

3. AKIŞKAN DİNAMİĞİ

3.1. Newton'un İkinci Kanunu

Bir akışkan taneciği bir noktadan başka bir noktaya giderken pozitif ya da negatif ivmeyle hareket etmekte ve bu süreçte, üzerine $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ kuvveti etmektedir. Bu eşitliğe Newton'un ikinci kanunu (yasası) denmektedir. Akışkan taneciğine bu kanunu uygularken akışkan viskozitesiz kabul edilir. Yani akışkanda ısı iletimi sıfırdır ve viskoz kuvvetler yoktur.

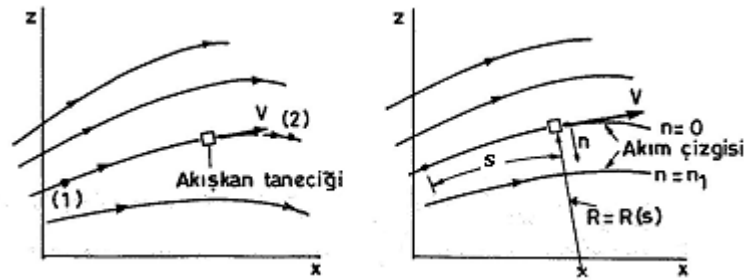
Akışkana yalnızca basınç kuvveti ($F = P \cdot A$) ve yerçekimi kuvvetlerinin ($W = m \cdot g$) etkidiğini kabul ederek Newton'un ikinci kanununu bir akışkan taneciğine uyguladığımızda;

$$W + F = m \cdot a$$

elde edilir. Akışkan dinamiğinde değişik akım tipleri vardır (Ayyıldız 1983).

3.2. Akım Çizgisi

Kararlı (düzenli) akım rejiminde herhangi bir (t) anında ardı ardına sıralanmış noktadaki hız vektörlerine çizilen teğetlere akım çizgisi denir. Hızlar akım çizgilerine her yerde teğettir. Hızın akım çizgisine dik yönde bir bileşeni yoktur (Ayyıldız 1983, White 2012). Akım çizgisi üzerinde taneciğin hareketi $s = s(t)$ uzaklığıyla ve akım çizgisinin yerel eğrilik yarıçapıyla $R = R(s)$ tanımlanır. Akım çizgisi boyunca meydana gelen uzaklık, tanecik hızıyla ($V = ds / dt$) ve eğrilik yarıçapı da akım çizgisinin biçimiyle ilgilidir (Şekil 3.1). Akım çizgisi boyunca oluşan (s) koordinatına ilaveten akım çizgisine dik (n) koordinatı da kullanılmaktadır.



Şekil 3.1. Akım çizgisi ve tanecik hareketi (Munson vd. 1994)

Akım çizgisi boyunca hareket eden bir akışkan taneciğine birisi akım çizgisi boyunca (a_s) ve diğeri akım çizgisine dik (n) doğrultusunda (a_n) ivmesi etmektedir. Bu ivmeler aşağıdaki gibi yazılabilir (Edis 1972a, Munson vd. 1994).

$$a_s = \frac{dV}{dt} = \left(\frac{\partial V}{\partial s} \right) \cdot \frac{ds}{dt}$$

$$a_s = \left(\frac{\partial V}{\partial s} \right) \cdot V$$

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$

a_s : Akım çizgisi boyunca yani (s) koordinatı üzerindeki tanecik ivmesi (m/s^2),

$\left(\frac{dV}{dt} \right)$: Hızın zamana göre türevi (m/s^2),

$\left(\frac{\partial V}{\partial s} \right)$: Hızın (s) koordinatı üzerindeki yola göre kısmi türevi (s^{-1}),

$\left(\frac{ds}{dt} \right)$: (s) koordinatı üzerindeki yolun zamana göre türevi (m/s),

a_n : (n) koordinatı üzerindeki akışkan taneciği ivmesi (m/s^2),

V : Tanecik hızı (m/s),

R : Akışkan taneciğinin eğrilik yarıçapı (m)'dir.

