3. AKIŞKAN DİNAMİĞİ

3.9. Bernoulli Eşitliğinin Uygulanma Kısıtları

Akışkanlar mekaniğinde temel kabullenmelerden bir tanesi de akışkanın sıkıştırılamaz kabul edilmesidir. Bu kabullenme çoğu sıvılar için doğrudur, ancak gazlar için bazı durumlarda büyük yanlışlıklara neden olmaktadır. Çünkü uygulamada özgül kütle, sıcaklık, basınç her zaman değişir. Ölü nokta basıncının bulunmasında eğer sıcaklığı sabit, özgül kütleyi $\rho = \dfrac{P}{RT}$ alır ve Bernoulli eşitliğini izotermal koşul için yazarak

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{R.T}{g}.\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \frac{V_1^2}{2g} + z_2$$

formülünü sıkıştırılamaz akışkanlar için yazabiliriz. İdeal gazın sıkıştırılabilir, düzenli akışı ve izoentropik koşulu için ise aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\left(\frac{k}{k-1}\right).\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + g.z_1 = \left(\frac{k}{k-1}\right).\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + g.z_2$$

Bu denklemi, Mach sayısına bağlı olarak boyutsuz formda şu şekilde düzenleyebiliriz.

$$\frac{P_2 - P_1}{P} = \left[\left(1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^{\ 2}\right)^{k/(k-1)} - 1\right]$$

Bu denklemde (1) indisi normal akım koşullarını, (2) indisi ise ölü nokta koşullarını gösterir. $z_1=z_2$ ve Mach (mak) sayısı $Ma_1=V_1/C_1= V_1/(k.R.T_1)^{1/2}$ alınmıştır.

Yukarıdaki denkleme benzer şekilde sıkıştırılamaz akışkanlar için de aşağıdaki boyutsuz denklem yazılabilir.

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = k.\frac{Ma_1^{\ 2}}{2}$$

Yukarıdaki sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz akışkanlar için yazılan boyutsuz denklemler bir grafiğe işlenirse Mach sayısının 0,3 değerine kadar birbirinin aynısı olduğu görülür. Bu nedenle genel bir kural olarak ideal gazların akışı Mach sayısının 0,3 ve daha küçük olduğu koşullarda sıkıştırılamaz kabul edilebilir. Bir başka ifadeyle havanın 102 m/s'ye kadarki hızlarında hava sıkıştırılamaz kabul edilebilir.

Bernoulli eşitliğinin uygulanabilmesi için koşullardan bir tanesi de akımın düzenli olması gerektiğidir. Düzenli akımlarda hız, akım çizgisi üzerindeki uzaklığın (s) bir fonksiyonuydu (V=V(s)). Düzensiz (kararsız) akımda ise akım çizgisi boyunca oluşan hız, uzaklığın yanı sıra zamanın da bir fonksiyonudur. Yani V= V(t)'dir. Buna göre akım çizgisi boyunca düzenli akımlardaki ivme;

$$a_s = V.\frac{\partial V}{\partial s}$$

düzensiz akımlardaki ivme ise;

$$a_s = \frac{\partial V}{\partial t} + V.\frac{\partial V}{\partial s}$$

olmaktadır. Newton'un ikinci kanununu akım çizgisi boyunca kararsız akım için uygularsak Bernoulli eşitliği aşağıdaki gibi elde edilir.

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho_1.V_1^2 + \gamma.z_1 = \rho\int_{S_1}^{S_2}\frac{\partial V}{\partial t}ds + P_2 + \frac{1}{2}.\rho.V_2^2 + \gamma.z_2$$

Bu eşitlik Bernoulli eşitliğinin düzensiz akışlar için genel formudur ve düzensiz, sıkıştırılamaz ve sürtünmesiz akımlar için geçerlidir. Düzensiz akım için yazılan Bernoulli eşitliği düzenli akım için yazılandan integral terimi kadar daha fazladır. Genelde bu integrali çözmek olanaksızdır. Çünkü akım çizgisi boyunca $\partial V/\partial t$ değişimi bilinmemektedir. Bazı durumlarda düzensiz (kararsız) akışlar yarı kararlı ya da yarı düzenli kabul edilerek çözülebilmektedir.

