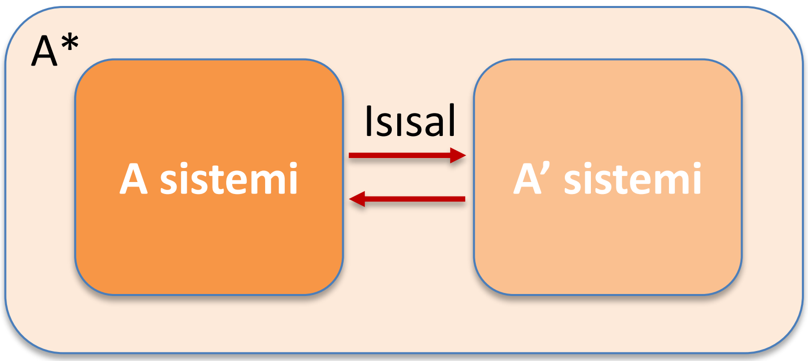
FİZ304 İSTATİSTİK FİZİK VE TERMODİNAMİK

“Isısal Etkileşme I”

Prof.Dr. Orhan ÇAKIR
Ankara Üniversitesi, Fizik Bölümü
2017

Enerjinin Makroskopik Sistemler Arasında Dağılımı

Sistemler arasındaki ısısal etkileşmeyi incelemek için, sabit dış parametrelere sahip A ve A' makroskopik sistemleri ele alalım.



Sistemler enerji alış verişinde bulunurken ısısal etkileşmeye girerler. Birleşik sistemin (A*) toplam enerjisi sabittir (sistem yalıtılmıştır), $E^* = E + E'$.

A sisteminin enerjisi (E) biliniyorsa, A' sisteminin enerjisi $E' = E^* - E$ ifadesinden bulunabilir. A* bileşik sistemi Ω^* girilebilir durumuna sahipken A sisteminin E enerjisine sahip olma olasılığı $P(E) = C\,\Omega(E)\,\Omega'(E^*-E)$ ile verilir.

Belli bir Enerjiye Karşı Gelen Durumlar

- A sisteminin $\Omega(E)$ ile A' sisteminin $\Omega'(E)$ ile tanımlandığı örneği ele alalım. Burada E ve E' birim enerji aralıklarına bölünmüştür. Her iki sistemin birleşik yapısının toplam enerjisi 13 birime eşit olan olası 2 durumdan birinde bulunan A sistemi ile olası 40 durumdan birinde bulunan A' sistemi vardır.

E	E'	$\Omega(E)$	$\Omega'(E')$	$\Omega^*(E)$
3	10	2	40	80
4	9	5	26	130
5	8	10	16	160
6	7	17	8	136
7	6	25	3	75

Enerjinin Makroskopik Sistemler Arasında Dağılımı

- Yalıtılmış bir A* birleşik sistemi (girilebilir durum sayısı Ω^*_{toplam}) içinde A ve A' sistemleri birbiriyle dengede olduğu durumda A nın enerjisi E ile E+δE aralığında herhangi bir değer aldığında A* sisteminin $\Omega^*(E)$ durum sayısı olmak üzere

  $$P(E) = \Omega^*(E) / \Omega^*_{toplam} = C\,\Omega^*(E)$$

  ile verilir. Girilebilir durum sayısı $\Omega^*(E) = \Omega(E)\,\Omega'(E^*-E)$ ve olasılık $P(E) = C\,\Omega(E)\,\Omega'(E^*-E)$ yazılabilir.

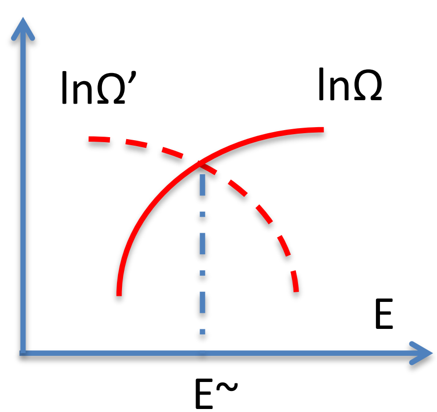
- Burada P(E) yerine lnP(E) davranışını

  çalışmak uygundur,

  $$\ln P(E) = \ln C + \ln\Omega(E) + \ln\Omega'(E')$$

lnP(E) nin maksimumunu gösteren E=E~

değeri $d\ln P(E)/dE = 0$ koşulu ile belirlenir.



Isısal Denge

- Başlangıçta A ve A' sistemleri birbirinden yalıtılmış ve ayrı ayrı dengede olduklarını ve ortalama enerjilerinin de sırasıyla $\bar{E}_i$ ve $\bar{E}_i'$ olduğunu düşünelim. Bu iki sistem birbiriyle enerji alışverişinde bulunacak şekilde ısısal değmede olduğunda, son enerji ortalama değerleri $E_f = E^{\sim}$ ve $E_f' = E^{\sim}$ olacaktır. Bu durumda P(E) olasılığı maksimum olup sistemlerin beta parametreleri eşit olacaktır:

  $\beta_f = \beta_f'$ burada $\beta_f = \beta(\bar{E}_f)$ ve $\beta_f' = \beta(\bar{E}_f')$

