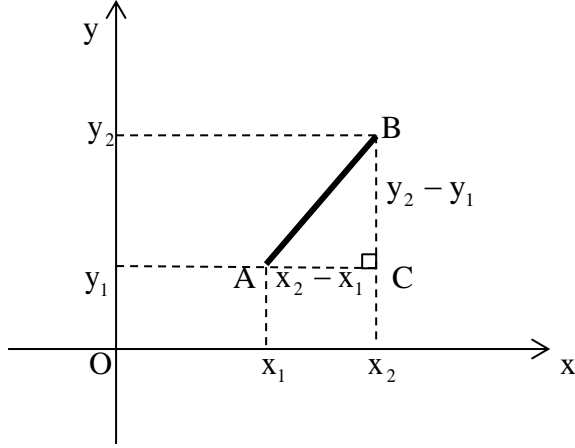


## ANALİTİK GEOMETRİ

### DOĞRUNUN ANALİTİĞİ

#### İki Nokta Arasındaki Uzaklık



ABC dik üçgeninden yararlanarak  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  noktaları arasındaki uzaklık:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

şeklinde tanımlanır.

**Örnek:**  $A(-1,1)$  ve  $B(2,k)$  noktaları arasındaki uzaklık 5 br ise  $k$  nın alacağı değerler nelerdir?

Çözüm:  $|AB| = 5 \text{ br} \Rightarrow \sqrt{(-1-2)^2 + (1-k)^2} = 5 \quad ((1-k)^2 = (k-1)^2 \text{ olduğundan})$

$$\sqrt{9 + (k-1)^2} = 5$$

$$\sqrt{9 + (k-1)^2} = 5^2$$

$$9 + (k-1)^2 = 25$$

$$(k-1)^2 = 16$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ k-1=4 \quad \text{veya} \quad k-1=-4 \end{array}$$

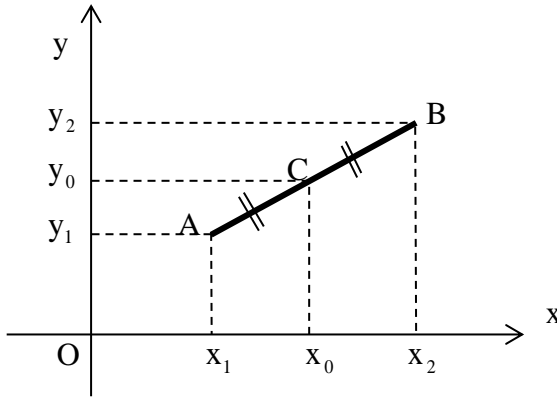
$$k=5$$

$$k=-3$$

elde edilir.

### Bir Doğru Parçasının Orta Noktasının Koordinatları

Uç noktaları  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  olan doğru parçasının orta noktası  $C(x_0, y_0)$  ise:



$$\boxed{x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}} \text{ ve } \boxed{y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}} \text{ dir.}$$

**Örnek:** Uç noktaları  $A(-3,1)$  ve  $B(5,5)$  olan AB doğru parçasının orta noktasının koordinatları toplamı nedir?

Çözüm: Orta nokta  $C(x_0, y_0)$  olsun.

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

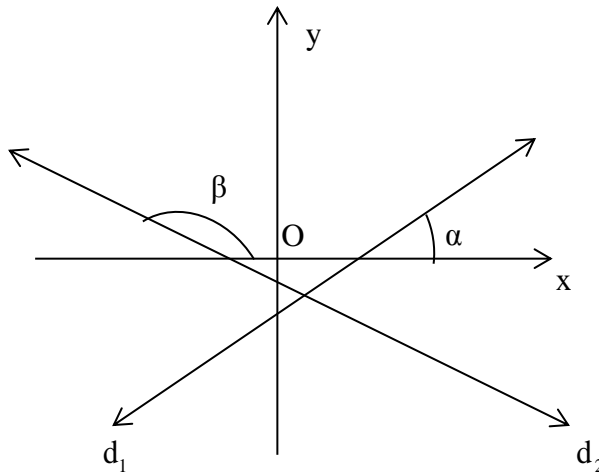
$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1 + 5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