Bernoulli eşitliğinin kullanımını sınırlandıran diğer bir kısıt Bernoulli eşitliğinin akım çizgisine dik yönde her zaman kullanılamayacağıdır. Eğer akışkanın basınç çizgileri akım çizgisine dik yönde homojen değilse, Bernoulli eşitliğinin uygulanması büyük hatalara yol açar.

Bernoulli eşitliğini sınırlandıran bir diğer faktörde akışkanın viskoz olmamasıdır. Eğer viskoz kuvvetleri önemliyse bu durumda bir sürtünme ortaya çıkacak ve Bernoulli eşitliği doğru sonuç vermeyecektir.

3.10. Akışkan Dinamiği ve Bernoulli Eşitliğiyle İlgili Uygulama Örnekleri

ÖRNEK-3.1: Yatay boruda akım çizgisi boyunca özgül ağırlığı 8829 N/m^3 olan bir yağa 7 m/s^2'lik bir ivme kazandırabilmek için basınç gradyenti ($\partial P/\partial s$) ne olmalıdır?

Çözüm:

Akım çizgisi boyunca hareket eden akışkana gelen kuvvetler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-\gamma.\sin\theta - \frac{\partial P}{\partial s} = \rho.V.\frac{\partial V}{\partial s}$$

Yatay boruda akım çizgisi de yatay olduğundan ağırlık kuvvetinin akım çizgisi boyunca bileşeni yoktur. Yani θ= 0 olup γSinθ=0'dır.

$$-\frac{\partial P}{\partial s} = \rho.V.\frac{\partial V}{\partial s}$$

$$\gamma = \rho g$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

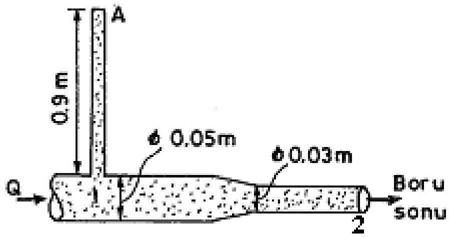
$$V.\frac{\partial V}{\partial s} = 7\ \text{m/s}^2$$

$$-\frac{\partial P}{\partial s} = \frac{8829\ \text{N/m}^3}{9{,}81\ \text{m/s}^2}.7\ \text{m/s}^2$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = -6300\ \ \text{N/m}^3 (= \text{Pa/m})$$

Buradaki (-) işareti basıncın uzaklıkla azaldığını göstermektedir.

ÖRNEK-3.2: Su, düzenli (kararlı) ve sürtünmesiz olarak aşağıdaki şekilde görülen boruda akmaktadır. Suyun düşey olarak yerleştirilmiş piyezometre borusundan (A noktasından) taşmaması koşuluyla borudan geçen maksimum akışkan verdisini bulunuz?



Çözüm:

Piyezometrenin bulunduğu borunun orta noktası (1) ile boru sonu (2)'na Bernoulli eşitliğini uygulayalım. (1) noktasındaki basınç (P_1);

$$P_1 = \left(9810\ \mathrm{N/m^3}\right).(0{,}9 + \frac{0{,}05\ \mathrm{m}}{2})$$

P_1= 9 074,25 Pa

(2) noktasındaki basınç atmosfere açıldığından sıfırdır. Yani P_2= 0 alınacaktır. Borunun orta ekseni referans alınırsa z_1=z_2 olur. Buna göre Bernoulli eşitliğini yazalım.

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho.V_1^2 + \gamma.z_1 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho.V_2^2 + \gamma.z_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho.V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho.V_2^2$$

süreklilik denklemini de (1) ve (2) noktalarına uygulayalım.

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1.V_1 = A_2.V_2$$

$$V_2 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2.V_1$$

Burada bulunan V_2 değerini yukarıdaki Bernoulli eşitliğinde yerine koyalım.

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho.V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho.\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4.V_1^2$$

$$V_1^2.\left(\frac{1}{2}.\rho - \frac{1}{2}.\rho.\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4\right) = P_2 - P_1$$

$$V_1^2 = \frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2}\rho.\left(1-\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4\right)} = \frac{0 - 9\,074{,}25\,\text{Pa}}{\frac{1}{2}.1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\left(1-\left(\frac{0{,}05\,\text{m}}{0{,}03\,\text{m}}\right)^4\right)}$$

$$V_1 = 1{,}644\ \text{m/s}$$

$$Q = A_1.V_1 = \frac{\pi.(0{,}05\text{m})^2}{4}.1{,}644\text{m/s}$$

Q= 3,228.10^{-3} m^3/s

ÖRNEK-3.4: Özgül ağırlığı 9810 N/m^3 olan su bir boru içerisinde 9 m/s^2'lik ivmeyle hareket ediyor;

a) Akış yukarı yönlü (dik),
b) Akış aşağı yönlü ise basınç gradyentini ($\partial P/\partial s$) bulunuz.

