

5. BORULARDAKİ VİSKOZ (SÜRTÜNME) AKIM

5.1. Boru Akımının Genel Özellikleri

Borulardaki viskoz akım incelenirken boru yuvarlak ve tam dolu kabul edilir. Uygulamada kullanılan borular genelde yuvarlak olur. Yuvarlak olmayan borular çoğunlukla ısıtma ve hava iklimlendirme borularıdır. Tam dolu borularda akışkanın ivmelendiren, boruda meydana gelen basınç farkıdır. Tam dolu olmayan borulardaki akış açık kanal akımlarıdır ve hareketi sağlayan kuvvet yerçekimi kuvvetidir(Munson vd. 1994).

5.2. Akım Tipleri

Reynolds akım tipinin belirlenmesinde; boyutsuz bir parametre tanımlamıştır. Bu parametre atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere bölünmesiyle elde edilen *Reynolds Sayısı*'dir.

$$\text{Reynoldssayısı} = \text{Re} = \frac{\text{Atalet kuvvetleri}}{\text{Viskoz (sürtünme) kuvvetleri}} = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{V \cdot D}{\nu} \quad (\text{Ilgaz}$$

vd.1993).

- Re : Reynolds sayısı (-),
- ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),
- V : Akışkanın hızı (m/s),
- D : Boru çapı (m),:
- μ : Akışkanın dinamik (mutlak) viskozitesi (Pa.s),
- ν : Akışkanın kinematik viskozitesi (m^2/s)'dir.

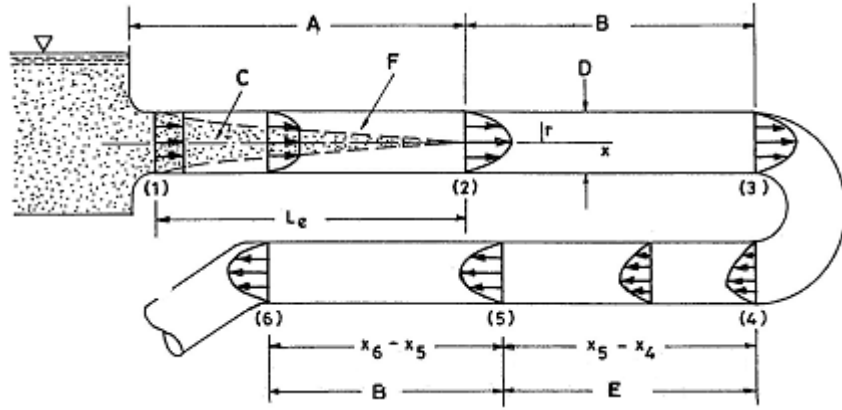
Reynolds sayısının büyüklüğüne göre akım tipi aşağıdaki gibi belirlenir(Munson vd. 1994).

| <u>Reynolds Sayısı</u> | <u>Akım Tipi</u> |
|---------------------------|------------------|
| $\text{Re} < 2100$ | Laminer |
| $2100 < \text{Re} < 4000$ | Geçiş |
| $\text{Re} > 4000$ | Türbülans |

5.3. Giriş Bölgesi ve Tam Gelişmiş Akım

Bir depodan bir boruya akışkanın girişinde hız profili hemen hemen homojendir (Şekil 5.2'de 1). Akışkan boruda ilerledikçe sürtünme nedeniyle çeperlerin durdurma etkisi katmandan katmana geçerek boru içinde yayılmaya ve çeperlere yakın akışkan tanecikleri yavaşlamaya başlar. Bu nedenle boru merkezine yakın orta bölgelerde hız artar ve bu durum Şekil 5.2'de gösterildiği gibi parabolik hız dağılımı (2) sağlanıncaya kadar devam eder. Parabolik hız

