FİZ304 İSTATİSTİK FİZİK VE TERMODİNAMİK

“Parçacık Sistemlerinin İstatistik Tanımlanması I”

Prof.Dr. Orhan ÇAKIR

Ankara Üniversitesi, Fizik Bölümü

2017

Bir Sistemin Durumunun Özellikleri

- Makroskopik bir sistemi çözümlerken gerekli olan, sistemin durumu ile ilgili özellikler bulunur. Sistemi ilgilendiren olası sonuçların belirlenmesi için uygulanacak yöntemin bilinmesi gerekir, örneğin zar atışı deneyinde hangi yüzün yukarı geleceği söylenerek yapılabilir.
- Sistemin anlatımı kuantum mekaniği kapsamında ise mikroskopik sistemin sahip olduğu karakteristik durumları kunatum durumları olur.
- Yalıtılmış bir sistemin her kuantum durumu, enerjisinin belirli bir büyüklüğüne bağlı olarak belirlenir, buna **enerji düzeyi** denir. Sistemin aynı enerjisine karşılık gelen pekçok kuantum durumu olabilir, böyle durumlara **dejenere durum** denir. Sistemin en düşük enerji enerji düzeyine karşılık gelen yalnızca bir olası kuantum durumu bulunur, bu duruma **taban durumu** denir. Sistemin çok sayıda yüksek enerjili durumları olabilir, bunların herbirine **uyarılmış durum** denir.

Tek Boyutta Parçacık

- Bir boyutta hareket eden m kütleli serbest (üzerine bir kuvvet uygulanmayan) parçacık x=0 ve x=L arasında bulunmaktadır. Kuantum mekaniği kapsamında incelenen olayda parçacığa eşlik eden bir dalga vardır, parçacık L uzunluğunda ileri-geri hareket ederken genliği, x'in sınırlarında sıfır olan bir dalga fonksiyonu ile anlatılır. Serbest parçacık hareketi için Schrödinger denklemi yazılır

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x) = E\psi(x)$$

Bu denklemin çözümü genel olarak ψ(x) = A sinkx + B coskx yazılabilir. Burada A ve B sabitlerdir ve k ise dalga sayısıdır. Sınır koşulları (ψ(0)=0 ve ψ(L)=0) uygulandığında çözüm sadece ψ(x)=A sinkx olur, ikinci sınırda kL=nπ olması gerekir, böylece k=nπ/L, burada n= 1,2,3,… kesikli değerler alır, ve n sayısı kuantum durumlarını tanımlar. Dalga sayısı için k= nπ/L ve k=2π/λ ifadeleri, boyutların (L) yarım dalga boyuna eşit olduğunda duran dalga oluşabileceğini belirtir. Parçacığın p momentumu ile dalga sayısı arasında p=$\hbar$k bağıntısı vardır. Parçacığın enerjisi E = p^2/2m = $\hbar^2$ k^2/2m = ($\hbar^2$/2m)(nπ/L)^2 = ($\pi^2\hbar^2$/2m)(n^2/L^2) elde edilir.

Spin Sistemi Durumları ve Enerjileri

r	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	M	E
1	+	+	+	+	$4\mu_0$	$-4\mu_0 B$
2	+	+	+	-	$2\mu_0$	$-2\mu_0 B$
3	+	+	-	+	$2\mu_0$	$-2\mu_0 B$
4	+	-	+	+	$2\mu_0$	$-2\mu_0 B$
5	-	+	+	+	$2\mu_0$	$-2\mu_0 B$
6	+	+	-	-	0	0
7	+	-	+	-	0	0
8	+	-	-	+	0	0
9	-	+	+	-	0	0
10	-	+	-	+	0	0
11	-	-	+	+	0	0
12	+	-	-	-	$-2\mu_0$	$2\mu_0 B$
13	-	+	-	-	$-2\mu_0$	$2\mu_0 B$
14	-	-	+	-	$-2\mu_0$	$2\mu_0 B$
15	-	-	-	+	$-2\mu_0$	$2\mu_0 B$
16	-	-	-	-	$-4\mu_0$	$4\mu_0 B$

* 4 adet spini 1/2 olan parçacık sisteminin kuantum sayılarına (σ_i) göre durumları (mikro-durumlar) ve karşı gelen magnetik moment (M) ve enerjileri (E). Düzenlenim sayısı 2^4=16 dır.

İstatistik Topluluk

- İstatistik topluluk, herbiri bir sistemin özelliklerini taşıyan çok sayıda sistemden oluşan topluluktur.
- Sistem başlangıçta belli bir enerjiye sahip olacak şekilde hazırlanabilir, böylece yalıtılmış bir sistemin enerjisinin yalnızca E ile E+dE aralığında olduğu biliniyorsa, enerjileri bu aralıkta olan tüm kuantum durumları bu sistemin girilebilir durumlarıdır.
  – **Örnek:** Toplam magnetik enerjisi $-3\mu_0 B$ olan birleşik sistem (A*), magnetik momenti μ_0 olan 3 tane spin-1/2 parçacıktan oluşan A sistemi ve herbirinin magnetik momenti $2\mu_0$ olan 2 tane spin-1/2 parçacıktan oluşan A’ sistemi içermektedir. Burada r indisi ile girilebilir durumları gösterirsek r=1,2,3,4,5 değerlerini alacak, A sisteminde (+,+,+,+), (+,+,+,+), (+,-,-), (-,+,-), (-,-,+) ve sırasıyla A’ sisteminde (+,-), (-,+), (+,+), (+,+), (+,+) elde edilir.