3.3. Akım Çizgisi Boyunca Bernoulli Eşitliği

Bir akışkan taneciğine $\vec{F} = m\vec{a}$ eşitliğini uygularken akım çizgisine dik (\vec{h}) ve akım çizgisi boyunca olan (\vec{s}) birim vektörleri ve koordinatları göz önüne alındığında akışkan taneciğine akım çizgisi boyunca yalnızca basınç ve ağırlık kuvvetlerinin etkili olduğu kabul edilir. Viskoz kuvvetler ihmal edildiğinde akım çizgisi boyunca etkili olan kuvvetler $\vec{F} = m\vec{a}$ eşitliği yardımıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-\gamma \cdot \sin\theta - \frac{\partial P}{\partial s} = \rho V \frac{\partial V}{\partial s} = \rho a_s$$

Burada;

$\gamma \cdot \sin\theta$: Akışkan tanecik ağırlığının akım çizgisi boyunca oluşan bileşeni (N/m^3). Akım çizgisi yataysa $\theta = 0$ alınır.

$\frac{\partial P}{\partial s}$: Akışkan taneciğine (s) koordinat doğrultusunda etkili olan basınç gradyenti (N/m^3),

ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),

$V \frac{\partial V}{\partial s}$: (s) koordinat doğrultusundaki tanecik ivmesi (m/s²)'dir.

Yukarıdaki eşitlik bir takım kabullenmelerden sonra aşağıdaki biçime dönüştürülebilir (Buffer 2009, McDonough 2009):

$$P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 + \gamma \cdot z = \text{sabit}$$

Bu eşitliğe Bernoulli eşitliği denir ve akım çizgisi boyunca kullanılır ve aşağıdaki koşullarda geçerlidir (Sleigh 2001).

- Viskoz kuvvetler ihmal edilmeli,
- Akış kararlı akım alınmalı,
- Akışkan sıkıştırılmaz kabul edilmelidir.

Bernoulli eşitliğinin her terimini özgül ağırlığa (γ) böldüğümüzde bir başka kullanımı elde edilmektedir. Bu da;

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{sabit}$$

şeklinde ifade edilir (Sığiner ve Sümer 1995, Hewakandamby 2012).

gz: Potansiyel yük tür (enerji) (m).

P : Ele alınan noktanın basıncı olup birimi Pa'dır,

ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m³),

V : Akışkanın hızı (m/s),

γ : Akışkanın özgül ağırlığı (N/m³),

z : Ele alınan noktanın referans eksenine uzaklığı (m) ya da seviye yükü olup potansiyel enerjiyi gösterir (m).

$\frac{P}{\gamma}$: Basınç yükü (enerjisi) olup P basıncının üretilebilmesi için gerekli akışkan yüksekliğini verir (m).

$\frac{V^2}{2g}$: Hız yükü (kinetik enerji) olup akışkanın V hızına ulaşabilmesi için

sürtünmeli ortamda serbest düşme yüksekliğini verir (m).

3.4. Akım Çizgisine Dik Yönde Bernoulli Eşitliği

Pratikte akışlar çoğunlukla akım çizgisi boyuncadır ve bir boyutludur. Ancak bazı durumlarda iki boyutlu akış da önemli olmakta ve kullanılmaktadır. Akım çizgisine dik hareket eden bir akışkan taneciğine etkili olan basınç ve ağırlık kuvvetleri ile Newton'un ikinci kanunu arasındaki ilişki aşağıdaki gibi yazılabilir (Munson vd. 1994)

$$-\gamma \frac{dz}{dn} - \frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\rho \cdot V^2}{R}$$

Burada;

- γ : Akışkanın özgül ağırlığı (N/m³),
 $\frac{dz}{dn} = \text{Cos}\theta$: Akışkan taneciğinin göz önüne alınan noktadaki akım çizgisine dik doğrultuyla yaptığı açının kosünüsü (-),
 $\frac{\partial P}{\partial n}$: Akım çizgisine dik yöndeki basınç gradyenti (N/m³),
 ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m³),
 V : Akışkan taneciğinin hızı (m/s),
 R : Eğrilik yarıçapı (m)'dir.