dağılımının sağlanmasına kadar geçen bölgeye “Giriş Bölgesi (A)” denir. Giriş bölgesinde hız profili henüz sabit bir profil haline gelmemiştir. Bu bölgede akım sürtünme etkileri olmayan merkezi bir “sürtünmesiz çekirdek (C)” ve bu çekirdekten boru çeperine doğru uzanan “sınır tabakası (F)” bölgelerinden oluşur. Sınır tabakası boru girişinde çok ince olmakta ve (2) noktasında boru çapını tamamen kaplayacak biçimde genişlemektedir. Bu noktada (2) hız profili tam bir parabolüdür. Bu noktadan sonra hız profili değişmez, sabit kalır. Giriş bölgesinde hız profili ve basınç dağılımı sürekli değişmektedir. “Tam gelişmiş akım bölgesinde (B)” yani (2) noktasından sonraki hız profilinin tam parabol olduğu bölgede akışkan hızı yalnızca boru merkezinden olan (r) uzaklığına bağlıdır. Akışkan hızı yatay boru uzunluğundan (x) bağımsızdır. Burada vana, dirsek gibi yardımcı parçalar bulunursa akım kötüleşir (3–4) ve daha sonra tekrar tam gelişmiş akım olmaya çalışır. İşte akımın yön değiştirmelerden kaynaklanan tam gelişmiş akım olmaya çalıştığı bölgeye “Gelişmekte olan akım (E)” bölgesi denir (4 ve 5).



Şekil 5.2. Borudaki akım bölgeleri (A: giriş bölgesi, B: tam gelişmiş akım bölgesi, C: sürtünmesiz çekirdek bölgesi, D: boru çapı, E: gelişmekte olan akım bölgesi, F: sınır tabakası) (Edis 1972b, Munson vd. 1994, Sümer vd.1995, Steigh 2001, Çengel ve Cimbala 2008, White 2012)

Giriş bölgesi uzunluğu akımın tipine göre değişir. Laminer akımda $Le = 0,06 DRe$, türbülans akımda ise $Le = 4,4D(Re)^{1/6}$ ilişkisi verilir (McDonough 2009, White 2012). Çok küçük Reynolds sayılarında ($Re \leq 10$) giriş uzunluğu oldukça küçüktür ve $Le / D = 0,6$ 'dır. Hâlbuki büyük Re sayılarında giriş bölgesinin sonuna gelmeden giriş uzunluğu boru çapına eşit ve daha büyük olabilir. Örneğin $Re = 2000$ için $Le = 120 D$ alınabilir. Pratikte mühendislik hesaplamalarında $10^4 < Re < 10^5$ için $20D < Le < 30D$ kullanılabilir (Munson vd. 1994).

5.4. Tam Gelişmiş Laminer Akım

Tam gelişmiş akım bölgesinde bilindiği gibi hız profili her yerde sabittir. Hız profilinin bilinmesi basınç durumu, yük kaybı, vana v.b karakteristiklerin bilinmesine neden olur. Laminer akımda tam gelişmiş akım bölgesi için pek çok

analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bunları şöyle sıralamak olanaklıdır (Munson vd.1994).

- F=ma'nın doğrudan akışkan elementine uygulanması,
- Navier-Stokes hareket denklemleri,
- Boyutsuz analiz yöntemi.

F= ma 'nın doğrudan akışkan elementine uygulanmasıyla hem laminer ve hem de türbülans akımda bir borudaki akışa aşağıdaki denklemler uygulanabilir (Sleigh 2001, McDonough 2009).

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{2\tau}{r}$$

$$\tau = \frac{2\tau_w r}{D}$$

$$\Delta P = \frac{4L\tau_w}{D}$$

Bu eşitliklerde;

ΔP : Basınç düşümü (Pa),

L : İlgili boru uzunluğu (m),

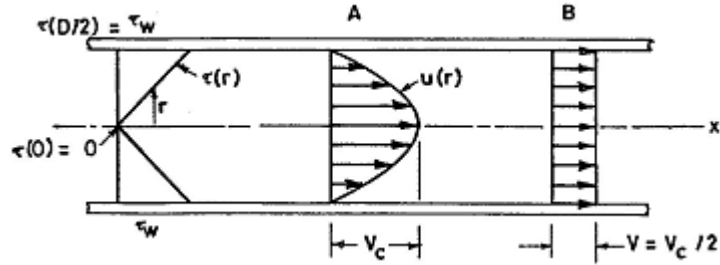
τ : Borudaki kayma gerilmesi (Pa),

r : Boru merkezinden boru duvarına (çeperine) olan radyal uzaklık olup boru merkezinde r = 0 ve boru duvarında r = D/2'dir.

