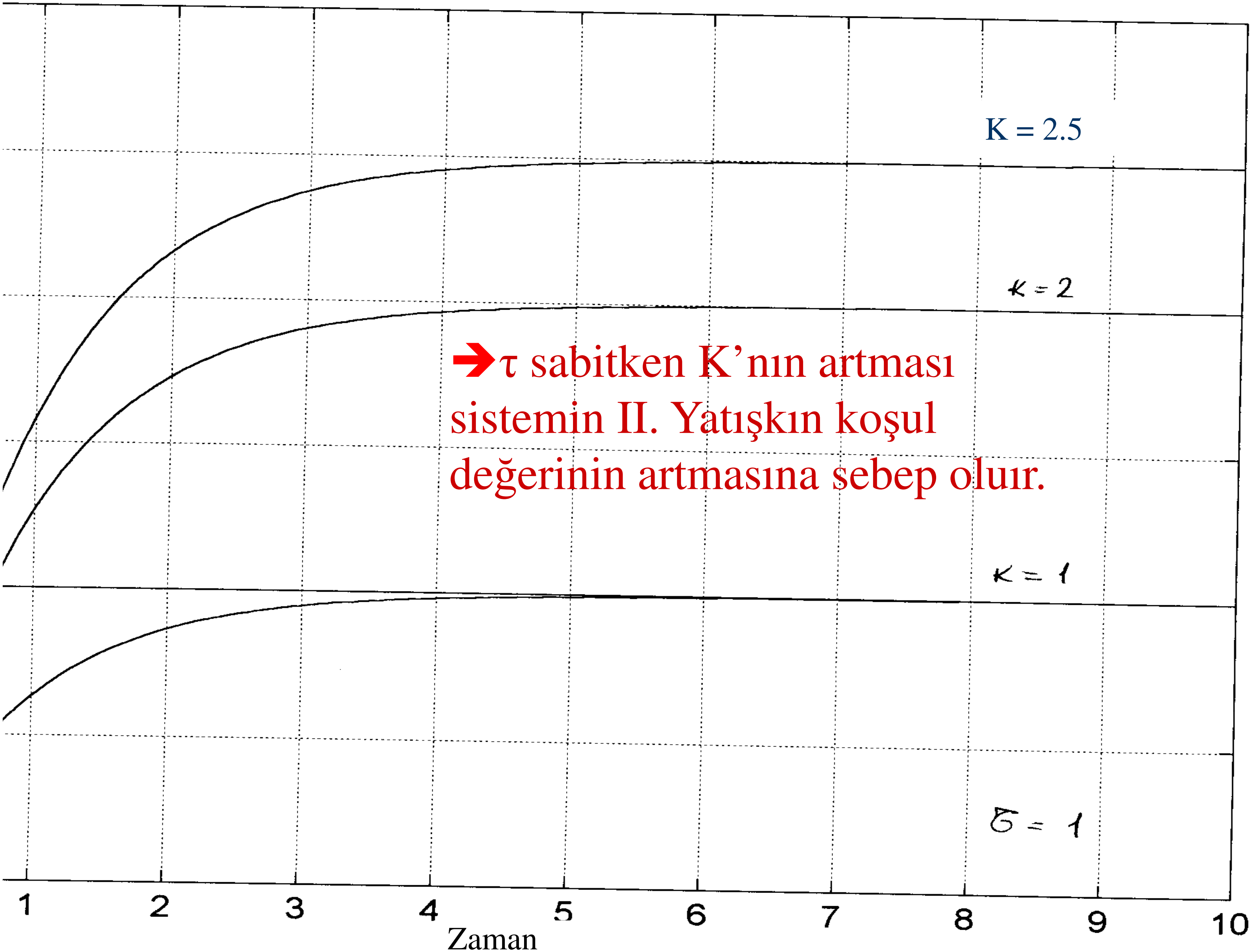
t	$\frac{y}{AK} = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
0	0
τ	0.6321
2τ	0.8647
3τ	0.9502
4τ	0.9817
5τ	0.9933



1
0.8
0.632
0.6
0.4
0.2
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
$\tau = 1$



➔K sabitken, Zaman sabiti arttıkça sistem II. Yatışkın koşula daha geç ulaşıyor.