Çözüm:

a) Akış yukarı yönlü ise ağırlık kuvvetleri akışa karşı koyacak ve θ= 90^o alınacaktır.

$$\rho.V\frac{\partial V}{\partial s} = -\gamma.\text{Sin}\theta - \frac{\partial P}{\partial s}$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = -\rho.V\frac{\partial V}{\partial s} - \gamma.\text{Sin}\theta$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \left(\left(-1000\ \text{kg/m}^3\right)\left(9\ \text{m/s}^2\right) - \left(9810\frac{\text{N}}{\text{m}^3}.\sin 90\right)\right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = -18\,810\frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

b) Akış aşağı yönlü ise yerçekiminden kaynaklanan ağırlık kuvveti bileşeni (γSinθ) pozitif olacak, akışa yardımcı olacaktır.

$$\rho.V\frac{\partial V}{\partial s} = \gamma.\text{Sin}\theta - \frac{\partial P}{\partial s}$$

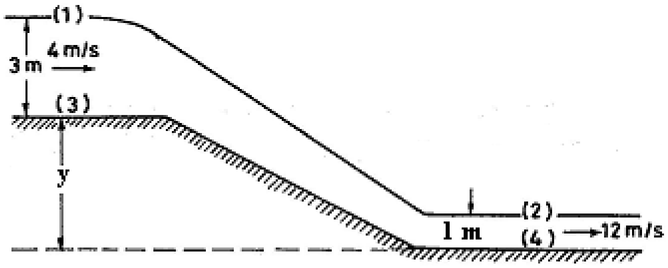
$$\frac{\partial P}{\partial s} = \gamma.\text{Sin}\theta - \rho.V\frac{\partial V}{\partial s}$$

$$\frac{\partial V}{\partial s}=\left(9810\,\frac{N}{m^3}.\mathrm{Sin}90\right)-\left(1000\,\frac{kg}{m^3}\right).\left(9\ m/s^2\right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial s}=810\ \ Pa/m$$

<u>ÖRNEK-3.5:</u> Su, şekilde görülen açık kanalda akmaktadır. (1) noktasındaki su derinliği 3 m, su hızı 4 m/s, (2) noktasındaki su derinliği 1 m ve su hızı 12 m/s'dir. Akışı düzenli, sürtünmesiz kabul ederek;

a) y uzaklığını,
b) (3) ve (4) noktalarındaki basınçları hesaplayınız.



Çözüm:

a) (4) noktasını referans ekseni alarak (1) ve (2) noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım. Manometrik basınç esas alındığında P_1=P_2= 0'dır.

z_1= y+3 m

z_2= 1 m

V_1= 4 m/s

V_2= 12 m/s

$$P_1+\frac{1}{2}\rho.V_1^2+\gamma.z_1=P_2+\frac{1}{2}.\rho.V_2^2+\gamma.z_2$$

$$\gamma.z_1=\frac{1}{2}.\rho.(V_2^2-V_1^2)+\gamma.z_2$$

$$\gamma.z_1=\frac{1}{2}.\left(1000\,\frac{kg}{m^3}\right).\left((12m/s)^2-(4m/s)^2\right)+(1m).(\gamma)$$

$$z_1=\frac{64\,000\ \ kg/ms^2}{\gamma}+\frac{\gamma}{\gamma}.1m=\frac{64\,000\ \ kg/m.s^2}{9810\ \ N/m^3}+1\,m$$

$$z_1 = 7{,}524\,m$$

$$y + 3\,m = 7{,}524\,m$$

y=4,524 m

b) Akıma dik yönde (1) ve (3) ila (2) ve (4) noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$P + \rho.\int \frac{V^2}{R} dn + \gamma.z = sabit$$

eşitliğinde eğrilik yarıçapı (R=∞) olduğundan

$$\rho.\int \frac{V^2}{R} dn = 0$$

alınır ve eşitlik şu hale gelir.