Yukarıdaki eşitlik bize, bir akışkan taneciğinin akışa dik doğrultudaki değişiminin basınç gradyenti ve akım çizgisine dik ağırlık kuvvetleri tarafından gerçekleştirildiğini göstermektedir. Ağırlık kuvvetleri ihmal edilirse ya da akış yatay bir düzlemde yani $dz/dn = \text{Cos}\theta = 0$ ise formül aşağıdaki biçime dönüşür.

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{\rho V^2}{R}$$

Bu da eğriliğin merkezinden uzaklaştıkça basıncın arttığını göstermektedir.

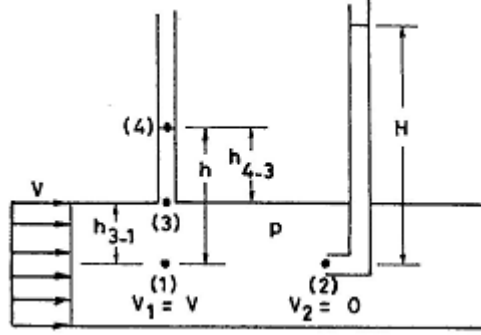
Akım çizgisine dik yönde Bernoulli eşitliğini yukarıdaki eşitliklerden bazı kabullenmeler yaparak aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

$$P + \rho \int \frac{V^2}{R} dn + \gamma z = \text{sabit}$$

Akım çizgisine dik yöndeki Bernoulli eşitliği de akım çizgisi boyunca oluşan Bernoulli eşitliği gibi kararlı akım, viskozitesiz akım ve sıkıştırılmaz akım koşullarında geçerlidir (Munson vd. 1994)

3.5. Statik, Dinamik, Ölü Nokta ve Toplam Basınç

Bernoulli eşitliğiyle ilgili önemli bir kuram da ölü nokta (kabarma basıncı, durma noktasındaki basınç) ve dinamik basınçtır. Bu basınçlar hareketli akışkanın durdurulması sırasında kinetik enerjinin basınç yüksekliğine dönüşmesiyle meydana gelir. Bernoulli eşitliğindeki P , hareketli akışkanın gerçek termodinamik basıncıdır ve akıma dik yönde boru çevresinde ölçüldüğü için statik basınç adını alır (Şekil 3.2). Bernoulli eşitliğindeki $\frac{1}{2} \rho \cdot V^2$ 'ye dinamik basınç denir.



Şekil 3.2. Basıncın ölçümü (Edis 1972b)

Bu basınç Şekil 3.2'deki gibi akışkanın ortasına yerleştirilmiş pitot tüpü ile ölçülebilmektedir. Şekildeki boruda akan akışkan tüp içerisinde H yüksekliğine kadar çıkmaktadır. Pitot tüpü içerisindeki akışkan statiktir ve $V_2 = 0$ 'dır. İşte bu (2) noktasındaki basınca ölü nokta basıncı denir. Ölü nokta basıncı borunun çevresine açılan bir delik yardımıyla ölçülen statik basınç (P_1) ve

dinamik basıncın ($P_d = \frac{1}{2} \rho V^2$) toplamından oluşmaktadır. (2) noktasındaki ölü

nokta basıncı (P_2), (1) ve (2) noktalarına Bernoulli denklemini uygulayarak bulunmaktadır.

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

Görüldüğü gibi ölü noktadaki basınç (P_2), statik basınçtan (P_1), dinamik basınç

($P_d = \frac{1}{2} \rho V^2$) kadar daha büyüktür. Dinamik basınç bu bağıntıdan;

$$P_1 = \gamma h$$

$$P_2 = \gamma H$$

$$P_d = \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 - P_1 = \gamma \cdot (H - h)$$

ile elde edilmektedir. Yani bir boruya bir piyezometre borusu ve bir de pitot tüpü yerleştirildiğinde bu borularda yükselen sıvı seviyeleri arasındaki fark sıvının özgül ağırlığıyla çarpılarak dinamik basınç bulunabilir. Borudaki akışkanın hızı (V) ise, dinamik basınçtan yararlanılarak belirlenir (Edis 1972b, Sleigh 2001, Hewakandamby 2012).