➔τ sabitken K'nın artması sistemin II. Yatışkın koşul değerinin artmasına sebep olur.

Örnek

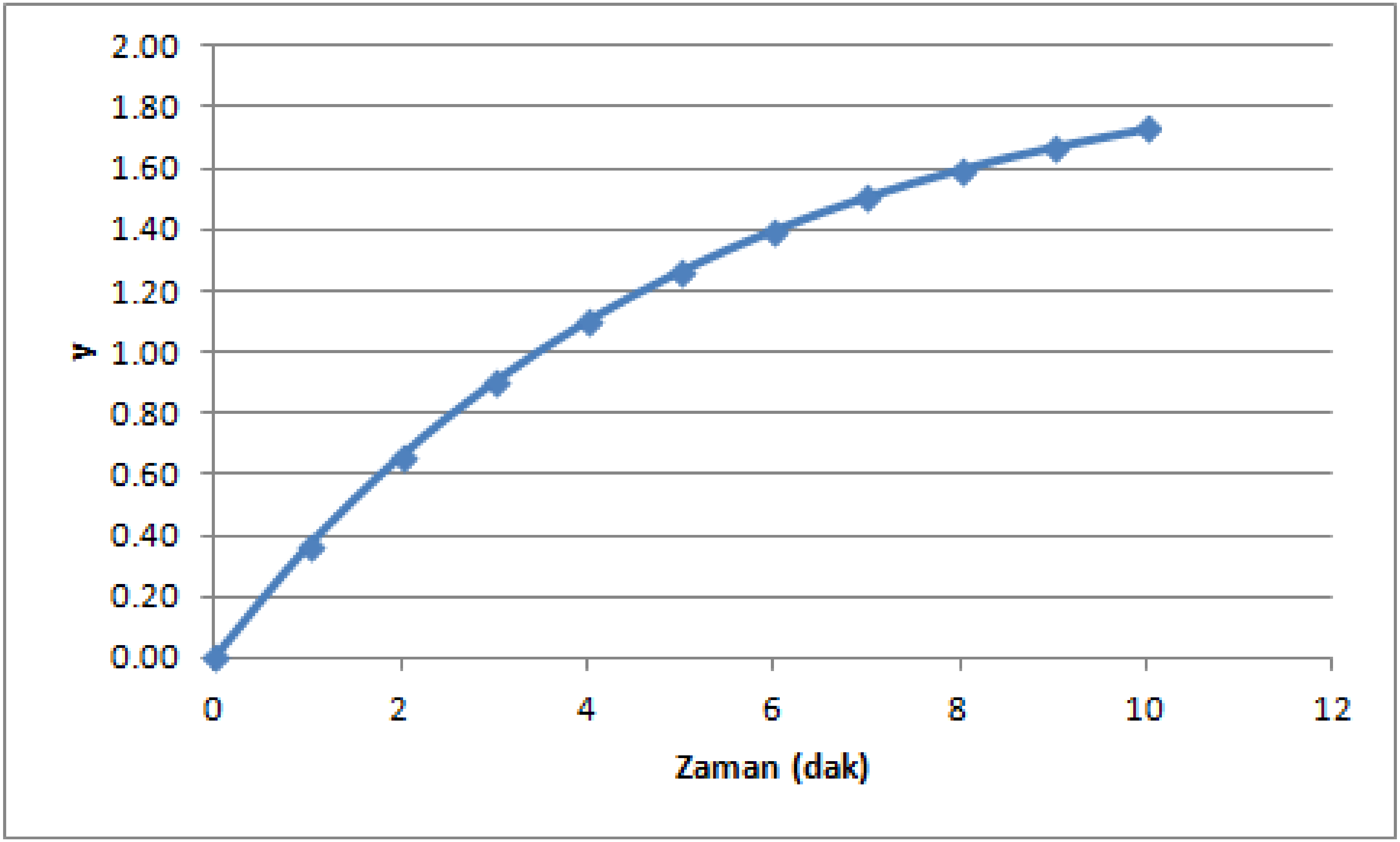
Zaman sabiti 5 dak. Olan ve proses kazancı 1 olan birinci mertebeden bir sistemde giriş değişkeninde basamak değeri 2 olacak şekilde yapılan bir etki çıkış değişkenini nasıl etkiler? Çıkış değişkeninin zamana göre değişimini çiziniz.

