EŞİTSİZLİKLER

Eşit olmayan ve >, <, $\geq$,$\leq$ işaretlerinden birinin bulunduğu bağıntıya "eşitsizlik" denir. Eşitsizlikleri sağlayan değerlere, eşitsizliğin "çözüm kümesi" veya "çözüm aralığı" denir.

f(x) bir polinom olmak üzere f(x) >0, f(x)<0, f(x) ≥ 0 ve f(x) ≤ 0 eşitsizliklerinin çözüm kümesi bulunurken önce f(x) fonksiyonunun işaret tablosu oluşturulur. Bunun için,

1.f(x)=0 denkleminin kökleri bulunur.

2.Bulunan kökler tabloya, küçükten büyüğe olacak şekilde yerleştirilir.

3.Tabloda en büyük kökün sağına f(x)'in baş katsayısının (en büyük dereceli teriminin katsayısının) işareti yazılır.

4.Tek katlı köklerin soluna, sağındaki işaretin tersi, çift katlı köklerin soluna, sağındaki işaretin aynısı yazılır.

Örnek: $-3x+6 > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $-3x+6 = 0 \Rightarrow 3x = 6$

$x=2$

Buradan işaret tablosu aşağıdaki gibi belirlenir:

x	$-\infty$		2		∞
$-3x+6$		+	0	$-$	

O halde, verilen eşitsizliğin çözüm kümesi Ç.K=($-\infty$, 2) olarak bulunur.

Örnek: 2x+5 ≤ 0 eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm: $2x+5=0 \Rightarrow x=-\frac{5}{2}$

x	$-\infty$		$-5/2$		∞
2x+5		$-$	0	+	

O halde, verilen eşitsizliğin çözüm aralığı $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right]$ olarak bulunur.

Örnek: $x^2 - x - 2 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Çözüm: $x^2 - x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-2).(x+1) = 0$

$x-2=0$ veya $x+1=0$

$x=2$ veya $x=-1$

x	$-\infty$		-1		2		∞
x^2-x-2		+	0	−	0	+	

O halde, verilen eşitsizliğin çözüm kümesi $[-1,2]$ aralığıdır.

Örnek: $f(x) = x^2 + x + 2 > 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

Çözüm: $x^2 + x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta = b^2 - 4ac$

$$= 1^2 - 4.1.2$$

$$= 1 - 8$$

$$= -7 < 0$$

olduğundan $x^2 + x + 2 = 0$ denkleminin reel kökü yoktur. Buradan f(x) fonksiyonunun işaret tablosu,

x	$-\infty$	∞
$f(x)$	+ + + + + + + + + + + + +	

şeklindedir. O halde, $x^2 + x + 2 > 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığı R'dir.

NOT:

1) P(x) ve Q(x) birer polinom olmak üzere f(x)=P(x).Q(x) ise f(x)' in kökleri P(x)'in ve Q(x)'in kökleri, f(x)'in baş katsayısının işareti P(x) ve Q(x)'in baş katsayılarının işaretlerinin çarpımıdır.

2) $f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ fonksiyonunun işareti Q(x)=0 hali dışında, g(x)=P(x).Q(x) fonksiyonunun işaretinin aynısıdır.

Örnek: $(3-x).(x^2-4)<0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $(3-x).(x^2-4)=0 \quad \Rightarrow \quad 3-x=0 \quad \text{veya} \quad x^2-4=0$

$$x=3 \qquad \text{veya} \qquad x=\mp 2$$

bulunur. Bu durumda işaret tablosu; en sağ taraftan, $3-x$ 'in baş katsayısının işareti (–), x^2-4 ' ün baş katsayısının işareti (+) olduğundan, (–).(+) = (–) işareti ile başlayacaktır.

x	$-\infty$		-2		2		3		∞
$(3-x).(x^2-4)$		+	0	–	0	+	0	–	

şeklindedir. O halde, verilen eşitsizliğin çözüm kümesi, Ç.K= $(-2, 2) \cup (3,\infty)$ olarak bulunur.

Örnek: f(x)=$\dfrac{x^2-9}{x+2}\geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $\dfrac{x^2-9}{x+2}=0 \quad \Rightarrow \quad x^2-9=0 \quad \text{ve} \quad x+2\neq 0$

$$x=\mp 3 \qquad \text{ve} \qquad x\neq -2$$

bulunur. Buradan işaret tablosu,

x	$-\infty$		-3		-2		3		∞
$\dfrac{x^2-9}{x+2}$		–	0	+	0	–	0	+	

biçiminde olur. O halde, verilen eşitsizliğin çözüm kümesi, Ç.K= $[-3,-2)\cup[3,\infty)$ olarak bulunur.

-------------------------------0---------------------------