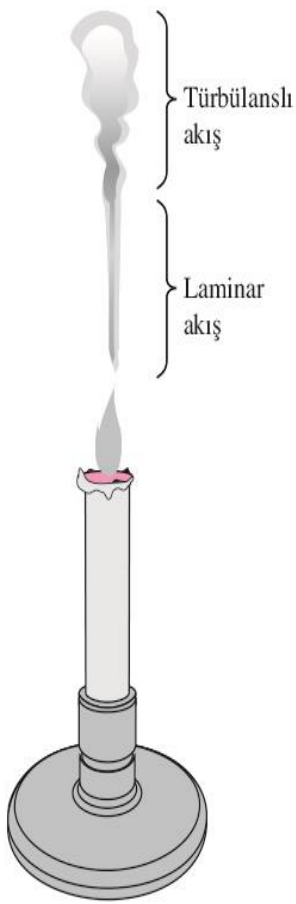
10. HAFTA

TAŞINIM ESASLARI

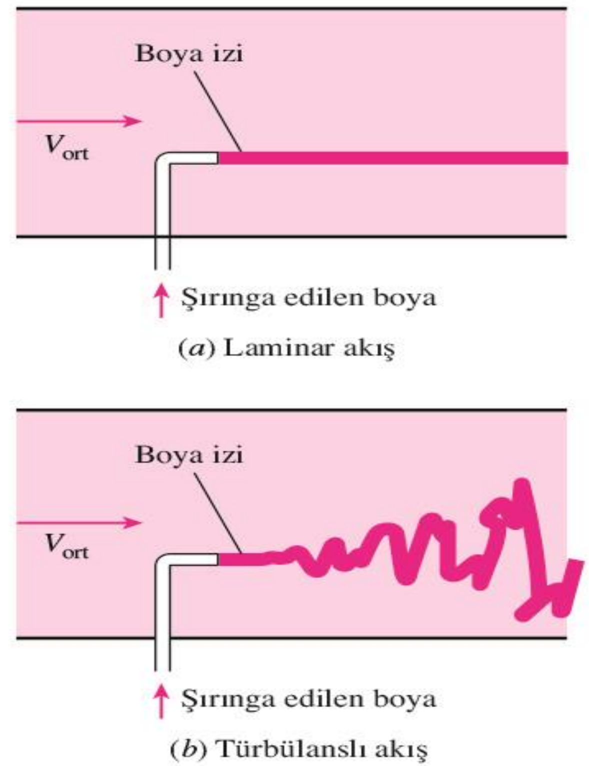
LAMİNAR VE TÜRBÜLANSLI AKIŞLAR

Uygulamada en çok türbülanslı akışa rastlanır. Laminar akışlara, yağlar gibi çok yüksek viskoziteli akışkanların küçük boru veya dar aralıklarda aktığı durumlarda rastlanır.



ŞEKİL 6–19
Mum dumanının laminar ve türbülanslı akış rejimleri.

Laminar: Düzgün akıcı hatlar ve son derece düzenli hareket.
Türbülanslı: Hız dalgalanmaları ve aşırı düzensiz hareket.
Geçiş Akış, laminer ve türbülanslı akışlar arasında dalgalanıyor. Uygulamada karşılaşılan akışların çoğu çalkantılıdır.



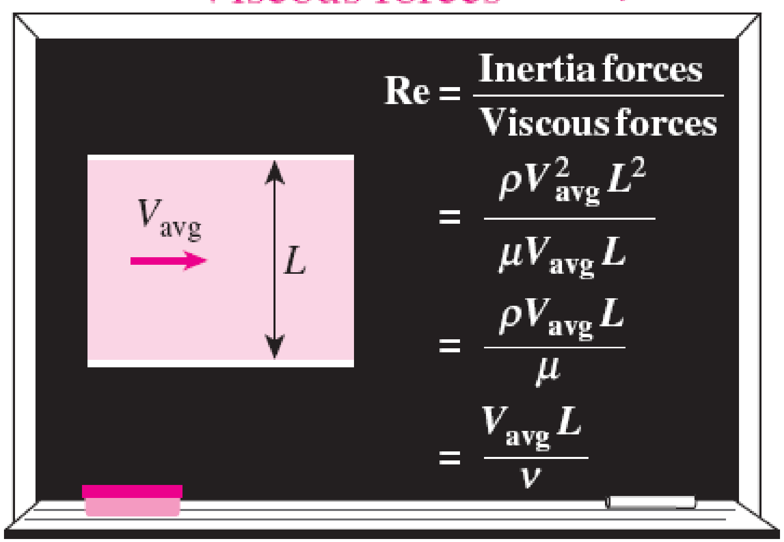
ŞEKİL 6–20
Bir boruda laminar ve türbülanslı akışlarda, akışa şırınga edilen boyalı akışkanın davranışı.