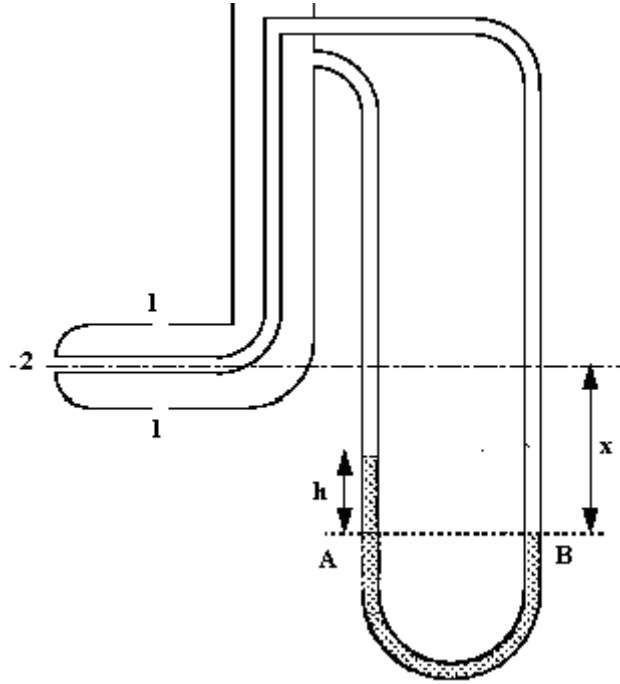
$$V_1 = V = \sqrt{2g(H - h)}$$

Bernoulli denklemindeki $\gamma \cdot z$ terimi hidrostatik basınçtır. Bu terim gerçekte bir basınç değildir. Yükseklik değişiminin neden olduğu akışkanın potansiyel enerjisini göstermektedir.

Statik, dinamik ve hidrostatik basınçların toplamına toplam basınç (P_T) denir.

$$P_T = P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 + \gamma \cdot z = \text{sabit}$$

Bir akışkanda statik ve ölü nokta basınçlarının bilinmesiyle akışkanın hızı saptanabilir. Ancak bunun için bir piyezometre ve bir pitot tüpüne ihtiyacın olması ve iki farklı yerde okumanın yapılması gerekir. Bunun yerine aşağıdaki şekilde (Şekil 3.3) görülen *statik pitot* tüpü kullanılarak tek bir okumayla basınç bulunabilmekte ve hız kolayca hesaplanabilmektedir. Statik pitot tüpünün her iki tarafındaki delikler manometrenin bir ucuna bağlı olup statik basıncı, ortasındaki delik ise manometrenin diğer ucuna bağlı olup ölü nokta basıncını göstermektedir.



Şekil 3.3. Statik pitot tüpü (Edis 1972b, Sleight 2001, Hewakandamby 2012)

Statik pitot tüpünün merkez çizgisini göz önüne alarak A ve B noktalarındaki basınçları eşitleyelim.

$$P_B = P_2 + \rho g x$$

$$P_A = p_1 + \rho g(x - h) + \rho_{man} g h$$

$$P_A = P_B$$

$$P_2 + \rho g x = p_1 + \rho g(x - h) + \rho_{man} g h$$

$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2$ olduğu yukarıda bulunmuştu. Buna göre borudaki akışkanın hızı statik pitot tüpü yardımıyla aşağıdaki gibi bulunur.

$$P_1 + h g (\rho_{man} - \rho) = P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2gh(\rho_{man} - \rho)}{\rho}}$$

yukarıdaki formüllerde ρ_{man} , manometredeki akışkanın özgül kütleini ve ρ , borudaki akışkanın özgül kütleini göstermektedir (Edis 1972b).