τ_w : Boru duvarındaki (r = D/2) duvar (çeper) kayma gerilmesidir (Pa),

D : Boru çapı (m)'dir.

Borudaki akımın durumu, akımın tipine dolayısıyla kayma gerilmelerinin farklılığına bağlıdır. Laminer akımdaki kayma gerilmesi moleküller arasındaki momentum transferinden kaynaklanırken, türbülans akımda kayma gerilmesi sonlu küçük akışkan tanecik demetleri arasındaki momentum transferinden meydana gelmektedir. Eşitliklerde görüldüğü gibi kayma gerilmesi boru merkezinden boru duvarına olan radyal uzaklıkla (r) doğru orantılıdır. Bu durum Şekil 5.4'de görülmektedir. Yine Şekil 5.4'de laminer hız profili ile ideal (sürtünmesiz) hız profili verilmiştir.



Şekil 5.4. Borudaki kayma gerilmesi dağılımı ve hız profilleri (A: laminer hız profili, B: ideal hız profili, V_c : maksimum hız, V : ortalama hız)

Newtoniyen laminer akışkanda daha önceki konularda da incelendiği gibi kayma gerilmesi;

$$\tau = -\mu \cdot \frac{du}{dr}$$

ile bulunur (Hewakandamby 2012). Negatif işaret $\tau > 0$ ve $du/dr < 0$ olduğunu göstermek içindir. Yani hız borunun merkezinden borunun duvarına doğru azalmaktadır. Hız azalırken kayma gerilmesi artmakta ve her zaman pozitif olmaktadır. Laminer akımdaki hız profilinin denklemi aşağıdaki gibidir (Çengel ve Cimbala 2008).

$$u(r) = \left(\frac{\Delta P \cdot D^2}{16 \mu \cdot L} \right) \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right] = V_c \cdot \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right]$$

Bu denklemde görüldüğü gibi boru merkezindeki akışkan hızı (V_c);

$$V_c = \frac{\Delta P \cdot D^2}{16 \mu \cdot L}$$

ile hesaplanmaktadır. Hız dağılımı duvar kayma gerilmesine bağlı olarak da yazılabilir.

$$u(r) = \frac{\tau_w \cdot D}{4 \mu} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

Bu eşitlikte; $R = D/2$ 'dir ve boru yarıçapıdır.

Bu hız profili denkleminin çizimi Şekil 5.4'de verilmiştir. Boru duvarında hız minimumdur. Yaklaşık olarak sıfırdır. Eğer ortalama hızı (V), verinin kesit alanına bölümüyle elde edersek aşağıdaki eşitlikleri yine laminer akım için yazabiliriz (Çengel ve Cimbala 2008, White vd. 2012).

$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot V_c}{2 \cdot \pi \cdot R^2} = \frac{V_c}{2} = \frac{\Delta P \cdot D^2}{32 \mu \cdot L}$$

$$Q = \frac{\pi \cdot D^4 \cdot \Delta P}{128 \mu \cdot L}$$

Bu son eşitliğe "Poiseuille kanunu" denir (Hewakandamby 2012).

Bu formüllerde görüldüğü gibi, ortalama hız (V), maksimum hızın (V_c) yarısıdır ($V = V_c/2$). Yukarıda sıraladığımız formüllerde, laminer akım için şu özellikler sıralanabilir. Yatay boruda verdi;

- a) Basınç düşümüyle doğru orantılıdır,
- b) Viskoziteyle ters orantılıdır,
- c) Boru uzunluğuyla ters orantılıdır,
- d) Boru çapının 4. üssüyle doğru orantılıdır.

Diğer tüm parametreler sabit iken boru çapındaki 2 kat artış verdiyi 16 kat artıracaktır. Ya da boru çapının 2 katına çıkartılmasıyla gerekli olan pompa gücü 16 kat azalabilecektir.