Bu dersteki tüm yazılı ve görsel materyaller; **Çengel, Y.A., Isı ve Kütle Transferi Pratik Bir Yaklaşım, Çeviri Editörü Vedat Tanyıldızı**, 3.Baskı, Güven Bilimsel kitabından alınmıştır.

Reynolds Sayısı

Laminardan türbülanslı akışa geçiş, diğer parametrelerin yanı sıra yüzey geometrisi, yüzey pürüzsüzlüğü, serbest akım hızı, yüzey sıcaklığı ve akışkan tipine bağlıdır.
Akış rejiminin esasta akışkandaki atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranına bağlı olduğunu ortaya koydu.

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{Inertial forces}}{\text{Viscous forces}} = \frac{V_{avg} D}{\nu} = \frac{\rho V_{avg} D}{\mu}$$



Yüksek Reynolds sayılarında akışkanın özgül kütlesi ve hızı ile doğru orantılı olan atalet kuvvetleri, viskoz kuvvetlere oranla daha büyüktür ve bu yüzden viskoz kuvvetler, akışkanın gelişigüzel ve hızlı çalkalanmalarını engelleyemez.
Ancak düşük ve orta Reynolds sayılarında viskoz kuvvetler, bu çalkalanmaları bastırmak ve akışkanı "hizada" tutmak için yeterince büyüktür.

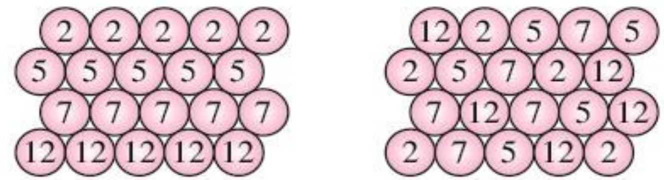
Akışın türbülanslı hale geldiği Reynolds sayısı kritik Reynolds sayısı olarak adlandırılır. Kritik Reynolds sayısının farklı geometriler ve farklı akış şartları için değeri farklıdır.

Reynolds sayısı bir akış elemanına etki eden atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranı olarak görülebilir.

TÜRBÜLANSLI AKIŞTA ISI VE MOMENTUM TRANSFERİ

Mühendislik uygulamalarında karşılaşılan akışların çoğu türbülanslı akışlardır ve bu sebeple türbülansın çeper kayma gerilmesini ve ısı transferini nasıl ertkilediğini kavramak önemlidir. Ancak türbülanslı akış, çalkantıların egemen olduğu karmaşık bir mekanizmadır ve türbülanslı akış teorisi, bu alanda araştırmacıların yaptığı yığınla çalışmaya rağmen büyük ölçüde geri kalmıştır.
Bu sebeple çeşitli durumlar için geliştirilmiş deneysel, ampirik ve yarı ampirik bağıntılara güvenmek gerekir.

Türbülanslı akış, akış boyunca akışkanın dönen bölgelerinin girdap adı verilen gelişigüzel ve hızlı çalkantılarıyla tanımlanır.
Bu çalkantılar momentum ve enerji transferi için ek bir mekanizma sağlar.
Türbülanslı akışta dönen girdaplar, kütle, momentum, ve enerjiyi akışın diğer bölgelerine, moleküler difüzyondan çok daha hızlı bir şekilde aktararak momentum, kütle ve ısı transferini büyük ölçüde arttırırlar.
Türbülanslı akışla beraber, çok daha yüksek değerlerde sürtünme ve ısı transfer katsayıları elde edilir.



(*a*) Türbülanstan önce (*b*) Türbülanstan sonra

ŞEKİL 6–23
Türbülanslı akıştaki yoğun karışım farklı sıcaklıktaki akışkan parçacıklarını yakın temasa getiri ve böylece ısı transferini iyileştirir.

