

1. AKIŞKANLARIN TEMEL ÖZELLİKLERİ

1.8. Ses Hızı ve Mach Sayısı

Ses hızı basınçtaki ve özgül kütledeki değişimle ifade edilmektedir (Giles 1980).

$$C = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}}$$

Burada; C: Ses hızı (m/s), dP: Basınçtaki değişim (Pa), dρ : Özgül kütledeki değişim (kg/m³), E_v: Elastiklik modülü (Pa), ρ: Özgül kütle (kg/m³).

İzoentropik (ısı alışverişi yok) koşul göz önüne alındığında ideal gaz akışkanlarda ses hızı yalnızca sıcaklığın bir fonksiyonudur ve aşağıdaki şekilde hesaplanır (Streeter ve Wylie 1983).

$$C = \sqrt{\frac{k.P}{\rho}} = \sqrt{k.R.T}$$
 Burada T sıcaklık olup birimi K'dir. İzotermal

koşul için ses hızı $C = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$ ile hesaplanır.

Normal akış hızının ses hızına oranına Mach (mek ya da maak) sayısı denir ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Shemmeri 2012).

$$Ma = \frac{V}{C} = V \sqrt{\frac{\rho}{E_v}}$$

Mach sayısı 1'e eşit olduğunda ses hızından ya da sonik, 1'den küçük olduğunda (Ma<1) subsonik hızdan, 1'den büyük olduğunda (Ma>1) süpersonik hızdan ve 1'den çok büyük olduğunda hipersonik hızdan söz edilir. Havadaki sesin yayılma hızı deniz seviyesinde ve oda sıcaklığında 346 m/s'dir. Sıvılar sıkıştırılmaz kabul edilir. Gazlar ise sıkıştırılabilen akışkanlardır. Ancak hesaplamalarda kolaylık sağlamak için gazlar, $Ma < 0.3$ koşulunda ya da özgül kütle farkının %5 in altında kaldığı durumlarda sıkıştırılmaz kabul edilir. Hava hızı pratik olarak 100 m/s' nin altında ise sıkıştırılmaz kabul edilebilir (Çengel ve Cimbala 2008, McDonough 2009).

1.9. Buhar Basıncı

Atmosferle ortak yüzeyi (serbest sıvı yüzeyi) bulunan tüm sıvılarda yüzeyden ayrılan moleküllerin atmosfere geçmesi olayına *buharlaşma* denir. Buharlaşma sıvının sıcaklığına bağlıdır. Ancak sıvının sıcaklığı ne olursa olsun her sıcaklıkta buharlaşma olacaktır. Tüm sıvıların

sıvı halden gaz haline geçme özelliği bulunmaktadır. Her sıcaklık derecesinde sıvı yüzeyindeki sıvı moleküllerinin bir kısmı sürekli atmosfere geçerler. Bu şekilde atmosfere geçen moleküller atmosfer basıncından ayrı olarak sıvı yüzeyine basınç uygularlar. Tamamen kapalı bir kap içerisinde bulunan sıvıda da buharlaşma meydana gelir. Sıvı yüzeyinden kopan moleküllerin artmasıyla sıvı üzerindeki basınç da artar. Ancak kapalı kap olması nedeniyle sıvıdan ayrılan moleküllerin bir kısmı tekrar sıvıya döner. Sonunda denge durumuna ulaşılır. Yani sıvıdan ayrılanla sıvıya geri dönenler eşitlenir. Bu durumdaki basınca *doymuş buhar basıncı* ya da *buharlaşma basıncı* denir. Buharlaşma basıncı sıcaklığa bağlıdır. Sıcaklık arttıkça sıvı moleküllerinin kinetik enerjisi dolayısıyla hareketliliği artacağından buharlaşma basıncı da artar.

1.10. Yüzey Gerilmesi

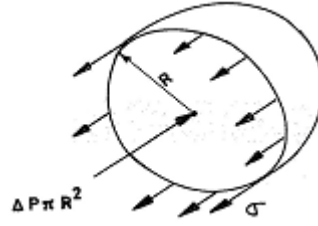
Ortak yüzeyin birim alanını meydana getirmek amacıyla yeterli sayıdaki molekülün sıvının içinden ortak yüzeye getirilmesi için yapılan işe *yüzey gerilimi* denir. Yüzey gerilimi σ (sigma) ile gösterilir. Yüzey gerilimi sıvıların bir özelliğidir, sıcaklığa ve sıvıların cinsine bağlıdır. Yüzey geriliminin boyutu MT^{-2} olup birimi SI sisteminde N/m, CGS sisteminde dyn/cm ve teknik ölçü sisteminde kp/m'dir. Yüzey gerilimi sıcaklık arttıkça azalmaktadır.