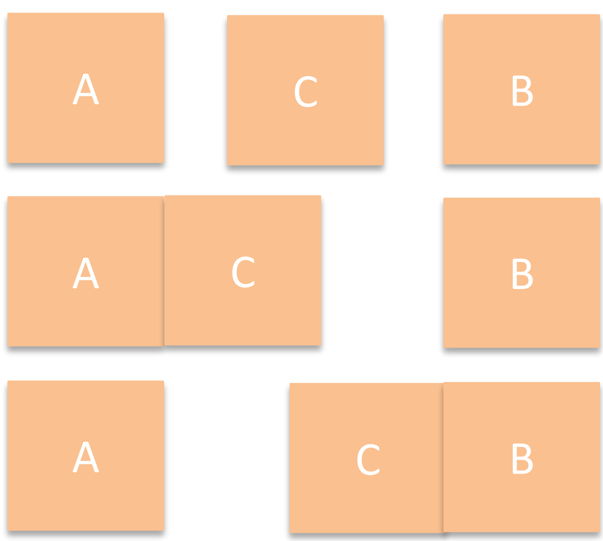
- Sistemlerin P(E) olasılığı maksimum oluncaya kadar enerji alışverişinde bulunmaları, toplam entropilerinin maksimum oluncaya kadar enerji alışverişi ile eşdeğerdir.

  $S(\bar{E}_f) + S'(\bar{E}_f') \geq S(\bar{E}_i) + S'(\bar{E}_i')$

$\Delta S + \Delta S' \geq 0$

Sıcaklık

- Sistemin β parametresinin (veya sıcaklık $T = 1/k\beta$) iki önemli özelliği vardır. (i) ayrı ayrı dengede bulunan iki sistem aynı parametrelerle tanımlanıyorsa, sistemler birbirine değdirildiklerinde, denge korunur ve hiçbir ısı alışverişi olmaz. (ii) farklı parametreler durumunda ısı alışverişi olur.
- Ayrı ayrı dengede bulunan A, B ve C sistemlerini düşünelim.



Üç sistem ayrı ayrı dengededir.

C sistemi A ya değdirilir, $\beta_C = \beta_A$ olursa

C sistemi B ye değdirilir, $\beta_C = \beta_B$ olursa

--> $\beta_A = \beta_B$ dir.

Termodinamiğin 0. yasası

Mutlak Sıcaklığın Özellikleri

Mutlak sıcaklık

$$\beta = 1/kT = d\ln\Omega/dE$$

ile verilir. Bu denkleme göre, girilebilir durum sayısı bir sistem için E enerjisinin artan bir fonksiyonudur. Herhangi bir sistemin mutlak sıcaklığı artıdır, $\beta > 0$ veya $T > 0$.

- Örnek: Gelişgüzel bir sistemde yaklaşıklıkla girilebilir durum sayısı $\Omega(E) \sim (E - E_0)^f$ ile verilir. Burada f serbestik derecesi sayısı ve E_0 sistemin taban durumu enerjisidir. Sistemin mutlak sıcaklığının büyüklüğünü bulabilmek için her iki tarafın logaritmasını, $\ln\Omega(E) = f \ln(E - E_0) + \text{sabit}$, yazabiliriz. Buradan $\beta = d\ln\Omega(E)/dE = f/(E - E_0)$ olur. Böylelikle T mutlak sıcaklığın büyüklüğü $E = \bar{E}$ alınarak hesaplanabilmektedir. Bu nedenle $kT = 1/\beta \sim (\bar{E} - E_0)/f$ sonucu elde edilir.

- T mutlak sıcaklığındaki herhangi bir sistem için, kT niceliği yaklaşık olarak sistemin serbestlik derecesi başına düşen ortalama enerjiye eşittir.

Küçük Isı Taşınması

- Bir A sistemi başka bir sistemle ısısal değme durumunda ise, küçük bir ısı soğurduğunda

  $|Q| << \bar{E} - E_0$

  olur, yani A sisteminin ortalama enerji değişimi, bu sistemin ortalama enerjisi ile karşılaştırıldığında küçük olur. Benzer şekilde A sisteminin sıcaklığındaki değişim $\Delta T << T$ olur.

- Sistemin ilk enerjisi E ve son enerjisi E+Q olduğuna göre

$$\ln\Omega(\bar{E}+Q) - \ln\Omega(\bar{E}) = (d\ln\Omega/dE)Q + (½)(d^2\ln\Omega/dE^2)Q^2 + \ldots$$
$$= \beta Q + (½)(d\beta/dE)Q^2 + \ldots$$

Soğurulan Q ısısı küçük olduğunda A sisteminin mutlak sıcaklığı neredeyse değişmez. Böylece, ikinci terim ihmal edilir. $\Delta\ln\Omega = \beta Q$ olur, sistemin entropisindeki değişim $\Delta S = Q/T$. Sonsuz küçük ısı soğurulması için entropi değişimi $dS = dQ/T$ olur.

KAYNAKLAR

(0) İstatistik Fizik ve Termodinamik Ders Notları (FİZ304), Hazırlayan: Orhan Çakır, Ankara Üniversitesi Kütüphanesi Açık Ders Malzemeleri, https://acikders.ankara.edu.tr/course/view.php?id=634 (son erişim tarihi: 11 Mart 2017). Bu ders notları aşağıda verilen kaynaklardan derlenmiştir. Ayrıntılı bilgi için bu kaynaklara başvurulabilir.

(1) İstatistik Fizik (F. Reif), Berkeley Fizik Dersleri Serisi - Cilt 5, Tercüme: T. N. Durlu, Y. Elerman, Bilim Yayınevi, Bilim Yayınları-43, ISBN: 975-556-054-8.

(2) Fundamentals of Statistical and Thermal Physics, F. Reif, Waveland Press, Inc., Reissued (2009).