$$P + \gamma.z = sabit$$

Buna göre (1) ve (3) noktaları için eşitliği yazalım.

$$P_1 + \gamma.z_1 = P_3 + \gamma.z_3$$

$$P_3 = P_1 + \gamma.(z_1 - z_3) = 0 + \left(9810\,\frac{N}{m^3}\right).(3m)$$

$$P_3 = 29\ \ 400\,Pa$$

Aynı şekilde (2) ve (4) noktalarına Bernoulli eşitliği uygulanırsa;

$$P_2 + \gamma.z_2 = P_4 + \gamma.z_4$$

$$P_4 = P_2 + \gamma.(z_2 - z_4) = \left(0 + 9810\,\frac{N}{m^3}\right).(1m)$$

$$P_4 = 9810 Pa$$

ÖRNEK-3.6: 100 mm çaplı bir orifisten çıkan sıvı jetinin daralmış kısmındaki gerçek hız h= 4 m yük altında 6,56 m/s'dir.

a) Hız katsayısını,
b) Ölçülen gerçek verdi 40 l/s olduğunu göre daralma (büzülme) ve verdi katsayılarını hesaplayınız.

Çözüm:

a) Orifisten çıkan sıvı jetinin gerçek hızı (Vg);

$$V_g = C_v (2.g.h)^{1/2}$$

$$C_v = \frac{V_g}{(2.g.h)^{1/2}} = \frac{6{,}56\ m/s}{\left(2.9{,}81\dfrac{m}{s^2}.4\,m\right)^{1/2}}$$

$$C_v = 0{,}740$$

b) Gerçek verdi= Q= $C_c.C_v.A_h.(2.g.h)^{1/2}$

$$A_h = \frac{\pi.D^2}{4}$$

$C_d = C_c.C_v$

$$C_d = \frac{Q}{A_h.(2.g.h)^{1/2}} = \frac{0{,}040\,m^3/s}{\dfrac{\pi.(0.1\,m)^2}{4}.\left(2.9{,}81\dfrac{m}{s^2}.4\,m\right)^{1/2}}$$

$C_d = 0{,}574$

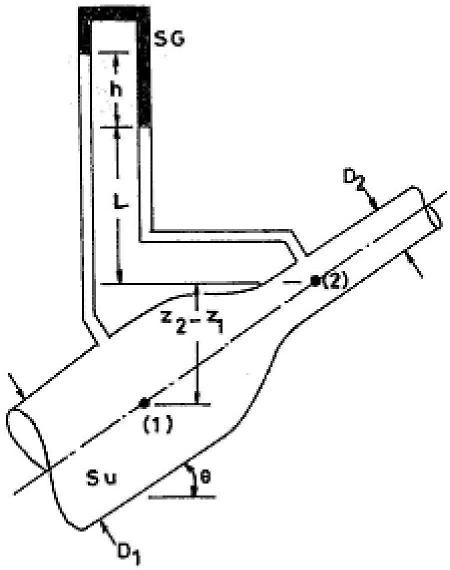
$C_d = C_v.C_c$

$$C_c = \frac{C_d}{C_v} = \frac{0{,}574}{0{,}740}$$

$C_c = 0{,}776$

Hız katsayısı = C_v= 0,740
Büzülme katsayısı = C_c= 0,776
Verdi katsayısı = C_d= 0,574

ÖRNEK-3.8: Su aşağıdaki şekilde görülen kesiti değişen boruda akmaktadır. (1) ve (2) noktalarındaki statik basınçlar U-manometresiyle okunmaktadır. Manometrede yağ kullanılmakta olup, yoğunluğu SG ile gösterilmektedir. U-manometresindeki h yüksekliğini bulunuz.