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{[5s+1]}$$

$$y(s) = \frac{1}{[5s+1]}\frac{2}{s}$$

$$y = 2(1-e^{-\frac{t}{5}})$$

zaman(dak)	y(t)
0	0.00
1	0.36
2	0.66
3	0.90
4	1.10
5	1.26
6	1.40
7	1.51
8	1.60
9	1.67
10	1.73



➔t sonsuzdaki değeri nedir?

Örnek : Harmanlama sistemi

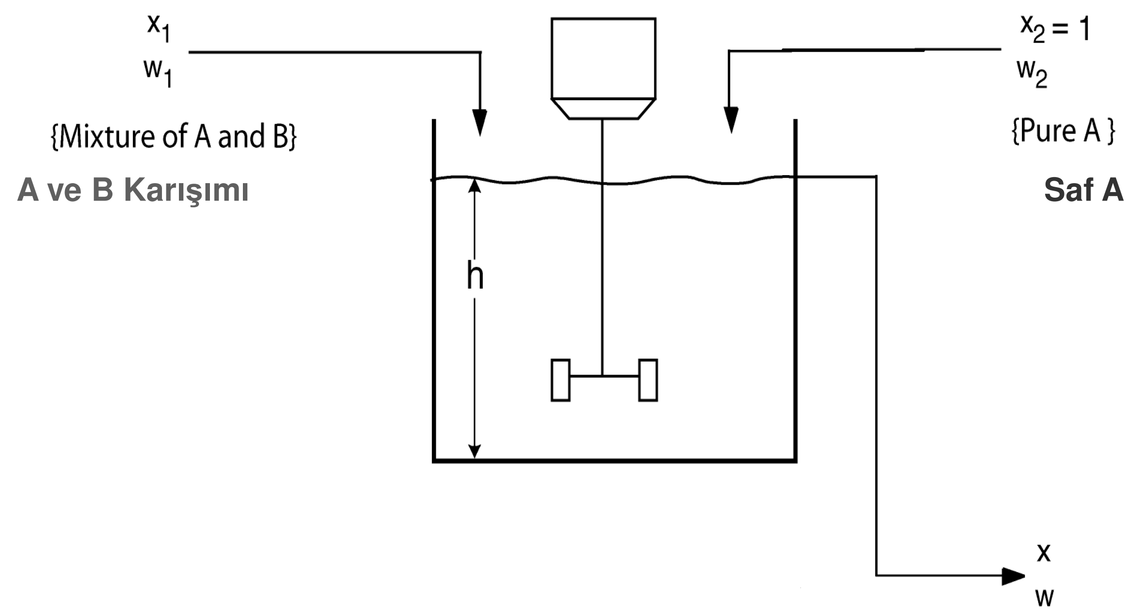


Figure 1.3. Stirred-tank blending system.