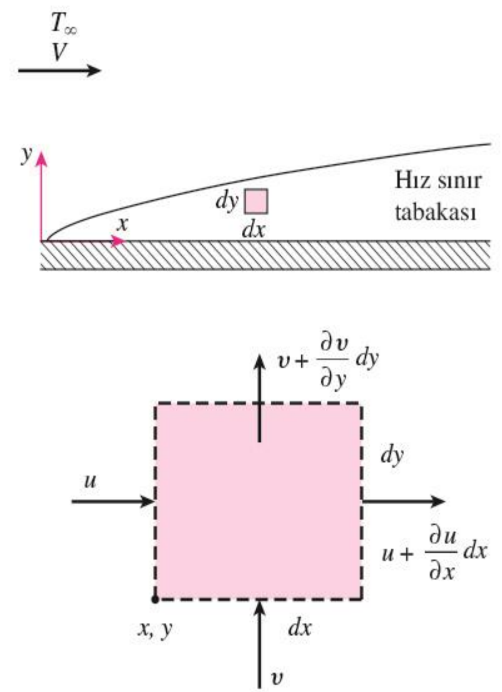
Bu dersteki tüm yazılı ve görsel materyaller; **Çengel, Y.A., Isı ve Kütle Transferi Pratik Bir Yaklaşım, Çeviri Editörü Vedat Tanyıldızı**, 3.Baskı, Güven Bilimsel kitabından alınmıştır.

DİFERANSİYEL TAŞINIM DENKLEMLERİNİN TÜRETİMİ

Bu bölümde sınır tabakalarda akışkan akışının ana denklemleri türetilmektedir. Çözümlemeyi kullanışlı bir düzeyde tutabilmek için, akış sürekli ve iki boyutlu, akışkan sabit özellikli Newton tipi (özgül kütle, viskozite, ısıl iletkenlik, vs.) olarak kabul edilmektedir.

Bir akışkanın bir yüzey üzerinde paralel akışı dikkate alınsın. Yüzey boyunca akış yönü x, yüzeye dik yön y olarak alınmakta ve çözümleme için dx uzunluğunda, dy yüksekliğinde ve z yönünde birim derinlikte (sayfaya dik) bir diferansiyel hacim elemanı seçilmektedir. Akışkan yüzey üzerinden bir V serbest akım hızı ile akmaktadır; fakat sınır tabaka içindeki hız, x bileşeni u ve y bileşeni v olacak şekilde iki boyutludur. Sürekli iki boyutlu akışta u = u(x,y) ve v = v(x.y) olduğuna dikkat edilmelidir.

Sonra sınır tabakalarda laminar akışta süreklilik, momentum ve enerji denklemlerini elde etmek için, kütlenin korunumu, momentumun korunumunu ve enerjinin korunumu olmak üzere üç temel kanun bu akışkan elemanına uygulanır.

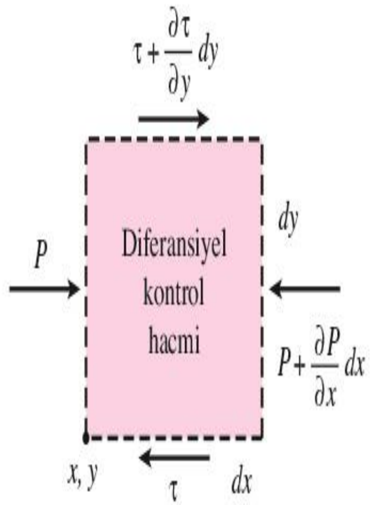


ŞEKİL 6–27
Bir yüzey üzerinde iki boyutlu bir akışta hız sınır tabakasında kütle dengesi türetiminde kullanılan diferansiyel kontrol hacmi.

Momentum Denklemleri

Hareket denklemlerinin hız sınır tabakasındaki diferansiyel biçimleri, sınır tabakada diferansiyel kontrol hacim elemanına Newton ‘un ikinci hareket kanunu uygulanarak elde edilir. Momentumun korunumunun bir ifadesi ola Newton ‘un ikinci kanunu şöyle açıklanabilir: kontrol hacmine etki eden net kuvvet, kontrol hacmindeki akışkan parçacığının kütlesiyle ivmesinin çarpımıdır ki bu, kontrol hacminden çıkan akışın net momentum hızına da eşittir.

ŞEKİL 6–28
Sürekli akış süresince bir akışkan, zaman içerisinde sabit bir noktada hızlanmayabilir, fakat uzayda hızlanabilir.



ŞEKİL 6–29
Bir yüzey üzerinde iki boyutlu bir akışta hız sınır tabakasında *x* momentum eşitliğinin türetiminde kullanılan diferansiyel kontrol hacmi.

x doğrultusundaki bu momentum dengesi bağıntısı, x momentum denklemi olarak bilinir. Dikkat edilirse, bu denklemin sol tarafında kütle-ivme çarpımı yerine momentum akış hızları kullanılsaydı aynı sonuç elde edilirdi. Eğer x doğrultusunda etki eden bir kütle kuvveti olsaydı, -akışkanın birim hacmi başına ifade edilmesi şartıyla- denklemin sağ tarafına eklenebilirdi.