Yatay boruda laminer akımdaki basınç düşümü;

$$\Delta P = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2}$$

ile de hesaplanabilir (Çengel ve Cimbala 2008). Ancak buradaki f sürtünme katsayısının hesaplanması gerekir. Sürtünme katsayısı (f), Re sayısına ve duvar kayma gerilmesine bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunabilir (Giles 1980, Karahan 1986, Çengel ve Cimbala 2008);

$$f = \frac{64}{Re} \text{ (Laminer akımda)}$$

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho \cdot V^2} \text{ (Laminer ve türbülans akımda)}$$

5.5. Tam Gelişmiş Türbülans Akım

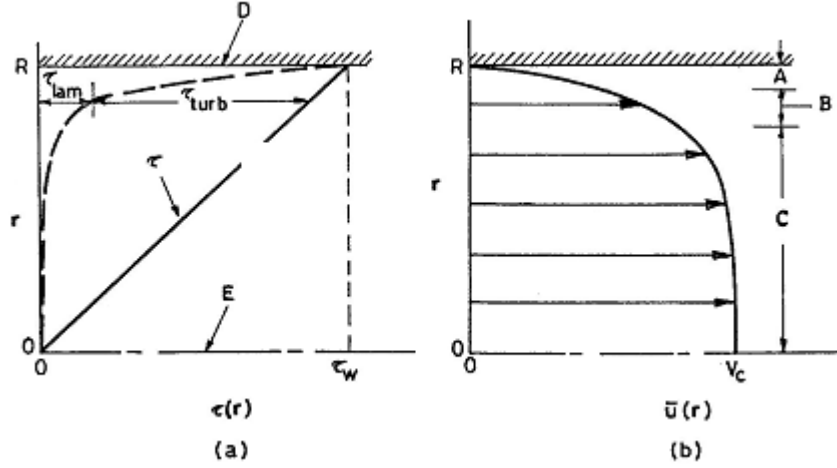
Uygulamada akım tipi genellikle türbülanstır. Bu nedenle laminer akımda yapılan analizin türbülans akımda da yapılması gerekir. Türbülans akım için $Re > 4000$ 'den büyüktür. Ya da laminer akım $Re > 2100$ olduğunda ortadan kalkmakta geçiş akımına dönüşmektedir. Bu kritik değer borularda kullanılırken kritik Re sayısı iki plaka arasındaki akışta $Re > 1000$, çok geniş açık kanal akımında $Re > 500$, küre etrafındaki akışta $Re > 1$ olabilmektedir.

Bir borudaki akımda üç bölgenin olduğu kabul edilir (Munson vd. 1994, Çengel ve Cimbala 2008).

- a) Laminer alt bölgesi (viskoz alt tabaka),
- b) Katlama (geçiş) bölgesi (tabakası),
- c) Dış bölge (tabaka).

Şekil 5.7'de borudaki türbülans akımın yapısı gösterilmiştir. Duvara yakın çok dar bölgeye viskoz alt tabaka ya da laminer alt bölge (A) denir. Burada laminer kayma gerilmesi dominanttır. Boru duvarından uzakta ve borunun ortasındaki bölgeye dış bölge ya da dış tabaka (C) denir. Bu bölge de türbülans kayma gerilmesi (τ_{turb}) etkilidir. Bu iki bölge arasındaki bölge geçiş (katlama) bölgesidir (B). Bu bölgelerin hız profilleri Şekil 5.7b'de verilmiştir. Boruda çoğunlukla

τ_{turb} 'un değeri dış bölgede τ_{lam} 'den 100–1000 kat daha büyüktür. Viskoz alt bölgede de bunun tersi doğrudur. Viskoz alt tabaka çok ince bir tabakadır.



Şekil 5.7. Türbülans akımının yapısı (a: kayma gerilmesi, b: ortalama hız ve akım bölgeleri, A: viskoz alt tabaka, B: geçiş tabakası, C: dış tabaka, D: boru duvarı, E: boru merkezi) (Munson vd. 1994)

Örneğin 76.2 mm çapındaki bir boruda 3 m/s hızla akan su için viskoz alt tabaka kalınlığı yaklaşık 0.051 mm'dir. Boruların iç yüzey pürüzlülükleri viskoz alt tabakayı kolayca bozabilir. Bu da bütün akımı etkiler.

