

## 5. BORULARDAKİ VİSKOZ (SÜRTÜNMELİ) AKIM

### 5.6. Moody Diyagramı

Akışkanlar boru içerisinde iletilirken gerek viskoziteden ve gerekse sürtünmeden kaynaklanan bir basınç düşümü ya da yük kaybı meydana gelir. laminar akımda basınç düşümü tamamen viskozitenin etkisindeyken türbülans akımda basınç düşümünü akışkan hızı (V), boru çapı (D), boru uzunluğu (L), boru iç yüzey pürüzlülüğü (k), viskozite ( $\mu$ ) ve özgül kütle ( $\rho$ ) etkilemektedir (Munson 1994).

$$\Delta P = \phi(V, D, L, k, \mu, \rho)$$

Türbülans akımda boru iç yüzeyine bitişik olan çok ince tabakaya viskoz alt tabaka (bölge) dendiğini biliyoruz. Bu tabaka kalınlaştıkça boru iç yüzeyindeki yüksekliği k olan pürüzlerin basınç düşümüne etkisi azalır. Viskoz alt tabaka kalınlığı ( $\delta_s$ ), Re sayısı arttıkça azalmaktadır. Viskoz alt tabakanın kalınlığının azalmasıyla iç yüzeydeki pürüzler bu tabakanın dışına çıkmakta ve basınç düşümünü etkilemektedir. Viskoz alt tabakanın kalınlığına göre 3 durum vardır.

a) Birinci durumda sınır tabakası pürüzleri tamamen örtmekte ve pürüzler akımı etkilememektedir. Bu akıma hidrolikçe düzgün akım, böyle boru duvarına hidrolik cilalı cidar adı verilmektedir. Borularda basınç düşümünün hesaplanmasında kullanılan sürtünme katsayısı (f) şu bağıntıyla hesaplanabilmektedir (Sığınar ve Sümer 1995, Çengel ve Cimbala 2008).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2. \log \left( \frac{Re \sqrt{f}}{2,51} \right) = 2. \log (Re \sqrt{f}) - 0,8$$

Bu durumda borunun iç yüzey mutlak pürüzlülüğü sıfır ( $k=0$ ) kabul edilmektedir.

Eğer viskoz alt tabakanın kalınlığını  $\delta_s = 5. \frac{\nu}{u_*}$  alırsak burada  $k < 5. \frac{\nu}{u_*}$  ya da daha genel ifadeyle  $k < \delta_s$ 'dir. Sürtünme katsayısı doğrudan Re ile orantılıdır.

b) İkinci durumda akımın Re sayısı arttıkça viskoz alt tabakanın kalınlığı azalır ve boru iç yüzeyindeki pürüzlerin akıma olan etkisi artar. Bu tip akıma hidrolikçe pürüzlü akım denir. Hidrolikçe pürüzlü akımda sürtünme katsayısı (f), bağıl pürüzlülük adını alan ( $D/k$ ) ile orantılıdır. f katsayısının hesaplanmasında aşağıdaki bağıntı kullanılabilir.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2. \log(3,71 D/k) = 2. \log(D/k) + 1,14$$

Bu koşulda mutlak pürüzlülüğün  $k > 70 \frac{\nu}{u_*}$  olduğu söylenmektedir (Karahan 1986).

c) Üçüncü durumda yukarıda açıklanan iki sınır arasında bir geçiş bölgesi bulunmaktadır. Geçiş bölgesinde sürtünme katsayısı (f); (Re) sayısı ve (k/D) bağıl pürüzlülük değerlerine bağlı olarak hesaplanır (Çengel ve Cimbala 2008, White 2012).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left( \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} + \frac{k}{3,71 D} \right)$$

Bu bölgede mutlak pürüzlülük  $5 \frac{g}{u_*} < k < 70 \frac{g}{u_*}$  ilişkisi vardır (Karahan 1986).

Geçiş bölgesini tam pürüzlü bölgeden ayıran ve Moody diyagramında kesik çizgilerle gösterilen eğrinin denklemi ise şu şekilde yazılır.

$$\text{Re} \sqrt{f} \cdot \frac{k}{D} = 200$$

Yatay borularda basınç düşümünün hesaplanmasında hem laminar ve hem de türbülans akımda aşağıdaki bağıntı kullanılabilir.