3.6. Süreklilik Denklemi

Sıkıştırılmaz akışkanlarda sisteme giren ve sistemden çıkan akım miktarı (verdi) sabit kabul edilmektedir. Buna kütleinin korunumu denir ve süreklilik denklemiyle ifade edilir (Sığiner ve Sümer 1995).

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2$$

Bu bağıntıda;

- Q_1 ve Q_2 : Sırasıyla sisteme giren ve sistemden çıkan verdiler (m^3/s),
- A_1 : Birinci durumdaki kesit alanı (m^2),
- V_1 : Birinci kesitteki akışkan hızı (m/s),
- A_2 : İkinci durumdaki kesit alanı (m^2),
- V_2 : İkinci kesitteki akışkanın hızı (m/s)'dir.

3.7. Bernoulli Eşitliğinin Uygulama Alanları

3.7.1. Orifis (sukbe)

Bir deponun yüzeyine açılan ve sıvının dışarı çıkmasını sağlayan çevresi kapalı olan açıklıklara orifis denir. Şekil 3.4'de verilen bir deponun tabanına açılan orifisin (2) ve (5) noktalarındaki teorik akışkan hızı (V_t) Bernoulli eşitliğini kullanarak aşağıdaki gibi yazılabilir (Hewakandamby 2012).

$$V_{2t} = (2.g.h)^{1/2}$$

$$V_{5t} = (2g(h + H))^{1/2}$$

Bu bağıntılarda;

V_{2t} : Orifis çıkışındaki teorik akışkan hızı (m/s),

h : Orifisin orta noktasının depodaki serbest sıvı yüzeyine olan uzaklığı (m),

V_{5t} : Orifis dışında (5) noktasındaki teorik akışkan hızı (m/s),

H : Orifis dışındaki (5) noktasının orifis orta noktasına (2) olan uzaklığı (m)'dir.

Orifis düz değilse, iyi taşlanmamışsa Şekil 3.5'de görüldüğü gibi orifisten çıkan sıvıda bir daralma meydana gelir. Yani orifisin çapı (d_h), orifisten çıkan sıvının çapından (d_j) daha büyüktür ($d_h > d_j$). Bu farklılığa büzülme etkisi (vena contracta) denir ve orifis kesit alanı (A_h) ile sıvı kesit alanı (A_j) arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

$$C_c = \frac{A_j}{A_h} = \left(\frac{d_j}{d_h} \right)^2$$

Bu eşitlikte;

A_j : Orifisten çıkan sıvı jetinin kesit alanı (m^2),

A_h : Orifis kesit alanı (m^2),

C_c : Büzülme katsayısı olup Şekil 3.6'da bazı orifisler için verilmiştir,

d_j : Sıvı jetinin çapı (m),

d_h : Orifisin çapı (m)'dir.

Şekil 3.5'de (2) noktasındaki hız, (1) noktasındaki hızdan büyük, (3) noktasındaki hızdan küçüktür. Orifisten çıkan sıvının hızını, (2) noktasındaki ortalama hız olarak kabul etmezsek bir hız katsayısını tanımlamamız gerekir.

Bu hız katsayısını (C_v) kullanarak orifisten çıkan sıvının gerçek hızı bulunabilir (Douglas 1986a, Hewakandamby 2012).

$$V_g = C_v.(2.g.h)^{1/2}$$

Burada;

V_g : Orifisten çıkan sıvının pratikteki (gerçek) hızı (m/s),

C_v : Orifisin değişik noktalarındaki hızların farklılığından kaynaklanan

hız katsayısı olup $C_v = \frac{\text{gerçek hız}}{\text{teorik hız}}$ ile bulunur.

