DENKLEMLER

Değişken içeren ve değişkenlerin belli değerleri için doğru olan cebirsel eşitliklere "denklem" denir.

Bir denklemde eşitliği sağlayan(doğrulayan) değerlere; verilen denklemin "kökleri" veya "çözümü" denir.

Tek bilinmeyen içeren denklemlere "bir bilinmeyenli denklem", iki bilinmeyen içeren denklemlere ""iki bilinmeyenli denklem" ve genel olarak n- bilinmeyen içeren denklemlere "n-bilinmeyenli denklem" denir.

Bir tek bilinmeyen içeren ve bilinmeyeninin derecesi "1" olan denklemlere "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem(veya doğrusal denklem) ler, tek bilinmeyen içeren ve bilinmeyeninin derecesi "2" olan denklemlere "ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler", tek bilinmeyen içeren ve bilinmeyeninin derecesi "3" olan denklemlere "üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemler" ve en genel haliyle tek bilinmeyen içeren ve bilinmeyeninin derecesi "n" olan denklemlere "n. dereceden bir bilinmeyenli denklemler" denir.

A)Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

$a,b \in R$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax+b=0$ şeklindeki denkleme "bilinmeyeni x olan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem" denir. Denklemi sağlayan x sayısına "denklemin kökü(çözümü)", x bilinmeyenini bulma işlemine "denklemin çözümü", denklemin köklerinin oluşturduğu kümeye de "denklemin çözüm kümesi" denir.

$ax+b=0$ denkleminde:

* $a=0,\ b=0 \Rightarrow$ Denklemin sonsuz çözümü vardır.(Çünkü, x bilinmeyeninin alacağı her reel sayı değeri için $ax+b=0$ denklemi çözümlüdür.) Bu durumda denklemin çözüm kümesi, Ç.K=R' dir.

* $a=0,\ b \neq 0 \Rightarrow$ Denklemin çözüm kümesi, Ç.K=$\varnothing$' dir .

* $a \neq 0 \Rightarrow ax+b=0$ denkleminin tek çözümü(kökü) vardır. Bu çözüm değeri;

$$ax+b=0 \Rightarrow x= -\frac{b}{a}$$

şeklinde olup, denklemin çözüm kümesi, Ç.K=$\left\{-\frac{b}{a}\right\}$'dır.

Örnek: 3x+12+x-8=10-3x+8 denklemini çözünüz.

çözüm: 3x+12+x-8=10-3x+8 $\Rightarrow$ 4x+4=18-3x

4x+3x=18-4

7x=14

$x=\frac{14}{7}=2$

$Ç.K=\{2\}$

Örnek: 6(x+4)+2=5x+2(x-1) denklemini çözünüz.

Çözüm:

6(x+4)+2=5x+2(x - 1)

6x+24+2=5x+2x-2

6x+26=7x-2

26+2=7x-6x

x=28

Örnek: $\frac{x+1}{5}=\frac{2x-3}{4}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $\frac{x+1}{5}=\frac{2x-3}{4}$

4x+4=10x-15

4x-10x=-15-4

-6x=-19

$x=\frac{19}{6}$ $\qquad$ $Ç.K=\left\{\frac{19}{6}\right\}$

Örnek: $\frac{x+2}{2}-\frac{x-3}{3}=10$ denkleminin kökü kaçtır?

Çözüm:

$$\underset{(3)}{\frac{x+2}{2}}-\underset{(2)}{\frac{x-3}{3}}=10$$

$$\frac{3x+6}{6}-\frac{2x-6}{6}=10$$

$$\frac{3x+6-2x+6}{6}=10$$

$$\frac{x+12}{6}=10$$

x+12=60

x=48

Örnek: $\frac{x}{x\text{-}2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{x}+\frac{2}{x\text{-}2}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $\frac{x}{x\text{-}2}-\frac{2}{x\text{-}2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{x}$

$$\frac{x\text{-}2}{x\text{-}2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{x}$$

$$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2}=\frac{3}{x} \quad \Rightarrow \quad x=2$$

bulunur. Ancak verilen denklemde x yerine 2 yazılırsa kesirli ifadelerde paydayı sıfır yaptığından tanımsızlık oluşur. O halde x=2 değeri verilen denklemin bir kökü değildir. Bu nedenle denklemin çözüm kümesine yazılacak başka kök değeri de olmadığından denklemin kökü yoktur, çözüm kümesi $\varnothing$ dir.

Örnek: $\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-2}=1$ denkleminin kökü 5 olduğuna göre a kaçtır?

çözüm: Denklemin kökü 5 ise, denklemde x yerine 5 yazdığımızda denklem sağlanır. Dolayısıyla denklemde x gördüğümüz yere 5 yazarsak:

$$\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-2}=1 \Rightarrow \frac{1}{5-a}+\frac{1}{5-3}+\frac{1}{5-2}=1$$

$$\frac{1}{5-a}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=1$$

$$\frac{1}{5-a}=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5-a}=\frac{6-3-2}{6}$$

$$\frac{1}{5-a}=\frac{1}{6}$$

bulunur. Burada, içler çarpımı daima dışlar çarpımına eşit olacağından;

$$5-a=6$$

$$-a=6-5$$

$$-a=1$$

$a=-1$ olarak elde edilir.