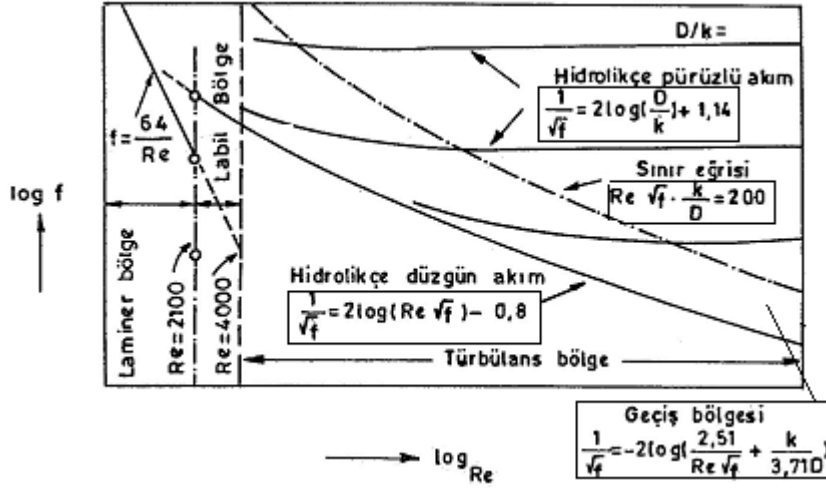
Eğer basınç düşümünü  $\Delta P = P_1 - P_2 = \gamma \cdot h_L$  ile gösterirsek hem yatay ve hem de düşey borular için laminar ve türbülans akımda yük kaybı aşağıdaki biçimi alır ve *Darcy-Weisbach* denklemi olarak bilinir (Hicks ve Hicks 1985, Karahan 1986, Özcan 2006, McDonough 2009, White 2012).

$$h_L = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

$h_L$  : Yük kaybı (m)'dir.

Türbülans akımda  $f$ 'nin hesaplanması oldukça zordur. Re ve bağıl pürüzlülüğe k/D göre  $f$ 'yi veren Moody diyagramı; daha önce Prandtl, Von Karman, Nikuradse, White ve Colbrook tarafından geliştirilen çalışmaları kapsayan çok faydalı bir yöntemi içermektedir. Moody diyagramının şematik resmi Şekil 5.10'da, genişletilmiş şekli ise Şekil 5.11'de verilmiştir. Moody diyagramında Re sayısına bağlı olarak 4 bölge vardır.

Laminar Akış Bölgesi: Bu bölgede Re sayısı 2100'den küçüktür. Bağıl pürüzlülük ( $k / D$ ) ne olursa olsun sürtünme katsayısını (f) veren eğri düzdür. Bu bölgede f değeri  $f = 64 / \text{Re}$  ile hesaplanır.



Şekil 5.10. Moody diyagramının şematik resmi (Tezer 1978)

**Kritik Bölge:** Bu bölgede Re sayısı 2100 ila 4000 arasındadır. Sürtünme katsayısının elde edilmesinde belirli bir formül yoktur.

**Geçiş Bölgesi:** Bu bölgede  $Re > 4000$ 'dir ve  $f$  değeri hem  $(Re)$ 'nin ve hem de  $(k/D)$ 'nin fonksiyonudur. Bu bölgede her bağıl pürüzlülük değeri için bir eğri vardır. Bağıl pürüzlülük arttıkça sürtünme katsayısı ve dolayısıyla sürtünme miktarı da artmaktadır. Bu bölgede her bir bağıl pürüzlülük değerine ait eğriler önce alçalarak gitmekte ve  $(Re)$ 'nin belirli bir değerinden sonra yatay bir durum aldığı görülmektedir. İşte eğrilerin yataylaşmaya başladıkları noktaları birleştiren kesikli çizgi ile bu bölge tam türbülanslı akım bölgesinden ayrılmıştır. Bu iki bölge arasında belirgin bir ayırım çizgisi bulunmamaktadır. Hidrolikçe cilalı borular ya da düz borular için;

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cdot \log(Re \sqrt{f}) - 0,8$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log\left(\frac{2,51}{Re \sqrt{f}} + \frac{k}{3,71 \cdot D}\right) \text{ düz boru eğrisi ile kesikli çizgi arası için;}$$

$Re \cdot \sqrt{f} \cdot (k/D) = 200$  kesikli sınır eğrisi için eşitlikleri kullanılabilir. Yine bu bölgede  $Re < 10^5$  ve düz boru ise (hidrolikçe cilalı boru) şu formül kullanılabilir (Giles 1980, Streeter ve Wylie 1983, Ilgaz vd. 1993, Soğukoğlu 1995, Sümer vd. 1995, Krause 2005).