O halde orta nokta  $C(x_0, y_0) = C(1,3)$  noktasıdır. Buradan koordinatları toplamı:

$$1+3=4 \text{ olarak bulunur.}$$

### Bir Doğrunun Eğim Açısı ve Eğimi

Bir doğrunun x eksenine pozitif yönde yapmış olduğu açıya “eğim açısı”, eğim açısının tanjant değerine de “doğrunun eğimi” denir. Eğim “m” harfi ile gösterilir.



$$d_1 \text{ doğrusunun eğimi: } \boxed{m_1 = \tan \alpha}$$

$$d_2 \text{ doğrusunun eğimi: } \boxed{m_2 = \tan \beta}$$

Bir doğrunun eğim açısı  $\alpha$  ise:

$$0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ \text{ dir.}$$

\*Bütünler (toplamları  $180^\circ$  olan) iki açının tanjantı ters işaretlidir.

$$\boxed{\tan(180 - \alpha) = -\tan \alpha}$$

**Örnek:**  $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \tan 135^\circ = -1$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$$

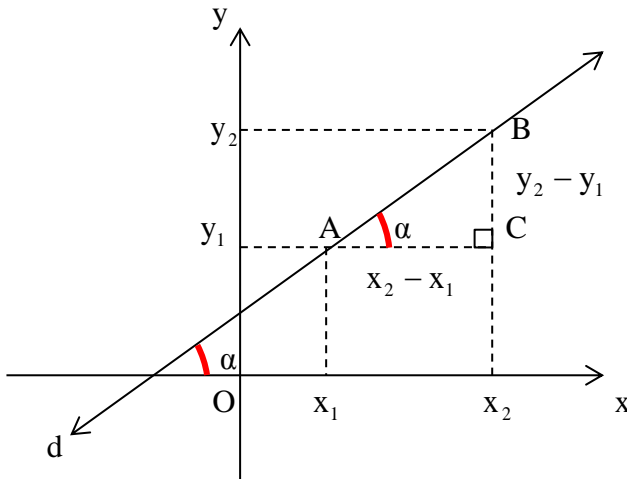
\*x eksenine paralel olan doğruların eğim açısı  $0^\circ$  olduğundan eğimleri:  $\boxed{m = \tan 0^\circ = 0}$  dır.

\*y eksenine paralel olan doğruların eğim açısı  $90^\circ$  olduğundan eğimleri:  $\boxed{m = \tan 90^\circ = \infty}$  (tanımsız) dır.

\*Bazı önemli açıların tanjantları:

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

### İki Noktası Bilinen Doğrunun Eğimi



Yukarıdaki şekilde  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  noktalarından geçen d doğrusunun eğimi:

$$\boxed{m_{AB} = m_d = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

şeklindedir.

**Uyarı:**

1)  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  noktalarından geçen doğrusu eğimi:  $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$  dir.

2)  $Ax + By + C = 0$  şeklinde verilen doğru denklemi “kapalı doğru denklemi” dir. Bu biçimde verilen doğruların eğimi:  $m = -\frac{A}{B}$  dir.

3)  $y = ax + b$  şeklinde verilen doğru denklemi “açık doğru denklemi” dir. Bu biçimde verilen doğruların eğimi:  $m = a$  dir.

**Örnek:**  $2x - 4y + 1 = 0$  doğrusunun eğimi:  $m = -\frac{2}{-4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$y = 3x - 5$  doğrusunun eğimi:  $m=3$

**Örnek:**  $A(2,6)$  ve  $B(-1,t)$  noktalarından geçen doğrunun eğimi  $\frac{1}{3}$  ise t neye eşittir?

Çözüm: İki noktası bilinen (A ve B noktalarından geçen) doğrunun eğimi:  $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  şeklinde idi. Buradan ,

$$m_{AB} = \frac{t - 6}{-1 - 2} = \frac{1}{3}$$

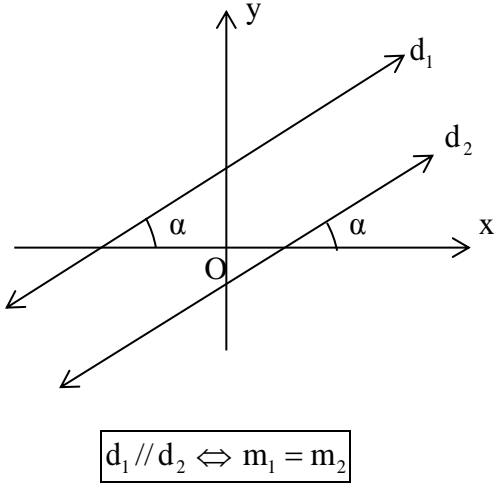
$$\frac{t - 6}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$3t - 18 = -3$$