İstatistik Önermeler

- Çeşitli olasılık ve ortalama değerleri teorik olarak önceden tahmin etmenin yolu bazı istatistik önermeler (postülalar) ortaya koymaktır.
  - Örnek: B magnetik alan etkisinde, herbirinin magnetik momenti μ_0 olan 4 tane ½ spinli sistem ele alalım. Toplam enerjisi $-2\mu_0 B$ olan yalıtılmış bir sistemin herhangi bir anda dört girilebilir durumundan birinde bulunma olasılığının eşit olduğunu önerelim. Mekanik bilgilerimize göre bu 4 durumu birbirinden öncelikli yapacak bir özellik yoktur. Örneğin (+,+,+,-) durumunda, girilebilir 4 durumunkinden daha büyük bir olasılıkla bulunmasını bekleyemeyiz.
- Yalıtılmış bir sistemin girilebilir durumlarından herbiri için bu durumda bulunma olasılığı eşit ise sistem dengededir.
- Yalıtılmış bir sistemin girilebilir tüm durumlarının herbirinde bulunma olasılığı eşit değilse, bu sistem dengede değildir. Bu durumda sistem girilebilir durumlarının herbirinde eşit olasılıkla bulunacağı denge durumuna ulaşana kadar, zaman içinde değişim gösterir.

Olasılık İşlemleri

- Dengede, yalıtılmış bir sistemin girilebilir durumları sayısı Ω ile gösterilsin, önermeye göre sistemin girilebilir durumlarından birisinde bulunma olasılığı aynıdır ve bundan dolayı $1/\Omega$ ya eşittir.
- Sistemin bir y parametresi ile ilgilendiğimizden, özel bir durumda y nin alabileceği değerler $y_1, y_2, \ldots, y_n$ olsun. Sistemin Ω girilebilir durumları arasında bir Ω_i girilebilir durumu alalım, bu durumda parametre y_i değerini alacaktır. Böylece sistemi girilebilir durumlarından birinde bulma olasılığı

  $P_i = \Omega_i / \Omega$

  olacaktır. Burada y paramtresinin ortalama değeri

  $\tilde{y} = \Sigma_i P_i y_i = (1/\Omega) \Sigma_i \Omega_i y_i$

  ile verilir.

Girilebilir Durum Sayısı

- Ω(E) ≡ “enerjileri E ile E+δE aralığında bulunan durumların sayısı” olarak tanımlanır. Φ(E) ≡ “enerjileri E den az olan durumların sayısı” şeklinde tanımlandığından, ikisi arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\Omega(E) = \Phi(E+\delta E) - \Phi(E) = \frac{d\Phi}{dE}\delta E$$

Bu ifadenin mikrodurumların kuantum sayısı ile nasıl ilişkili olduğunu göstermek için bir boyutta serbest parçacık problemini ele alalım. Parçacığın enerjisi E=($\pi^2\hbar^2$/2mL^2)n^2 yazılır (n=1,2,3,...), burada L makroskopik boyutta olursa n^2 ‘nin katsayısı küçük olur. E enerjisi ölçülebilir olması durumunda n kuantum sayısı büyük olmalıdır, n = (L/$\pi\hbar$)(2mE)$^{1/2}$ = (L/$\pi\hbar$) (2m)$^{1/2}$(E)$^{1/2}$. Enerjisi E den küçük olan durumların sayısı Φ(E), kuantum sayısı n den küçük olan durumların sayısına eşdeğerdir, böylece Φ(E) ≌ n = (L/$\pi\hbar$) (2m)$^{1/2}$(E)$^{1/2}$ ve Ω(E) = (L/2$\pi\hbar$) (2m)$^{1/2}$(E)$^{-1/2}$ δE olur.

KAYNAKLAR

(0) İstatistik Fizik ve Termodinamik Ders Notları (FİZ304), Hazırlayan: Orhan Çakır, Ankara Üniversitesi Kütüphanesi Açık Ders Malzemeleri,

https://acikders.ankara.edu.tr/course/view.php?id=634 (son erişim tarihi: 11 Mart 2017). Bu ders notları aşağıda verilen kaynaklardan derlenmiştir. Ayrıntılı bilgi için bu kaynaklara başvurulabilir.

(1) İstatistik Fizik (F. Reif), Berkeley Fizik Dersleri Serisi - Cilt 5, Tercüme: T. N. Durlu, Y. Elerman, Bilim Yayınevi, Bilim Yayınları-43, ISBN: 975-556-054-8.

(2) Fundamentals of Statistical and Thermal Physics, F. Reif, Waveland Press, Inc., Reissued (2009).