$$f = \frac{0,316}{Re^{0,25}}$$

Tam Türbülanslı Akım Bölgesi: Dördüncü bölgedir. Bu bölgede  $Re > 4000$  dir. Her bir bağıl pürüzlülük değerine ait eğrilerin yataylaştıktan sonraki kısımlarını içerisine alan bir bölgedir ve bundan önceki bölgeden kesikli çizgi ile ayrılmıştır. Eğriler yatay olduğundan sürtünme katsayısı (f) Re'ye bağlı olmamakta yalnızca bağıl pürüzlülüğe (D/k) bağlı olmaktadır. Tam türbülanslı akım bölgesinde aşağıdaki bağıntı kullanılabilir

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2. \log \left( \frac{D}{k} \right) + 1,14$$

Yine Moody diyagramında  $10^{-6} < \frac{k}{D} < 10^{-2}$  ve  $5000 < Re < 10^8$  ise

$$f = \frac{1,325}{\left[ \ln \left[ \left( \frac{k}{3,7.D} \right) + \left( \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right] \right]^2}$$

formülü kullanılabilir (Streeter ve Wylie 1983). Swamee ve Jain 1976 yılında %2 yanılma payıyla aşağıdaki formülleri önermişlerdir (Çengel ve Cimbala 2008).

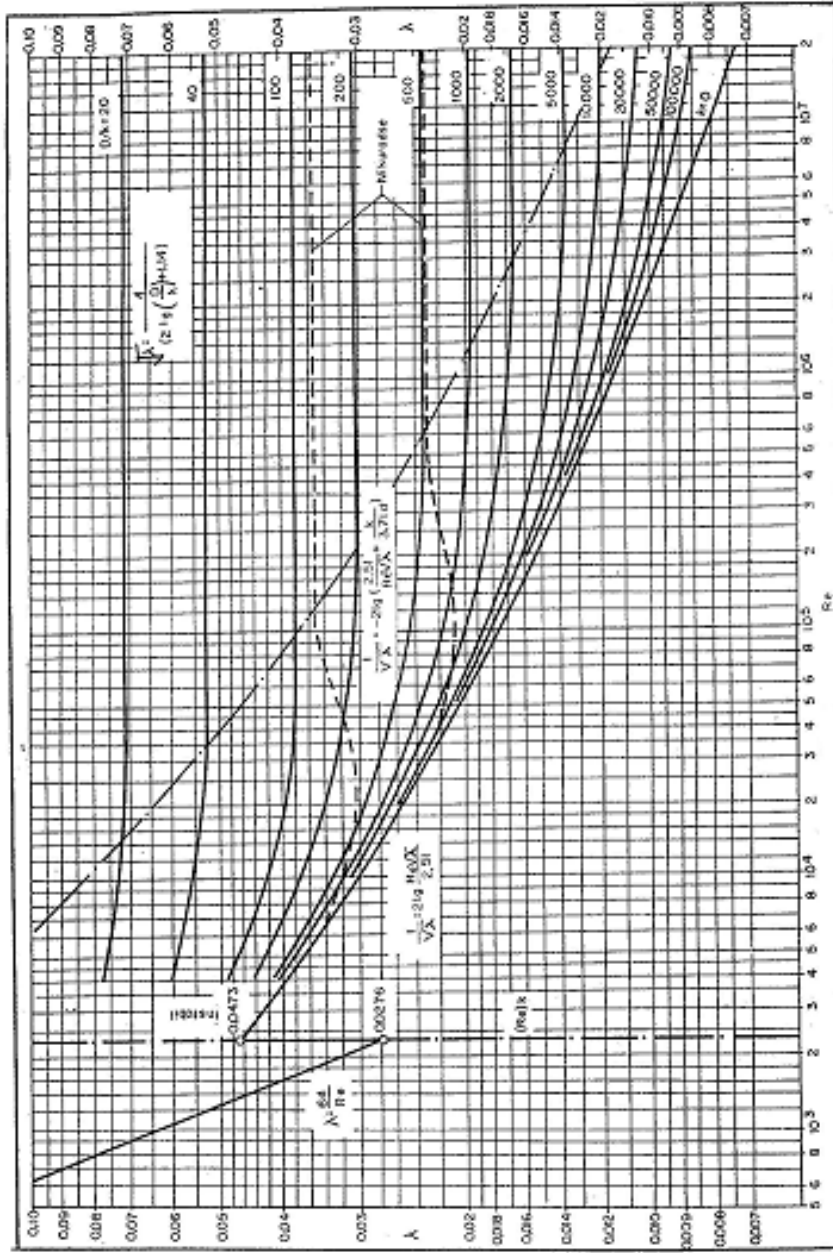
$(10^{-6} < \frac{k}{D} < 10^{-2})$  ve  $(3000 < Re < 3 \times 10^8)$  koşulu için;

$$h_L = 1.07 \frac{Q^2 L}{g D^5} \left[ \ln \left( \frac{k}{3.7 D} + 4.62 \left( \frac{\nu D}{Q} \right)^{0.9} \right) \right]^{-2}$$

$$Re > 2000 \text{ koşulu için } Q = -0.965 \left( \frac{g D^5 h_L}{L} \right)^{0.5} \ln \left[ \frac{k}{3.7 D} + \left( \frac{3.17 \nu^2 L}{g D^3 h_L} \right)^{0.5} \right]$$