Notasyon:

- w_1, w_2 ve w kütlesel akış hızları
- x_1, x_2 ve x A bileşeni kütle kesirleri

Örnek : Harmanlama sistemi

- Şekildeki harmanlama sistemi ilk olarak yatışkın koşuldadır. İlk yatışkın koşul değerleri w_1=600 kg/dak w_2= 2 kg/dak x_1=0.05 x_2 =1. Sıvı hacim ve yoğunluğu sabittir. (V=2 m^3 ve ρ=900 kg/ m^3)

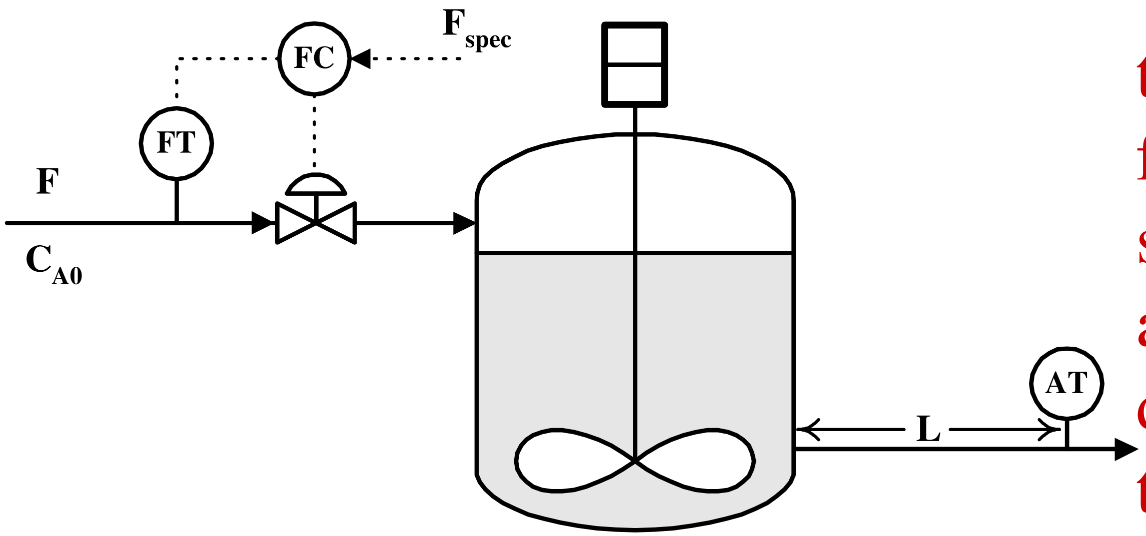
a)İlk yatışkın koşuldaki x ve w değerlerini hesaplayınız.

b) x_2 ve w_2 proses boyunca sabit olduğu düşünülürse K ve τ nedir hesaplayınız?

b) t=0 anında x_1 0.05'den 0.075'e aniden çıkarılırsa çıkış değişkenin cevap denklemi ne olur x(t)=?

c)5. dakikada çıkış konsantrasyonu kaç olur?

Ölü zaman (Dead time)



➔Dead Time: The amount of time it takes for a process to start changing after a disturbance in the system.

- Reaktörden analizöre taşınım gecikmesi:

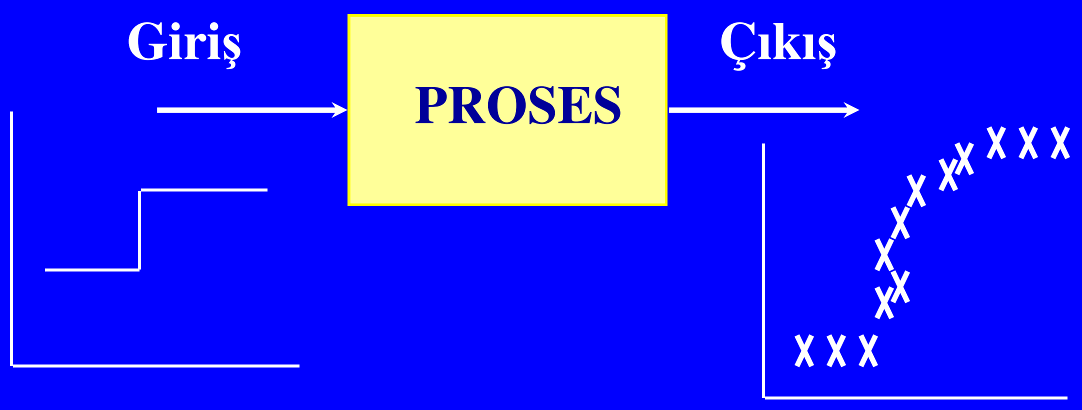
$$C_s(t) = C(t-\theta) \qquad \text{Burada} \quad \theta = \rho\, L A_c / F$$

