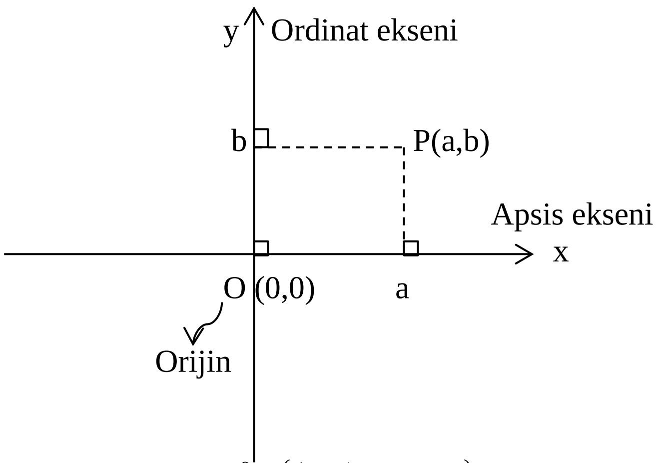
DİK (KARTEZYEN) KOORDİNAT SİSTEMİ

Yatay ve düşey doğrultudaki iki reel sayı eksenini, “0” noktasında birbirleriyle dik kesişecek şekilde göz önüne aldığımızda oluşan sisteme “koordinat sistemi”, koordinat sisteminin üzerinde bulunduğu düzleme de “koordinat düzlemi” ya da “analitik düzlem” denir.

O noktasına, bu eksenlerin “sıfır noktası (orijin, merkez, başlangıç noktası)” denir. Pozitif sayılar, yatay eksende eksenin sağında ve düşey eksende ise eksenin üst tarafında gösterilir. Yatay eksene “Ox ekseni(x- ekseni)” ve düşey eksene de “Oy ekseni(y-ekseni)” denir.

x ve y eksenlerinin oluşturduğu koordinat düzlemi Oxy ile gösterilir.

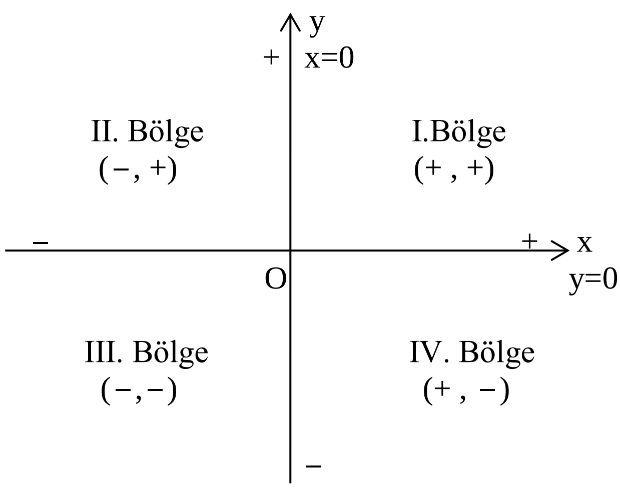


$$R \times R = R^2 = \{(x,y) : x,y \in R\}$$

Düzlem üzerinde alınan P noktasından x eksenine inilen dikmenin x eksenini kestiği noktaya “P noktasının apsisi”, y eksenine inilen dikmenin y eksenini kestiği noktaya “P noktasının ordinatı” denir.

P noktasının apsisi olan a ve ordinatı olan b değerlerine P noktasının “koordinatları” denir ve P(a,b) şeklinde gösterilir.

x ve y eksenleri düzlemi 4 bölgeye ayırır:



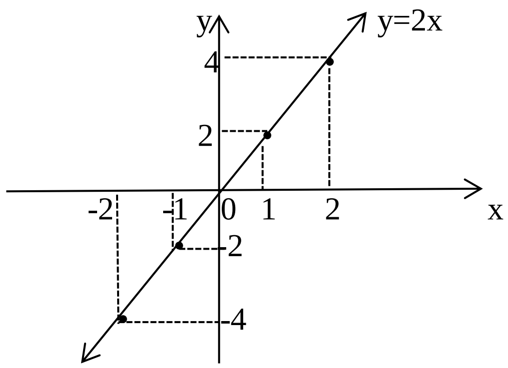
x ve y değişkenlerinden birisini veya ikisini içeren denklemin grafiği, kartezyen düzlemde koordinatları bu denklemi sağlayan tüm noktaların kümesidir.

Örnek: y=2x denkleminin grafiğinin geçtiği bazı noktaları bularak grafiğini çiziniz.

Çözüm:

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

(-2,-4), (-1,-2), (0,0), (1,2) ve (2,4) noktaları y=2x denklemini sağlıyor. O halde, y=2x denkleminin grafiği bu noktalardan geçen doğrudur. Bu doğrunun grafiği belirlenen noktalardan geçecek şekilde aşağıdaki gibidir:

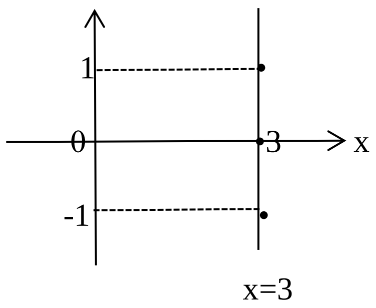


Örnek: x=3 denkleminin grafiğini çiziniz.