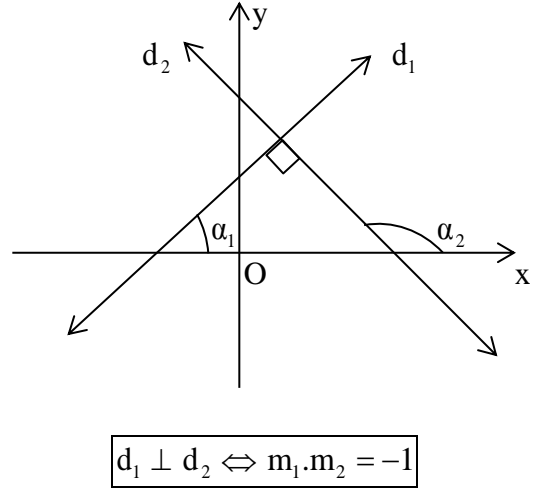
$$3t = 15$$

$t=5$  bulunur.

4) İki doğru birbirine paralel ise eğimleri eşittir.



5) İki doğru birbirine dikse, eğimleri çarpımı  $-1$  e eşittir.



**Örnek:** A(a-1,2) ve B(5,a) noktalarından geçen doğrunun  $y=3x+2$  doğrusuna paralel olması için a ne olmalıdır?

**Çözüm:** A ve B noktalarından geçen doğru,  $y=3x+2$  doğrusuna paralel olacaksa, eğimleri eşit olmalıdır.

$$m_{AB} = \frac{a-2}{5-a+1} = 3$$

$$\frac{a-2}{6-a} = 3$$

$$18-3a = a-2$$

$$4a=20$$

$$a=5 \text{ bulunur.}$$

**Örnek:** Bir d doğrusu, denklemi  $2x - 3y + 17 = 0$  olan doğruya paralel ve denklemi  $9x + (a-1)y - 13 = 0$  olan doğruya diktir. Buna göre a' nın değeri kaçtır?

Çözüm: d doğrusunun eğimi m olsun.

$$d_1 \dots\dots 2x - 3y + 17 = 0 \Rightarrow m_1 = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$d_2 \dots\dots 9x + (a-1)y - 13 = 0 \Rightarrow m_2 = -\frac{9}{a-1} = \frac{9}{1-a}$$

$$d // d_1 \Rightarrow m = m_1$$

$$m = \frac{2}{3}$$

$$d \perp d_2 \Rightarrow m \cdot m_2 = -1$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{1-a} = -1$$

$$\frac{6}{1-a} = -1$$

$$6 = -1 + a$$

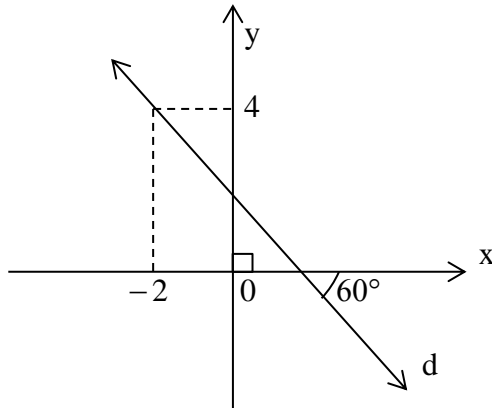
$$a = 7 \text{ bulunur.}$$

## Doğru Denklemleri

### 1) Eğimi ve Bir Noktası Bilinen Doğru Denklemi

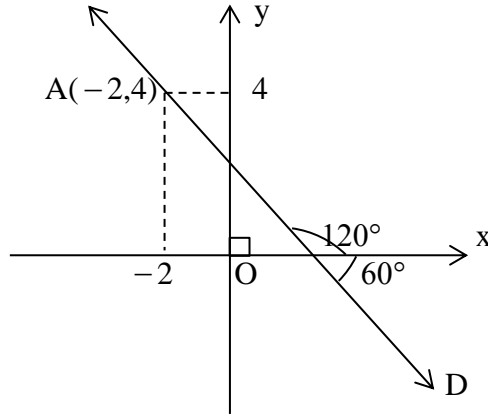
Eğimi m olan ve  $A(x_1, y_1)$  noktasından geçen doğru denklemi:  $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$  şeklindedir.