- Transfer Fonksiyonu:

$$G_p(s) = e^{-\theta s}$$

- Modellemesini yapamadığımız birinci mertebeden bir prosesin K, τ ve ölü zamanını nasıl buluruz?

Basamak testi *(Step Test)*



- **Kararlı yatışkın hali bekle**
- **Girişi biraz arttır (% ?)**
- **Başka düzensizliklere izin verme**
- **Proses değişkenini izle (proses yeni yatışkın hale gelene dek)**
- **Model parametrelerini regresyonla *(regression)* veya grafiksel yöntemlerle bul**

ÖRNEK : Proses Tepki Eğrisi Yöntemi

A büyüklüğünde basamak girdisine yanıtım ***(Response)***

Eğer ölü zaman *(dead time)* = 0 ise;

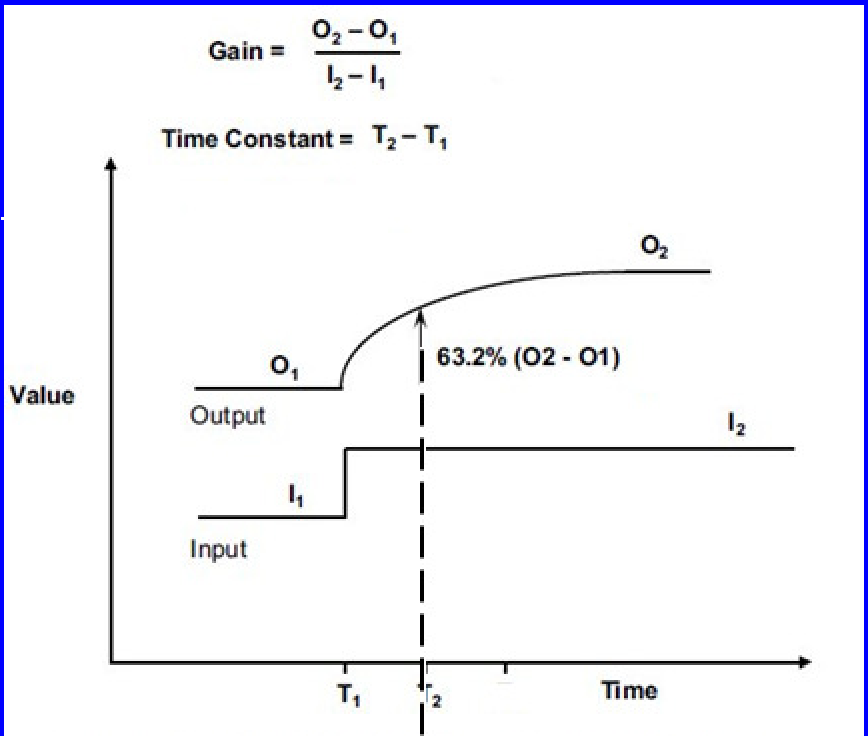


Figure 9-16. First Order Plus Deadtime Process

Model:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Parametreler:

$$K = \Delta y / \Delta u = (O_2 - O_1)/(I_2 - I_1)$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{d}{dt}\left(\frac{y}{KA}\right)\Bigg|_{t=0}$$

Veya $(O_2 - O_1)$ değerinin %63.2'sine ulaşıldığı t anı = τ

Ölü zaman sıfır değilse;