Yerçekimi etkileri ve kütle kuvvetleri ihmal edilebildiği ve sınır tabaka yaklaşımları geçerli olduğu zaman, hacim elemanına y yönünde Newton 'un ikinci hareket kanunu uygulanırsa y momentum denklemi;

Olarak ele alınır. Yani, yüzeye dik yönde basınç değişimi ihmal edilebilir böylelikle $P = P(x)$ ve $\delta P/\delta x = dP/dx$ olur. Sonuç olarak verilen bir x için sınır tabakadaki basınç, serbest akım içindeki basınca eşittir ve serbest akım içinde akışkan akışının farklı bir çözümlemesiyle bulunan basınç (viskoz etkiler olmadığı için genellikle daha kolaydır) sınır tabaka çözümlemesinde rahatça kullanılabilir.

Düz bir plakanın serbest akım bölgesindeki hız bileşenleri $u = V =$ sabit ve $v = 0$ 'dır. Bunların x momentum denkleminde yerine konulması $\delta P/\delta x = 0$ değerini verir. Dolayısıyla düz bir plaka üzerindeki akışta basınç, bütün plaka üzerinde sabit kalır (sınır tabakanın içinde ve dışında).

Enerjinin Korunum Denklemi

Herhangi bir işleme tabi olan bir sistem için enerji dengesi, bir işlem süresince sistemin enerji içeriğindeki değişim, enerji giriş ve enerji çıkışı arasındaki farka eşit olacak şekilde Eg – Eç = ΔEsistem olarak gösterilir. Bir sürekli akış işlemi süresince bir kontrol hacmin toplam enerji içeriği sabit kalır (dolayısıyla ΔEsistem = 0) ve bir kontrol hacmine giren bütün türlerde enerji miktarı, çıkan enerji miktarına eşit olmalıdır. Bu durumda bir sürekli akış işlemi için birim zamana göre genel enerji denklemi Egiriş – Eçıkış = 0 denklemine indirgenir.

Enerjinin yalnız ısı, iş ve kütle ile transfer edilebildiği dikkate alınarak, bir sürekli akış kontrol hacmi için enerji dengesi açık şekilde şöyle yazılabilir:

Akan bir akışkan akımının birim kütle başına toplam enerji eakış = h + ke + pe 'dir; burada h entalpi (iç enerji ile akış enerjisinin toplamıdır), pe = gz potansiyel enerji, ke = $V^2/2 = (u^2 + v^2)/2$ akışkanın birim kütle başına kinetik enerjisidir. Kinetik ve potansiyel enerjiler genellikle entalpiye göre çok daha küçüktürler, dolayısıyla bunlar çoğunlukla ihmal edilirler (ayrıca, eğer aşağıdaki gibi kinetik enerji çözümlemesine katılırsa, bu ekleme yüzünden bütün terimlerin birbirini yok ettiğini gösterebiliriz). Akışanın p özgül kütlesi, cp özgül ısısı, μ viskozitesi ve k ısıl iletkenliğinin sabit olduğu kabul edilmektedir. Böylece birim kütle için akışkan enerjisi eakış = h = cpT olarak ifade edilebilir.

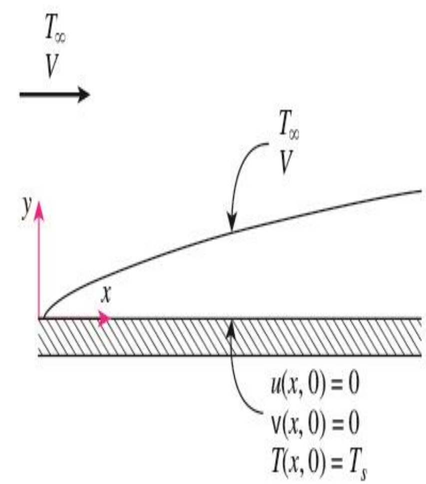
Viskoz kayıp yüksek hızlı akışlarda, özellikle akışkan viskozitesi yüksek olduğunda (yağın kaymalı yataklarda akışı gibi) baskın bir rol oynayabilir. Bu kendini, akışkanın kinetik enerjisinin ısıl enerjiye dönüşmesi nedeniyle, akışkan sıcaklığında önemli bir yükselme olarak gösterir. Viskoz kayıp hava araçlarının yüksek hızda uçuşları için de önemlidir.