Çözüm:

Akışı düzenli sıkıştırılamaz ve sürtünmesiz kabul ederek (1) ve (2) noktalarına Bernoulli ve süreklilik denklemini uygulayalım.

$$P_1+\frac{1}{2}.\rho.V_1^2+\gamma.z_1=P_2+\frac{1}{2}.\rho.V_2^2+\gamma.z_2$$

$$A_1V_1=A_2V_2$$

Bu iki eşitliği birleştirelim.

$$P_1-P_2=\gamma.(z_2-z_1)+\frac{1}{2}.\rho.V_2^2.\left(1-\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)............(1)$$

Buradaki basınç farkını (P_1-P_2), (1) noktasından başlayıp (2) noktasına giderek manometreden okuyalım.

$$P_1-\gamma.(z_2-z_1)-\gamma.(L+h)+SG.\gamma.h+\gamma.L=P_2$$

SG = yağın yoğunluğudur.

$$P_1-P_2=\gamma.(z_2-z_1)+(1-SG).\gamma.h...........(2)$$

Yukarıdaki (1) ve (2) eşitliklerini birleştirdiğimizde;

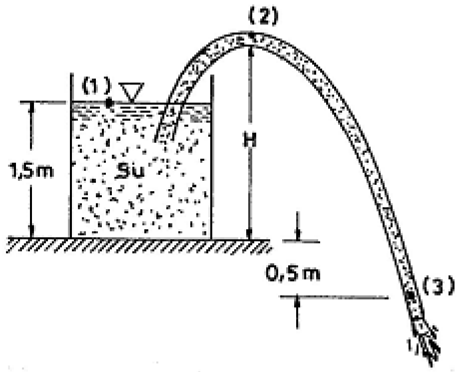
$$(1-SG).\gamma.h=\frac{1}{2}.\rho.V_2^2.\left(1-\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)$$

elde edilir. V_2= Q/A_2 alındığında;

$$h=\left(\frac{Q}{A_2}\right)^2.\frac{(1-(A_2/A_1)^2}{(2.g.(1-SG))}$$

bulunur. Manometredeki (h) yüksekliğinin hesaplanmasında (z_2-z_1) yüksekliğine ihtiyaç yoktur. Çünkü Bernoulli eşitliğinde yükseklik terimi elimine edilmektedir. Bununla birlikte basınç farkı (P_1-P_2), (θ) açısına bağlıdır. Ancak manometredeki (h) yüksekliği (θ)'dan bağımsızdır.

ÖRNEK-3.9: Sıcaklığı 20 C° olan su büyük bir tanktan (yüksekliği 1.5 m), çapı sabit bir boruyla boşaltılmaktadır. Borunun alt ucu ile depo tabanı arasında 0.5 m yükseklik farkı vardır. Atmosfer basıncı 101 330 Pa alınacaktır. Suyun boruyla (sifon) kavitasyon meydana gelmeden boşaltılabilmesi için şekilde görülen H yüksekliği ne olmalıdır.



Çözüm:

Akışı sürekli (düzenli), sürtünmesiz ve sıkıştırılamaz kabul ederek (1), (2) ve (3) noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$P_1+\frac{1}{2}.\rho.V_1^2+\gamma.z_1=P_2+\frac{1}{2}.\rho.V_2^2+\gamma.z_2=P_3+\frac{1}{2}.\rho.V_3^2+\gamma.z_3 \quad ....(1)$$

Tank tabanını referans ekseni alalım. Buna göre; z_1= 1,5 m, z_2= H ve z_3= -0,5 m'dir. Tank büyük olduğu için V_1= 0 alınabilir. Tank açık olduğu için P_1= 0 ve sıvı (3) noktasında atmosfere açıldığı için P_3= 0'dır Süreklilik denkleminde $A_2.V_2$=$A_3.V_3$ alınır. Hortum çapı sabit olduğundan A_2=A_3 ve V_2=V_3'dir. Buna göre hortumdaki akışkan hızı yukarıdaki (1) nolu eşitlikten aşağıdaki gibi saptanır.

$$V_3=(2.g.(z_1-z_3))^{1/2}=(2.(9,81\ m/s^2)(1,5\ m-(-0.5\ m)))^{1/2}$$

$V_3 = 6{,}264\ m/s$

$V_2 = V_3$

Yine (1) nolu eşitlikten P_2 basıncı bulunur.