Bir akışkan damlasının içindeki yüzey gerilimi nedeniyle meydana gelen basınç değişimi; Şekil 1.7'deki serbest cisim diyagramı kullanılarak hesaplanabilir. Damla tam ortadan şekilde görüldüğü gibi kesilirse damlanın kenarında yüzey gerilimi nedeniyle meydana gelen basınç kuvveti $2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma$ olacaktır.

Dairesel alan πR^2 üzerine etkili iç (P_i) ve dış (P_e) basınçları arasındaki fark basınç (ΔP) tarafından yukarıda belirtilen yüzey gerilim kuvveti dengelenmek zorundadır. Yani;

$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma = \Delta P \cdot \pi \cdot R^2 \quad \text{ya da}$$
$$\Delta P = P_i - P_e = \frac{2\sigma}{R} \quad \text{olmalıdır (Edis 1972).}$$

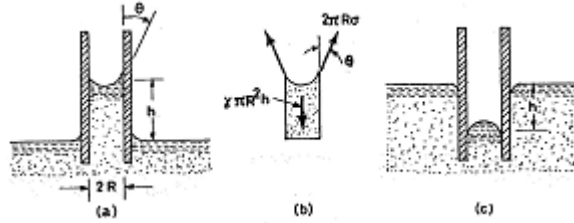
Bu bağıntıdan da anlaşılacağı gibi damlanın içindeki basınç damlanın dışındaki basınçtan daha büyüktür. Bu bağıntıya *Laplace denklemi* denir. Herhangi bir sıvı için yüzey gerilimi sabittir. Buna göre Laplace denkleminde küçük yarıçaplı bir sabun köpüğünü şişirmek için gereken basınç farkının, büyük yarıçaplı sabun köpüğünü şişirmek için gereken basınç farkından daha büyük olduğu görülür. Yani küçük bir küreyi bir birim genişletmek için gereken basınç farkı daha büyüktür.



Şekil 1.7. Sıvı damlasının yarısına etkili olan kuvvetler (White 2012)

Sıvılarda yüzey gerilimini en iyi, sıvıya batırılmış ince “kılcal” borularda gözlemleyebiliriz. Çapı milimetre veya daha küçük olan ince borulara “Kılcal Borular” denmektedir. Bu tip boruların bir sıvı içerisine daldırılmasıyla sıvı bileşik kaplar kuralına uymayarak alçalmakta ya da yükselmektedir. Örneğin kılcal borunun civa içerisine daldırılması durumunda boru içinde seviye alçalmakta, suya daldırılması halinde seviye yükselmektedir (Şekil 1.8). Buna göre kılcal borularda su gibi “ıslatan sıvılar” yükselmekte, civa gibi “ıslatmayan sıvılar” ise alçalmaktadır.

Kılcal borularda yükselen ya da alçalan sıvının yüksekliği (h), yüzey gerilmesi (σ), boru yarıçapı (R), sıvının özgül ağırlığı (γ), sıvı ile boru arasındaki dokunma açısına (θ) bağlıdır. Kılcal boruda sıvıya etkiyen iki kuvvet vardır. Bunlardan birincisi sıvının kılcal boruda yükselmesini ya da alçalmasını sağlayan yüzey gerilim kuvveti olan $2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \cdot \cos\theta$ ve ikincisi kılcal borudaki suyun ağırlığıdır ($\gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$). Yüzey gerilim kuvveti kılcal boru çevresi ($2 \cdot \pi \cdot R$), birim yüzey gerilimi (σ) ve $\cos\theta$ 'nın çarpımıdır. Bu iki kuvvet dengede olmak zorundadır.



Şekil 1.8. Kılcal borularda sıvının yükselmesi ve alçalması (a: ıslatan sıvılarda sıvının yükselişi, b: hesaplanan sütun yüksekliğinin serbest cisim diyagramı, c: ıslatmayan sıvılarda sıvının alçalışı) (Edis 1972).

Suyun ağırlığı= yüzey gerilim kuvveti

$$\gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \cdot \cos\theta$$

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos\theta}{\gamma \cdot R}$$

elde edilir (White 2012). Bu bağıntıda; $\gamma = \rho \cdot g$ olduğundan özgül kütleyle bağlı olarak tekrar düzenlenebilir.