**Örnek:**



Şekilde grafiği görülen d doğrusunun denklemi nedir?

Çözüm:



$A(-2,4)$  noktasından geçen ve eğim açısı  $120^\circ$  olan doğru denklemini bulacağız:

$$m = \tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$y - y_1 = m.(x - x_1)$$

$$y - 4 = -\sqrt{3}.(x - (-2))$$

$$y - 4 = -\sqrt{3}.(x+2)$$

$$y - 4 = -\sqrt{3}.x - 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}.x + y - 4 + 2\sqrt{3} = 0 \text{ olarak bulunur.}$$

## 2) İki Noktası Bilinen Doğru Denklemi

$A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  noktalarından geçen doğrunun denklemi:

$$\boxed{\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}}$$

şeklindedir.

**Uyarı:** Bir noktanın bir doğru üzerinde olması ya da doğrunun verilen noktadan geçmesi söz konusu ise, nokta koordinatları doğru denklemini sağlar.

**Örnek:** A(3, 1) ve B(-2, -4) noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

Çözüm: 
$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

$$\frac{y - 1}{1 - (-4)} = \frac{x - 3}{3 - (-2)}$$

$$\frac{y - 1}{1 + 4} = \frac{x - 3}{3 + 2}$$

$$\frac{y - 1}{5} = \frac{x - 3}{5}$$

$$y - 1 = x - 3$$

$x - y - 2 = 0$  olarak bulunur.

**Örnek:** P(t, -2t) noktası A(1, -2) ve B(3, 2) noktalarından geçen doğru üzerinde ise t kaçtır?

Çözüm: A ve B noktalarından geçen doğrunun denklemi:

$$\frac{y - (-2)}{-2 - 2} = \frac{x - 1}{1 - 3}$$

$$\frac{y + 2}{-4} = \frac{x - 1}{-2}$$

$$y + 2 = 2x - 2$$

$2x - y - 4 = 0$  şeklindedir.



$P(t, -2t)$  noktası AB doğrusu üzerinde ise, koordinatları doğru denklemini sağlar:

$$2t - (-2t) - 4 = 0$$

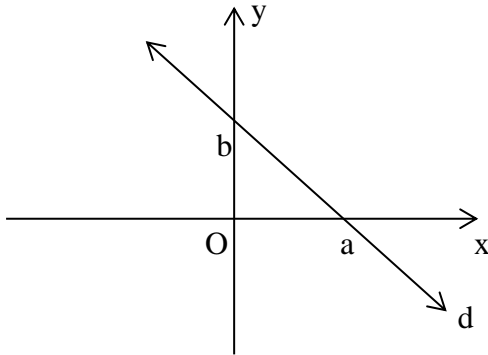
$$2t + 2t - 4 = 0$$

$$4t = 4$$

$$t = 1 \text{ bulunur.}$$

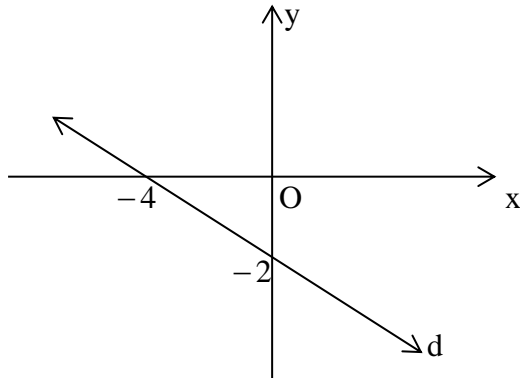
### 3) Eksen Parçaları Cinsinden Doğru Denklemi

Herhangi bir d doğrusu, x eksenini a noktasında, y eksenini b noktasında kesiyor ise d doğrusunun denklemi:



$$\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$
 şeklindedir.

### Örnek:



Yandaki şekilde verilen d doğrusunun denklemi nedir?

Çözüm:  $\frac{x}{-4} + \frac{y}{-2} = 1$

$$\frac{x}{-4} + \frac{2y}{-4} = 1$$

$$\frac{x+2y}{-4} = 1$$

$$x + 2y = -4$$

$x + 2y + 4 = 0$  bulunur.