çözüm:

x	3	3	3
y	-1	0	1

(3,-1), (3,0), (3,1), … noktaları verilen denklemi sağlarlar. Böylece x=3 denkleminin grafiği aşağıdaki gibi olacaktır:

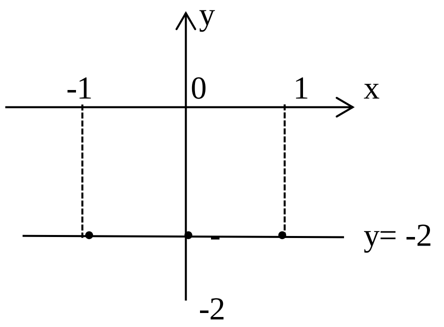


Örnek: y= -2 denkleminin grafiğini çiziniz.

çözüm:

x	-1	0	1
y	-2	-2	-2

(-1,-2), (0,-2), (1,-2), … noktaları verilen denklemi sağlar. Böylece y= -2 denkleminin grafiği aşağıdaki gibi olacaktır:



NOT: Daha genel olarak;

1) $a \in R$ olmak üzere x=a denkleminin grafiği, x-ekseni üzerindeki a noktasından geçen ve y-eksenine paralel olarak çizilen dikey doğrultudaki doğrudur.

2) $b \in R$ olmak üzere y=b denkleminin grafiği, y-ekseni üzerindeki b noktasından geçen ve x- eksenine paralel olan yatay doğrultudaki doğrudur.

Lineer Denklem

A, B ve C, A ile B'nin her ikisi aynı anda sıfır olmayacak şekilde reel sayılar olsun.

Ax+By+C=0

şeklinde yazılabilen denkleme "lineer denklem" denir.

Örneğin; 3x-2y+5=0, x+y-2=0, y-4=0, 2x+3=0 denklemlerinden her biri birer lineer denklemdir. Lineer denklemlere karşılık gelen grafikler birer doğrudur.

Birinci Dereceden Fonksiyonlar

a, b $\in$R, a $\neq 0$ olmak üzere, f(x)= ax+b şeklindeki fonksiyonlara "birinci dereceden fonksiyon" denir. Örneğin; f(x)=2x-3, f(x)=x+5 fonksiyonları birinci dereceden fonksiyonlardır.

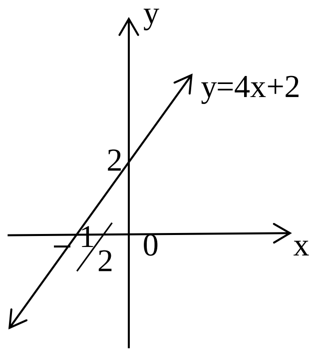
Birinci dereceden fonksiyonların grafiği, lineer denklem içerdiklerinden birer doğru belirtir.

Genel olarak; f(x)= ax+b şeklindeki fonksiyonun grafiğini çizerken, doğrunun eksenleri kestiği noktaları belirlemek yeterlidir. Doğrunun x-eksenini kestiği noktanın ordinatı 0(sıfır) ve y-eksenini kestiği noktanın apsisi 0(sıfır) olduğundan, f(x)= ax+b fonksiyonunun belirttiği doğrunun x ve y eksenlerini kestiği noktalar sırasıyla x' e ve y' ye 0(sıfır) değeri verilerek bulunur. Daha sonra eksenlerin kesildiği noktalar birleştirilerek y=ax+b doğrusu çizilir.

y=f(x)=ax+b olduğundan: x=0 için y=b ve y=0 için x= $-\frac{b}{a}$ bulunur. Yani y=ax+b doğrusu, x-eksenini $\left(-\frac{b}{a},0\right)$ noktasında, y-eksenini de (0,b) noktasında kesmektedir.

Örnek: f(x)=4x+2 fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

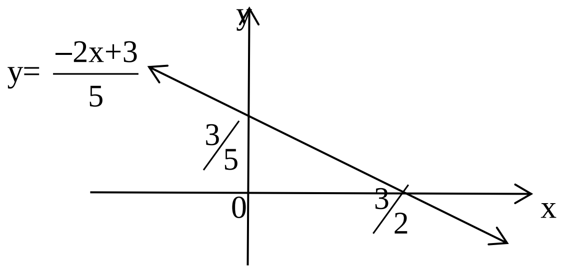
çözüm: y=4x+2 olduğundan; x=0 için y=2 ve y=0 için x= - $\frac{1}{2}$ bulunur. Yani y=4x+2 doğrusu, x-eksenini $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ ve y-eksenini (0,2) noktasında kesmektedir. Buradan y= 4x+2 doğrusunun grafiği,



şeklinde bulunmuş olur.