Model: $$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

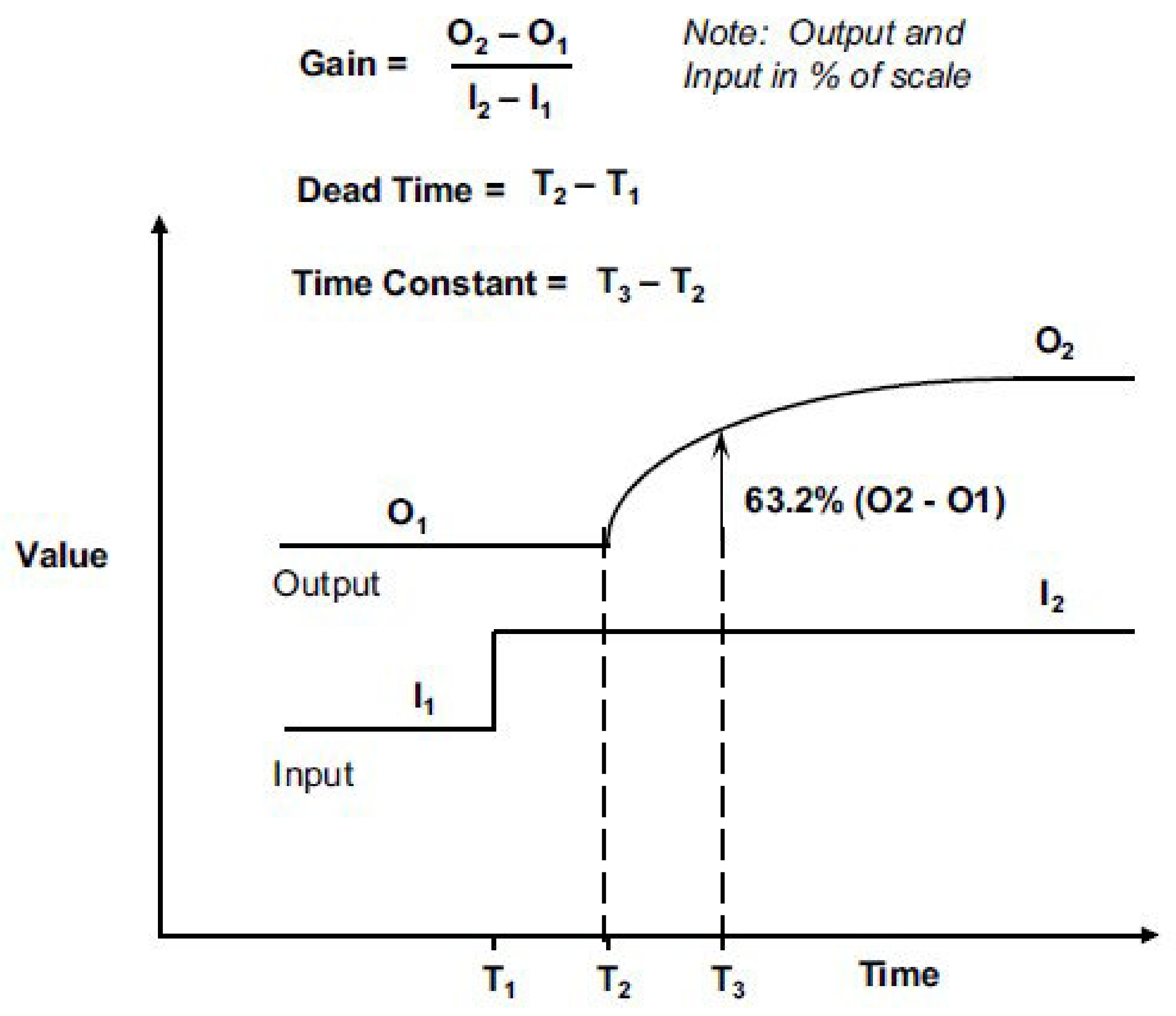


Figure 9-16. First Order Plus Deadtime Process