Durgun bir akışkanın özel durumu için $u = v = 0$ olur, enerji denklemi, beklendiği gibi sürekli iki boyutlu ısı iletim denklemine indirgenir.

DÜZ BİR PLAKA İÇİN TAŞINIM DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLERİ

Bir akışkanın bir düz plaka üzerinde laminar akışı incelensin. Türbin kanatları gibi hafifçe şekillendirilmiş yüzeyler, uygun bir duyarlıkla düz plaka olarak ele alınabilir. X konumu akış yönünde plakanın ön kenarından itibaren plaka yüzeyi boyunca ve y konumu ise yüzeyden itibaren dik doğrultuda ölçülür. Akışkan plakaya x yönünde bir üniform üst akış hızı ile yaklaşır ki bu hız, serbest akış hızı V 'ye eşdeğerdir.

Viskoz kayıp ihmal edildiği zaman, bir plaka üzerinde sabit özellikli bir akışkanın sürekli, sıkıştırılamaz, laminar akışı için süreklilik, momentum ve enerji denklemleri şu denklemlere indirgenir;



ŞEKİL 6–33
Düz bir plaka üzerindeki akış için sınır şartları.

BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞ TAŞINIM DENKLEMLERİ VE BENZERLİK

Viskoz kayıp ihmal edildiği zaman, sabit özellikli bir akışkanın sürekli, sıkıştırılamaz, laminar akışı için süreklilik, momentum ve enerji denklemleri Eş. 6-21, Eş. 6-28 ve Eş. 6-35 ’te verilmektedir.

Bu denklemler ve sınır şartları, bütün bağımlı ve bağımsız değişkenler, ilgili ve anlamlı sabit niceliklere bölünerek-boyutsuzlaştırılabilir:Bütün uzunluklar bir L karakteristik uzunluk (bir plaka için uzunluk), bütün hızlar bir V referans hızı (bir plaka için serbest akım hızıdır), basınç pV^2 (bir plaka için serbest akım dinamik basıncının iki katı) ve sıcaklık bir sıcaklık farkı (bir plaka için ($T\infty$ - Ts) vasıtasıyla) boyutsuzlaştırılır. Yıldız işareti boyutsuz değişkenleri göstermek üzere:

Burada Rel = VL/v boyutsuz Reynolds sayısı ve Pr = v/aPrandtl sayısıdır. Verilen bir tür geometri için aynı Re ve Nu sayısına sahip problemlerinn çözümleri benzerdir ve bu durumda Re ve Nu sayıları benzerlik parametreleri olarak görev yaparlar. Eğer iki fiziksel olayın boyutsuz ana diferansiyel denklemleri ve sınır şartları aynıysa bu iki olay benzerdir.

Boyutsuzlaştırmanın en önemli kazancı parametre sayısındaki önemli azalmadır. Orijinal problem, 6 parametre içerir, fakat boyutsuzlaştırılmış problem sadece 2 parametre içerir. Verilen bir geometri için benzerlik parametrelerinin değerleri aynı olan problemlerin çözümleri benzerdir. Mesela verilen bir yüzey üzerindeki akışta taşınım ısı transfer katsayısının bulunması, birkaç akışkan, birkaç hız takımı, yüzey uzunluğu, çeper sıcaklığı ve serbest akım sıcaklığı için sayısal çözümler ve deneysel araştırmalar gerektirir. Aynı bilgi, veriler boyutsuz Re ve Pr sayıları içinde gruplandırılarak çok daha az inceleme ile elde edilir. Benzerlik parametrelerinin diğer bir kazancı, çok sayıda deney sonucunun gruplandırılmasına ve bunların böylesi parametreler cinsinden uygun şekilde anlatılmalarına imkan verilmelidir.

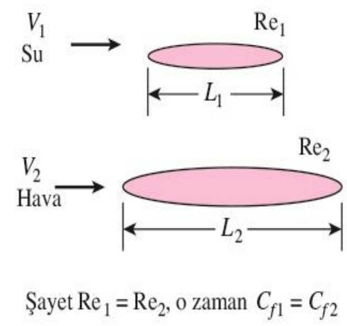
Boyutsuzlaştırma öncesi parametreler:

$L, V, T_\infty, T_s, \nu, a$

Boyutsuzlaştırma sonrası parametreler:

Re, Pr

ŞEKİL 6–36
Taşınım denklemleri boyutsuzlaştırılarak parametre sayısı önemli derecede azaltılır.