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}.\rho.V_1^2 + \gamma.z_1 - \frac{1}{2}.\rho.V_2^2 - \gamma.z_2$$

$$P_2 = \gamma.(z_1 - z_2) - \frac{1}{2}.\rho.V_2^2 \quad \text{...(2)}$$

Suyun 20 C^O deki buhar basıncı tablolardan 2338 Pa bulunur. Bu nedenle kavitasyonun oluşmaması için en düşük basınç (boru içindeki) P= 2338 Pa olmalıdır. (2) nolu eşitlik ve şekil incelendiğinde en düşük basıncın borunun (2) noktasında oluşacağı görülür. (1) noktasında manometrik basıncı kullandığımızdan (P_1= 0), (2) noktasında da manometrik basıncı kullanmalıyız. Buna göre,

$$P_2 = 2338\,\mathrm{Pa} - 101\ 330\ \ \mathrm{Pa} = \text{-}98992\,\mathrm{Pa}$$

$$P_2 = -98992\ \ \mathrm{Pa}$$

bulunur ve eşitlik (2) den (H) yüksekliği (z_2) elde edilir.

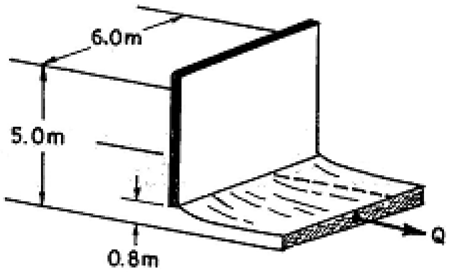
$$-98992\,\mathrm{Pa} = \left(9810\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^3}\right).(1{,}5\,\mathrm{m} - \mathrm{H}) - \frac{1}{2}.\left(1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right).(6{,}264\,\mathrm{m/s})^2$$

—98992 Pa= 14 715 Pa–9810.H–19 618,848 Pa

H= 9,591 m

bulunur. Bu yükseklikten daha büyük (H>9.591 m) yüksekliklerde (2) noktasında kavitasyon meydana gelir ve sifon görev yapamaz. Eğer (3) noktası daha aşağı indirilirse verdi artar ve daha küçük H yüksekliği elde edilir.

<u>ÖRNEK-3.10:</u> Su aşağıdaki şekilde görülen açılır-kapanır kapıdan akmaktadır. Kanal genişliği birimine düşen yaklaşık verdi değerini bulunuz.



Çözüm:

Düzenli, sürtünmesiz ve sıkıştırılamaz akışkan için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\frac{Q}{b} = z_2 . \left(\frac{2.g.(z_1 - z_2)}{1 - (z_2 / z_1)^2} \right)^{1/2}$$

Burada; Q/b: birim kanal genişliğine düşün verdidir (m^2/s), z_1= 5 m, a= 0,8 m ve a/z_1= 0,16<0.20 olduğundan büzülme katsayısı C_c= 0,61 alınabilir.

$$\frac{z_2}{a} = C_c = 0{,}61$$

$$z_2 = C_c.a = 0{,}61.0{,}80$$

$$z_2 = 0{,}488\,\text{m}$$

$$\frac{Q}{b} = (0{,}488\,\text{m}).\left(\frac{2.(9{,}81\ \text{m/s}^2).(5\ \text{m} - 0{,}488\ \text{m})}{1 - (0{,}488\,\text{m}/5\ \text{m})^2} \right)^{1/2}$$

$$\frac{Q}{b} = 4{,}61\,\text{m}^2/\text{s}$$

Eğer, z_1'in z_2'den oldukça büyük olduğunu kabul eder ve kapının arkasındaki akışkanın kinetik enerjisini ihmal edersek;

$$\frac{Q}{b} = z_2.(2.g.z_1)^{1/2}$$

$$\frac{Q}{b} = (0{,}488).(2\ .(9{,}81\ \ \text{m/s}^2).(5\ \ \text{m}))^{1/2}$$

$$\frac{Q}{b} = 4{,}83\ \text{m}^2/\text{s}$$

Yukarıda kapının arkasındaki suyun hızını (V_1) göz önüne almak ya da almamakla sonucun fazla değişmediğini gözlemlemiş bulunuyoruz. Çünkü derinlik oranı çok büyüktür. z_1/z_2= (5 m)/(0,488 m)= 10,2. Bu sonuca göre kapının arkasındaki akışkanın kinetik enerjisini ihmal etmek sonucu fazla değiştirmemektedir.

<u>**ÖRNEK-3.11:**</u> Bir uçak 44,72 m/s hızla 3000 m yükseklikte uçmaktadır. Havayı sıkıştırılabilir kabul ederek uçağın ölü noktası olan burnundaki (2) ölü nokta basıncı ile ölü noktanın önündeki (1) noktasındaki basınç farkını (P_2-P_1) bulunuz. Havanın 3000 m yükseklikteki sıcaklığı 268,51 K, özgül ısı katsayısı k= 1.4, gaz sabiti 286,9 J/kg-K ve atmosfer basıncı 70 120 Pa (mutlak) alınacaktır.