Örnek: f(x)= $\frac{-2x+3}{5}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm: y= $\frac{-2x+3}{5}$ olduğundan: x=0 için y=$\frac{3}{5}$ ve y=0 için x=$\frac{3}{2}$ bulunur. Yani y= $\frac{-2x+3}{5}$ doğrusu, x-eksenini $\left(\frac{3}{2},0\right)$ ve y-eksenini $\left(0,\frac{3}{5}\right)$ noktasında kesmektedir.



İkinci Dereceden Fonksiyonlar

a, b, c $\in$R, a $\neq 0$ olmak üzere, f(x)= ax^2+bx+c şeklindeki fonksiyonlara "ikinci dereceden fonksiyon" denir. Örneğin; f(x)= $3x^2-x-1$, f(x)= $-2x^2+5$, f(x)= $\frac{9}{2}x^2$ fonksiyonları ikinci dereceden fonksiyonlardır.

İkinci dereceden fonksiyonun grafiğine "parabol" denir. a>0 ise parabolün kolları yukarıya doğru ve a<0 ise parabolün kolları aşağıya doğrudur. Parabolün kolları yukarı doğru iken fonksiyonun minimumu ve kollar aşağı doğru iken de maksimumu vardır.

ax^2+bx+c =0 denklemine göre Δ=b^2- 4ac olmak üzere,

1) $\Delta>0 \Rightarrow$Denklemin iki farklı reel kökü vardır. Grafik x-eksenini iki farklı noktada keser.

2) $\Delta=0\Rightarrow$Denklemin bir tek (çakışık) kökü vardır. Grafik x-eksenine teğettir.

3) $\Delta<0\Rightarrow$Denklemin reel kökü yoktur ve grafik x-eksenini kesmez.

Parabol daima (0,c) noktasında y-eksenini keser.

x= $-\frac{b}{2a}$ apsisli nokta, parabolün tepe noktasını verir.

Örnek: f(x)= x^2-4x+3 fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm y=f(x)= x^2-4x+3 olduğundan:

x=0 için y=3

y=0 için x^2-4x+3 =0$\Rightarrow$(x-3).(x-1)=0$\Rightarrow$x=3 veya x=1 bulunur.

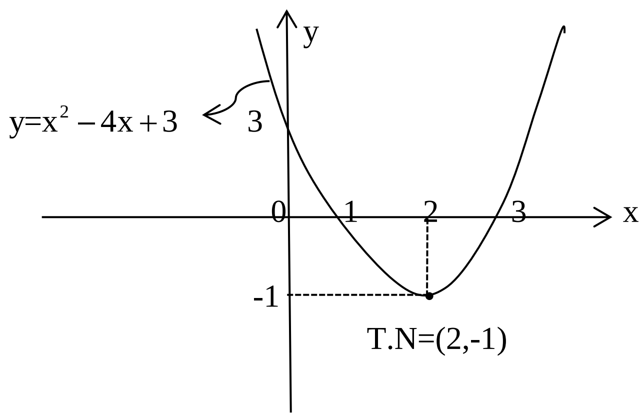
Parabol, y-eksenini (0,3) ve x-eksenini (1,0) ve (3,0) noktalarında keser.

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$$

f(2)= $2^2 - 4.2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$

O halde, parabol eğrisinin tepe noktası: T.N=(2,-1) noktasıdır.

a=1>0 olduğundan, parabol eğrisinin kolları yukarı doğrudur.



Örnek: f(x)= -x^2+3x-2 fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm: y=f(x)= -x^2+3x-2 olduğundan:

x=0 için y=-2

y=0 için -x^2+3x-2 =0 $\Rightarrow$ x^2-3x+2=0 $\Rightarrow$ (x-2).(x-1)=0 $\Rightarrow$ x=2 veya x=1 bulunur.

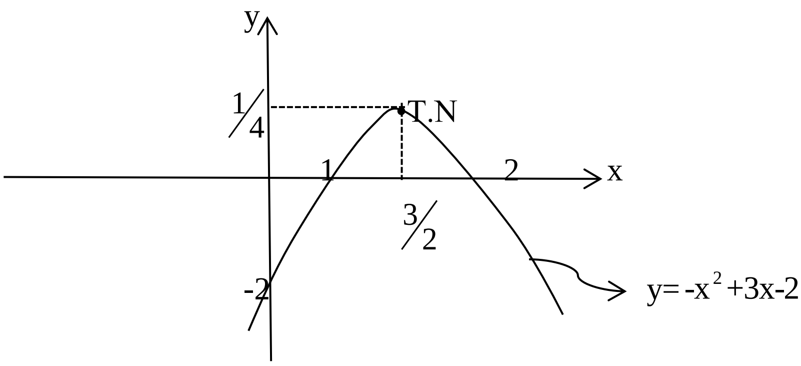
Parabol, y-eksenini (0,-2) ve x-eksenini (1,0) ile (2,0) noktalarında keser.

$$-\frac{b}{2a} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3.\frac{3}{2} - 2 = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} - 2 = \frac{1}{4}$$

Parabolün tepe noktası: T.N= $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ noktasıdır.

a= -1<0 olduğundan, parabolün kolları aşağı doğrudur.



------------------------0------------------------