Yukarıdaki verilere göre bir orifisten akan sıvının verdisi aşağıdaki gibi bulunur.

$$Q = AV$$

$$Q = A_j \cdot V_g$$

$$Q = C_c \cdot A_h \cdot V_g$$

$$Q = C_c \cdot A_h \cdot C_v \cdot (2 \cdot g \cdot h)^{1/2}$$

Eğer hız katsayısı C_v bilinmiyorsa, hız katsayısı (C_v) ile büzülme katsayısının (C_c) çarpımından oluşan verdi katsayısı (C_d) kullanılabilir ve verdi katsayısı $C_d = \frac{\text{gerçek debi}}{\text{teorik debi}} = C_c \cdot C_v = 0,62$ kabul edilebilir (Douglas 1986a, Hewakandamby 2012).

3.7.2. Sifon

Depoları, yan yüzeylerinde bir delik açmadan yukarıdan daldırılan bir boru yardımıyla boşaltmak da olanaklıdır. Sıvıya daldırılan borunun bir kısmının, sıvı seviyesinin üstünde kalmasıyla oluşan düzeneğe sifon denir (Şekil 3.7).

Şekil 3.7'deki sifon borusunun (3) noktasındaki sıvı çıkış hızı; (1), (2) ve (3) noktalarına Bernoulli eşitliğini, (2) ile (3) noktasına da süreklilik denklemini uygulayarak aşağıdaki gibi yazılabilir (Edis 1972b, McDonough 2009).

$$V_3 = (2 \cdot g \cdot (z_1 - z_3))^{1/2}$$

Burada;

$$V_3 : \text{Sifonun çıkışındaki sıvı hızı (m/s),}$$

$$g : 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$z_1 - z_3 : \text{Depodaki su düzeyi ile (3) noktası arasındaki düşey uzaklık (m).}$$

Bu uzaklıkları belirlerken deponun tabanı referans eksenini kabul edilecektir. Bu durumda z_1 pozitif, z_3 ise negatif ve $z_1 - (-z_3) = z_1 + z_3$ olacaktır. Sifonlarda da, daha önceki sıvı akışının sürtünmesiz, düzenli ve sıkıştırılmaz kabullenmeleri geçerlidir.

Sifon içerisinde en düşük basınç (2) noktasında elde edilecektir. (2) noktasındaki basınç negatif olup atmosfer basıncından daha küçüktür. Bu noktadaki basınç (P_2), (1) ve (2) noktalarındaki Bernoulli eşitliğinden;

$$P_2 = \gamma \cdot (z_1 - z_2) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2$$

bağıntısıyla bulunabilir.

Burada;

- P_2 : Sifonun (2) noktasındaki basınç (Pa),
 γ : Sıvının özgül ağırlığı (N/m³),
 z_1 : Depodaki serbest sıvı yüzeyinin depo tabanına uzaklığı (m),
 z_2 : (2) noktasının depo tabanına olan uzaklığı (m),
 ρ : Sıvının özgül kütlesi (kg/m³),
 V_2 : Sifonun (2) noktasındaki sıvı hızı (m/s)'dir.

3.7.3. Verdi ölçümü

Bernoulli eşitliğinden yararlanılarak akışkanların verdilerini ölçmede kullanılan pek çok cihaz vardır. Bunlardan bazıları pitot tüpü, orifis ve sifondur. Verdinin borularda ölçülmesinde en etkin ve en basit yöntem boruya bir engel takarak düşük hızlı-yüksek basınçlı (1) bölge ile yüksek hızlı-düşük basınçlı (2) bölge arasındaki basınç farkını belirlemektir (Şekil 3.8). Şekilde bu esasa dayalı üç değişik verdi ölçüm cihazı (orifis, lüle ve venturimetre) görülmektedir.