Çözüm:

Sıkıştırılabilir akışkanlarda Mach sayısı

$$M_{a1} = \frac{V_1}{C_1} = \frac{V_1}{(k.R.T_1)^{1/2}} = \frac{44,72 \ m/s}{1,4.(286,9 \ J/kg.K).(268,51 \ K)}$$

$$M_{a1} = 0,1361$$

sıkıştırılabilir akışkanlarda boyutsuz formda aşağıdaki formül yazılabilir.

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \left[\left(1 + \frac{k-1}{2}.(M_{a1})^2\right)^{k/(k-1)} - 1\right]$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P} = \left[\left(1 + \frac{1,4-1}{2}.(0,1361)^2\right) - 1\right]$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P} = 0,01303$$

$$P_2 - P_1 = 0,01303.P_1$$

Buradaki P_1 (1) noktasındaki atmosfer basıncı olup P_1= 70 120 Pa olarak verilmiştir. Buna göre basınç farkı aşağıdaki gibidir.

$$P_2 - P_1 = 0,01303.(70120 Pa)$$

$$P_2 - P_1 = 914 \ Pa$$

Bu problemi havayı sıkıştırılamaz alarak çözseydik P_2-P_1= 909 Pa bulurduk. Buna göre havayı sıkıştırılabilir (914 Pa) ve sıkıştırılamaz (909 Pa) almakla 914-909= 5 Pa'Lık bir fark oluşmaktadır. Bu da ihmal edilebilecek bir değerdir ve Mach sayısının 0,3'den küçük olduğu koşullarda (M_{a1}<0,3) gazlar hem sıkıştırılabilir ve hem de sıkıştırılamaz kabul edilebilir.

ÖRNEK-3.12: Bir Boing 747 uçağı 10 km yükseklikte 0,82 Mach sayısında uçmaktadır. Uçağın kanadındaki ölü nokta basıncını

a) Sıkıştırılamaz akış,
b) Sıkıştırılabilir (izoentropik) akış koşulu i çin hesaplayınız. 10 000 m yükseklikteki atmosfer koşullarında hava sıcaklığı –49,9 C^o, mutlak basınç 26500 Pa, özgül kütle 0,414 kg/m^3 ve k= 1,4'dür.

Çözüm:

a) Akışı sıkıştırılamaz kabul edersek aşağıdaki formülü kullanabiliriz.

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{k.(M_{a1})^2}{2}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{1{,}4.(0{,}82)^2}{2}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = 0{,}417$$

$$P_2 - P_1 = 0{,}471.P_1$$

$$P_2 - P_1 = 0{,}471.(26500 \text{ Pa})$$

$$P_2 - P_1 = 12481.5 \text{ Pa}$$

c) Akışı sıkıştırılabilir yani izoentropik koşul olarak ele alırsak şu eşitliği kullanırız.

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \left[\left(1 + \frac{k-1}{2}(M_{a1})^2\right)^{k/(k-1)} - 1\right]$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \left[\left(1 + \frac{1{,}4-1}{2}(0{,}82)^2\right)^{1.04/(1.4-1)} - 1\right]$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = 0{,}555$$

$$P_2 - P_1 = 0{,}555.P_1$$

$$P_2 - P_1 = 0{,}555.(26\,500 \text{ Pa})$$

$$P_2 - P_1 = 14\,707.5 \text{ Pa}$$

Görüldüğü gibi Mach sayısının 0,82 yani 0,3'den büyük olduğu koşulda sıkıştırılabilirlik faktörünün etkisi büyüktür. Akışı sıkıştırılabilir akış olarak aldığımızdaki basınç, sakıştırılamaz koşulundaki basınçtan yaklaşık 14 707,5 Pa/12 481,5 Pa= 1,178 kat daha büyüktür. Bu oran bazı durumlarda önemli olabilir. Mach sayısının 1'den büyük (M_{a1}>1) olduğu koşullarda sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz akışkan sonuçları arasındaki farklılıklar sadece miktar yönünden değil içerik yönünden de önem kazanmaktadır.