ŞEKİL 6–35
Geometrik olarak benzer olan cisimler aynı Reynolds sayılarında aynı sürtünme katsayı değerlerine sahiptir.

Bu dersteki tüm yazılı ve görsel materyaller; **Çengel, Y.A., Isı ve Kütle Transferi Pratik Bir Yaklaşım, Çeviri Editörü Vedat Tanyıldızı**, 3.Baskı, Güven Bilimsel kitabından alınmıştır.

SÜRTÜNMENİN VE TAŞINIM KATSAYILARININ İŞLEVSEL BİÇİMLERİ

Eş. 6-64, Eş. 6-65 ve Eş. 6-66 boyutsuzlaştırılmış üç aşınır tabaka denklemi, bilinmeyen u*, v* ve T* üç fonksiyonunu, bağımsız x* ve y* iki değişkenini Rel ve Pr parametrelerini içerir. P*(x*) basıncı ilgili geometriye bağlıdır (düz plaka için sabittir) ve belirli bir x* ‘da sınır tabakanın içinde ve dışında aynı değere sahiptir. Bu yüzden, basınç serbest akım şartlarından bağımsız olarak bulunabilir ve Eş. 6-65 ‘teki dP* /dx*, x*’ın bilinen bir fonksiyonu olarak ele alınabilir. Görüldüğü gibi sınır şartları herhangi bir yeni parametre getirilmez.

MOMENTUM VE ISI TRANSFERİ ARASINDAKİ BENZEŞİMLER

Zorlanmış taşınım çözümlemesinde, öncelikle Cf (çeperdeki kayma gerilmesini hesaplamak için) ve Nu (ısı transfer hızlarını hesaplamak için) niceliklerinin bulunmasıyla ilgilenilir. Buna bağlı olarak, Cf ve Nu arasında –biri bilindiğinde diğerinin hesaplanabileceği- bir bağıntının olması çok istenir. Bu tür bağıntılar, sınır tabakalarda momentum ve ısı transferi arasında benzerlik esas alınarak geliştirilir ve Reynolds Benzeşimi ve Chilton-Colburn Benzeşimi olarak bilinir.

Sabit özellikli viskoz kaybı ihmal edilebilen bir akışkanın sürekli, sıkıştırılamaz, laminar akışı için Eş. 6-65 ve Eş. 6-66 momentum ve enrji denklemleri tekrar dikkate alınsın. Bu denklemler Pr = 1 (yaklaşık olarak gaz durumu için) ve $\delta P^* / \delta x^* = 0$ (düz bir plaka üzerindeki akışta olduğu gibi serbest akımda u = V = sabit olduğu durumdur)olduğu zaman,

Basit hallerine indirgenirler ki bunlar, boyutsuz u* hızı ve T* sıcaklığı için tamamıyla aynı biçimdedirler. Ayrıca u* ve T* için sınır şartları da aynıdır. Bu sebeple u* ve T* fonksiyonları aynı olmalıdır ve dolayısıyla yüzeyde u* ve T* ‘ın birinci türevleri birbirine eşit olmalıdır.

Taşınım denklemlerinden bazı önemli sonuçlar

Hız sınır tabakası kalınlığı $$\delta = \frac{4.91}{\sqrt{V/\nu x}} = \frac{4.91x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}$$

Yerel cilt sürtünme katsayısı $$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2} = 0.664\,\mathrm{Re}_x^{-1/2}$$

Yerel Nusselt numarası $$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\,\mathrm{Pr}^{1/3}\mathrm{Re}_x^{1/2} \qquad \mathrm{Pr} > 0.6$$

Termal sınır tabakası kalınlığı $$\delta_t = \frac{\delta}{\mathrm{Pr}^{1/3}} = \frac{4.91x}{\mathrm{Pr}^{1/3}\sqrt{\mathrm{Re}_x}}$$

Reynold benzetmesi $$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_L}{2} = \mathrm{Nu}_x \quad (\mathrm{Pr}=1) \qquad \frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x \quad (\mathrm{Pr}=1) \qquad \mathrm{St} = \frac{h}{\rho c_p V} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re}_L \mathrm{Pr}}$$

Modifiye Reynold benzetmesi veya Chilton-Colburn benzetmesi $$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_L}{2} = \mathrm{Nu}_x\,\mathrm{Pr}^{-1/3} \quad \text{or} \quad \frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x\,\mathrm{Pr}^{2/3} = j_H$$