Türbülans akımda hız profillerini formülize edersek her tabakadaki hız profilini ayrı ayrı yazmamız gerekir. Viskoz alt tabakada hız profili şu formülle hesaplanabilir (Streeter ve Wylie 1983, Çengel ve Cimbala 2008, White 2012).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{yu^*}{9}$$

\bar{u} : Hızın x bileşeninin zamansal ortalamasıdır,

u^* : Sürtünme hızı olup duvar kayma gerilmesine bağlı olarak

$$u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2} \text{ ile hesaplanmaktadır (Edis 1972b, Giles 1980, Ilgaz}$$

vd. 1993, White 2012). $y = R - r$ olup boru duvarından ölçülen uzaklıktır.

ϑ : Akışkanın kinematik viskozitesidir. Genellikle duvara çok yakını bölgede ya da viskoz alt tabakada (Şekil 5.8).

$$0 \leq \frac{y \cdot u^*}{\vartheta} \leq 5 \text{ koşulu geçerlidir.}$$

Viskoz alt tabakanın kalınlığı (δ_s);

$$\delta_s = 5 \cdot \frac{\vartheta}{u^*}$$

ile bulunabilir (Edis 1972a, Çengel ve Cimbala 2008).

Geçiş bölgesinde hız profilinin duvardan olan uzaklığının (y) logaritmasıyla değiştiği gözlemlenmiştir. Buna göre geçiş bölgesinde hız profil denklemleri aşağıdaki gibidir (Sümer vd. 1995, Çengel ve Cimbala 2008, White 2012).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = 2,5 \ln \left(\frac{y \cdot u^*}{\vartheta} \right) + 5,0 \text{ (Geçiş ve dış tabaka bölgeleri ile pürüzsüz boru}$$

için)

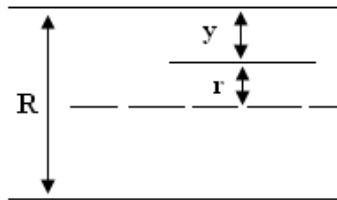
Bu formül de düz boru için kullanılır. Boru hidrolik cilalı (pürüzsüz) kabul edilir. Bazı araştırmacılar buna benzer başka bir bağıntı vermişlerdir (Giles 1980).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = 5,75 \log_{10} \left(\frac{u^* \cdot y}{\vartheta} \right) + 5,5$$

Geçiş bölgesi için verilen yukarıdaki iki formül viskoz alt tabaka ve boru merkezi eksenini dışındaki bölgeler için de çok iyi bir yaklaşım vermektedir.

Boru merkezinde hız profili için aşağıdaki iki tanım verilebilir (Edis 1972b, Giles 1980, Çengel ve Cimbala 2008, McDonough 2009, Hewakandamby 2012).

$$\frac{V_c - \bar{u}}{u^*} = 2,5 \ln \left(\frac{R}{y} \right) \quad \frac{\bar{u}}{V_c} = \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n}$$



Burada;

V_c : Boru merkezindeki akışkan hızıdır. n değeri $Re \leq 10^5$ 'e kadar 7 ve $10^5 < Re \leq 4.10^5$ kadar 8 alınabilir. Şekil 5.9'da Re sayısına bağlı olarak n değerleri verilmiştir. Eğer son yazılan eşitlikle ortalama hız arasında bir ilişki kurulursa ;

$$Q = AV = \int \bar{u}.dA = V_c \int_{r=0}^{r=R} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} .(2.\pi r).dr$$

$$Q = 2.\pi.R^2.V_c \cdot \frac{n^2}{(n+1).(2n+1)}$$

bulunur. Yine $Q = \pi.R^2.V$ olduğundan bu iki eşitlik birleştirilirse;

$$\frac{V}{V_c} = \frac{2.n^2}{(n+1).(2n+1)}$$

eşitliği elde edilir. Burada $R = D/2$ 'dir.

Dış tabakadaki hız profil denklemini; r 'ye göre yani boru merkezinden olan uzaklığa göre entegre edersek;

$$\frac{d\bar{u}}{dr} = -\frac{V_c}{n.R} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{(1-n)/n}$$

formülüne ulaşırız (Munson vd. 1994).