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{\rho \cdot g \cdot R}$$

Pozitif değer yükselmeyi, negatif değer ise alçalmayı ifade etmektedir. Burada; θ açısı dokunma (temas) açısı olup sıvı ile borunun cinsine bağlıdır. Örneğin temiz cam boru ve su için $\theta = 0$ ve temiz cam boru ile civa için $\theta = 130^\circ$, gazyağı-cam için 26° alınabilir. Yukarıdaki bağıntılarda;

- h : Sıvının yükselme veya alçalma miktarı (m),
- σ : Yüzey gerilimi (N/m),
- θ : Dokunma (temas) açısı ($^\circ$),
- R : Kılcal borunun yarıçapı (m),
- γ : Sıvının özgül ağırlığı (N/m³),
- ρ : Sıvının özgül kütlesi (kg/m³),
- g : Yerçekimi ivmesi (9.81 m/s²)'dir.

Kılcal borularda suyun yükselmesi toprak-su ilişkileri bakımından oldukça önemlidir. Toprak içerisindeki yer altı su seviyesinden suyun bitki kök bölgesine yükselmesi, alt toprak katmanlarındaki nemin toprak yüzeyine yükselerek buharlaşması olayı da kılcallıkla ilgilidir. Yine ağaç dallarında suyun dolaşımı kılcallıkla açıklanabilir. Pülverizatörlerde damla oluşumunda yüzey gerilimi azaldıkça sıvı daha küçük çaplı damlalara ayrılabilir ve bitki yüzeyine daha iyi yayılabilir. Bu şekilde değme çapı büyür, değme açısı küçülür ve kaplama oranı artar. Bu nedenlerle bazen ilaç içerisine yüzey gerilimini azaltıcı (surfaktan) maddeler katılır.

1.11. Akışkanların Temel Özellikleriyle İlgili Uygulama Örnekleri

ÖRNEK-1.1: V: hızı, L: uzunluğu, W: ağırlığı ve μ dinamik viskoziteyi gösterdiğine göre aşağıdakilerin boyutlarını MLT sisteminde bulunuz.

- a) $\frac{V \cdot L \cdot W}{\mu}$
- b) $W \cdot \mu \cdot L$
- c) $\frac{V \cdot \mu}{L}$
- d) $\frac{V \cdot L^2 \cdot \mu}{W}$

Çözüm:

Önce verilenlerin boyutlarını yazalım.

$$V = L \cdot T^{-1} \quad L = L, \quad W = M \cdot L \cdot T^{-2}, \quad \mu = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$$
$$a) \frac{V \cdot L \cdot W}{\mu} = \frac{(L \cdot T^{-1}) \cdot (L) \cdot (M \cdot L \cdot T^{-2})}{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}} = L^4 \cdot T^{-2}$$

$$b) W \cdot \mu \cdot L = (MLT^{-2}) \cdot (ML^{-1}T^{-1}) \quad L = M^2 \cdot T^{-3} \cdot L$$

$$c) \frac{V \cdot \mu}{L} = \frac{(L \cdot T^{-1}) \cdot (ML^{-1} \cdot T^{-1})}{L} = ML^{-1} \cdot T^{-2}$$

$$d) \frac{V \cdot L^2 \cdot \mu}{W} = \frac{(L \cdot T^{-1}) \cdot (L^2) \cdot ML^{-1} \cdot T^{-1}}{MLT^{-2}} = L$$

ÖRNEK-1.2: Bir tankta 70 C°de 8 kg hava sıkıştırılmıştır. Sıkıştırılan havanın manometreden okunan basıncı 400 kPa olduğuna göre tankın hacmini hesaplayınız. Havanın gaz sabiti R= 286,9 J/kg-K

Çözüm:

$$P = \rho \cdot R \cdot T$$

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T} = \frac{(400000 \text{ Pa} + 101330 \text{ Pa})}{\left(286,9 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right) \cdot (273 + 70) \text{ K}} = 5,09 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{(8 \text{ kg})}{\left(5,09 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)} = 1,57 \text{ m}^3$$

ÖRNEK-1.3: Gaz sabiti R= 518,5 J/kg.K olan 40 C°deki metanın 8,3.10⁵ Pa mutlak basınç altındaki özgül kütle ve özgül hacmini bulunuz?

Çözüm:

$$P = \rho \cdot R \cdot T$$

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T} = \frac{(8,3 \cdot 10^5 \text{ Pa})}{\left(518,5 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right) \cdot (273 + 40) \text{ K}}$$

$$\rho = 5,11 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Özgül hacim} = u = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{5,11} = 0,196 \text{ m}^3/\text{kg}$$

ÖRNEK-1.4: Sabit bir levhadan h= 0,8 mm uzakta, kare şeklinde ve kenar uzunluğu 100 mm olan hareketli bir levhayı V= 0,5 m/s hızla hareket

ettirebilmek için $F = 1$ N'luk bir kuvvet gerektiğine göre levhalar arasına konan yağlama yağının mutlak viskozitesini,

- SI birim sisteminde,
- Teknik ölçü sisteminde,
- CGS birim sisteminde bulunuz?