Bu cihazların ortak yanı hızın artmasıyla basıncın azalmasıdır. Akışı sürtünmesiz, düzenli, sıkıştırılmaz ve yatay ($z_1=z_2$) kabul ederek (1) ve (2) noktalarına Bernoulli eşitliği ve süreklilik denklemini uyguladığımızda, yine (1) ve (2) noktalarındaki hız dağılımını homojen aldığımızda borudan geçen akışkan verdisini veren formül aşağıdaki gibi bulunur (Munson vd. 1994).

$$Q = A_2 \cdot [V_2]^{1/2} = A_2 \cdot \left[\frac{2 \cdot (P_1 - P_2)}{\rho \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)} \right]^{1/2}$$

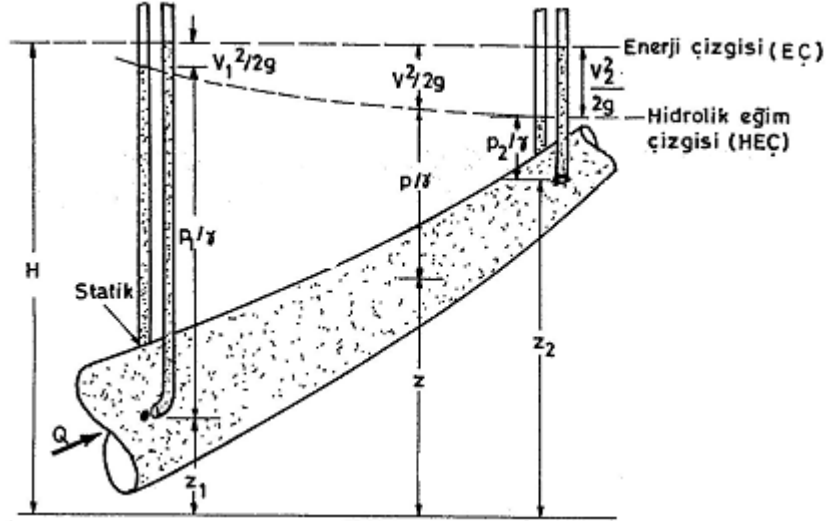
- Q : Borudan geçen akışkan verdisi (m³/s),
 A_2 : (2) kesitinin alanı (m²),
 A_1 : (1) kesitinin alanı (m²),
 P_1 : (1) noktasındaki basınç (Pa),
 P_2 : (2) noktasındaki basınç (Pa)
 ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m³).
 D : Boru çapı (m)
 d : Kesitin daraldığı 2 noktasındaki çap(m)

Bu formüle göre A_1 ve A_2 kesitlerindeki basınç farkı (P_1-P_2) ölçüldüğünde akışkan verdisi kolaylıkla bulunabilmektedir. Burada ölçülen verdi teorik veridir. Gerçek verdi bundan % 2 ila % 40 daha küçüktür.

3.8. Enerji Çizgisi ve Hidrolik Eğim Çizgisi

Bilindiği gibi Bernoulli eşitliği bir akışkandaki toplam enerjiji göstermekte ve sürtünmesiz, sıkıştırılmaz, düzenli akım koşullarında sabit

kalmaktadır. Bernoulli eşitliği yardımıyla hidrolik eğim çizgisi (HEÇ), enerji çizgisi (EÇ) tanımlanmakta ve pek çok problemin çözümüne yardımcı olmaktadır (şekil 3.11).



Şekil 3.11. Enerji (EÇ) ve hidrolik eğim (HEÇ) çizgisi (Ayyıldız 1983)

Bernoulli eşitliğinin her terimi yükü ifade etmektedir. Bu yükler pitot tüpü ve piyezometre borusu ile şekil düzleminde tanımlanmaktadır. Akış boyunca farklı noktalarda bulunan pitot tüplerindeki ölçülen basınç noktalarından geçen çizgiye enerji çizgisi (EÇ) denir ve ideal akışkanlarda kıyas düzlemine paralel kalır. Enerji çizgisi Bernoulli eşitliğindeki her bir yükün toplanmasıyla elde edilir.

$$H = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = \text{sabit}$$

Burada;

- H : Toplam yük (m),
- z : Potansiyel yük (m),
- $\frac{P}{\gamma}$: Basınç yükü (m),
- $\frac{V^2}{2g}$: Hız yükü (m)'dür.