Çözüm:

Mutlak viskozite

$$\mu = \tau \cdot \frac{dy}{dv} = \frac{F \cdot h}{A \cdot V} = \frac{\tau \cdot h}{V}$$

ile hesaplanmaktadır.

Burada;

- A : Levhanın yüzey alanı (m^2),
- V : Hareketli levhanın hızı (m/s),
- F : Levhaya uygulanan kuvvet (N),
- h : Levhalar arası uzaklık (m),
- τ : Kayma gerilmesi (N/m^2),
- μ : Mutlak viskozitedir (Ns/m^2).

- SI birim sisteminde mutlak viskozite

$$\mu = \frac{F \cdot h}{A \cdot V} = \frac{(1 \text{ N}) \cdot (0,0008 \text{ m})}{(0,1 \text{ m})^2 \cdot (0,5 \text{ m/s})} = 0,16 \left(\frac{Ns}{m^2} = Pa \cdot s \right)$$

- Teknik ölçü sisteminde mutlak viskozitenin birimi kp/m^2 'dir.
Newton = N = 0,102 kp olduğundan $\mu = (0,16 \text{ Pas}) \cdot (0,102 \text{ kp}) = 0,01632 \frac{kp \cdot s}{m^2}$ dir.

- CGS sisteminde mutlak viskozite $dyn \cdot s/cm^2 = g/cm \cdot s =$ poise olarak ifade edilir.

$kp \cdot s/m^2 = 98,04 \text{ dyn} \cdot s/cm^2$ dir.

$\mu = (0,01632) \cdot (98,04) = 1,6$ poise saptanır. Veya

$\frac{Ns}{m^2} = Pa \cdot s = 10$ poise olduğundan $\mu = 0,16 \cdot 10 = 1,6$ poise elde edilir.

ÖRNEK-1.5: Bir silindire sıkıştırılmış sıvının $1 \cdot 10^6$ Pa basınçtaki hacmi 2000 cm^3 ve $2 \cdot 10^6$ Pa basınçtaki hacmi ise 1990 cm^3 olarak verilmektedir.

- Sıvının elastiklik modülünü,

- b) Sıvının özgül ağırlığı $10104,3 \text{ N/m}^3$ ise ses hızını hesaplayınız?
- c) Aynı silindirde normal koşullardaki su olduğu kabul edilirse suyun ses hızının sıvının ses hızına oranı nedir?

Çözüm:

$$a) E_v = -\nabla_0 \frac{dP}{dV} = (-2000 \text{ cm}^3) \cdot \frac{(2 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) \text{ Pa}}{(1990 - 2000) \text{ cm}^3} = 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

$$b) \rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{10104,3 \text{ N/m}^3}{9,81 \text{ m/s}^2} = 1030 \text{ kg/m}^3$$

$$C = \left(\frac{E_v}{\rho} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 10^8 \text{ Pa}}{1030 \text{ kg/m}^3} \right)^{1/2} = 440,65 \text{ m/s}$$

c) Su için ses hızı (C_s)

$$C_s = \left(\frac{2 \cdot 10^8 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg/m}^3} \right)^{1/2} = 447,2 \text{ m/s}$$

$$\frac{C_s}{C} = \frac{447,21 \text{ m/s}}{440,65 \text{ m/s}} = 1,0148$$

ÖRNEK-1.6: $R=1 \text{ mm}$ yarıçaplı cam borudaki $20 \text{ }^\circ\text{C}$ 'deki su ve $15 \text{ }^\circ\text{C}$ 'deki civa için yükselme miktarlarını bulunuz?

Çözüm:

$20 \text{ }^\circ\text{C}$ 'deki su için alınması gerekli sabitler,

$$\theta = 0^\circ, \sigma = 0,075 \text{ N/m}, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$15 \text{ }^\circ\text{C}$ 'deki civa için alınması gerekli sabitler.

$$\theta = 130^\circ, \sigma = 0,487 \text{ N/m}, \rho = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$h_{su} = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{R \cdot \rho \cdot g} = \frac{2 \cdot (0,075 \text{ N/m}) \cdot \cos 0^\circ}{(1 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \cdot \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot (9,81 \text{ m/s}^2)} = 0,01529 \text{ m}$$

$$h_{su} = 15,29 \text{ mm}$$

$$h_{\text{civa}} = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{R \cdot \rho \cdot g} = \frac{2 \cdot (0,487 \text{ N/m}) \cdot \cos 130^\circ}{(1 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \cdot \left(13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = -4,693 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$h_{\text{civa}} = -4,693 \text{ mm}$ bulunur. Buradaki eksi (-) işareti civanın boru içerisinde alçaldığı anlamına gelmektedir.