$(10^{-6} < \frac{k}{D} < 10^{-2})$  ve  $(5000 < Re < 3 \times 10^8)$  koşulu için

$$D = 0.66 \left[ k^{1.25} \left( \frac{L Q^2}{g h_L} \right)^{4.75} + \nu Q^{9.4} \left( \frac{L}{g h_L} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \text{ formülleri yazılabilir.}$$



**Şekil 5.11.** Moody diyagramı (Tezer 1978) (Moody diyagramı kararlı, tam gelişmiş ve sıkıştırılmaz akışkanlar için geçerlidir. Ancak  $Ma = \frac{V}{C} \leq 0.3$  koşulunda ya da yaklaşık hava hızının  $V \leq 100 \text{ m/s}$  olduğu durumda hava için de kullanılabilir. )

Moody diyagramı ile kullanmak üzere değişik boruların mutlak pürüzlülük değerleri (k) Çizelge 5.1'de verilmiştir.

**Çizelge 5.1.** Boruların mutlak pürüzlülük değerleri (McDonough 2009)

Boru tipi	Mutlak pürüzlülük (k, mm)
Çeşitli perçinli çelik	0.9-9.0
Beton	0.3-3.0
Ahşap (oyma ağaç)	0.18-0,9
Dökme demir	0,26
Galvanizli demir	0,15
Çelik ve dövme demir	0,045
Çekme çelik, pirinç, kurşun	0,0015
Cam, plastik	0-0.0015

### 5.7. Şekil (yersel) Kayıpları

Uzun düz borularda sürtünme katsayısını Moody diyagramından bularak sürtünme kaybı kolayca hesaplanabilir. Bir de borularda, akımın yön ve hız değiştirdiği yardımcı boru parçaları vardır. Bu boru parçalarındaki yük kayıplarının hesabı bazen çok önemli olabilir. Dirsek, vana, T-parçası, süzgeç, dip ve geri tepme klapesi gibi yardımcı boru parçalarında meydana gelen kayıplara şekil ya da ikincil ya da yersel yük kayıpları denir ve aşağıdaki genel bağıntıdan hesaplanabilir (Karahana 1986, Özcan 2006, Ilgaz vd. 1993).

$$h_f = K \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

$h_f$  : Şekil kaybı (m),  
 $K$  : Şekil katsayısı (-),  
 $V$  : Akışkan hızı (m/s)  
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  dir.

Şekil katsayısı yardımcı boru parçasının geometrisine ve akımın özelliklerine ( $Re$ ) bağlıdır ( $K = \Phi(\text{geometri}, Re)$ ). Şekil kayıpları bazen eşdeğer boru boyu ( $L_{eş}$ ) olarak verilir. Eşdeğer boru boyu, boru parçası ile aynı ölçü ve malzemede ve boru parçasının belli bir verdi değeri için meydana getireceği yük kaybına eşit değerde yük kaybı meydana getiren düz boru uzunluğudur (McDonough 2009).

$$L_{eş} = \frac{K \cdot D}{f}$$

$L_{eş}$ : Eşdeğer boru boyu (m),  
 $K$  : Şekil katsayısı,  
 $D$  : Boru çapı (m),  
 $f$  : Sürtünme katsayısıdır.

## 5.8. Dairesel Olmayan Borulardaki Kayıplar

Uygulamada karşılaştığımız borular çoğunlukla dairesel kesit alanlıdır. Ancak daireden başka dikdörtgen, elips, üçgen, halka kesiti v.b borulara da sık sık rastlanmaktadır. Kayıp yönünden borulardan aynı kesit alanının en küçük çevreyle sağlanması istenir. Böylece sürtünme kayıplarına neden olan çeper yüzeyi azaltılmış olur. Yüzey alanları aynı olan geometrik şekillerden çevresi en küçük olan dairedir. Dolayısıyla daire kesitli boruların en az kayba sebep olmaları gerekir. Herhangi bir borudaki kayıpları Darcy-Weisbach eşitliğinden bulabilmek için hidrolik yarıçap tanımlanır. Hidrolik yarıçap ve hidrolik çap boru kesit alanının ıslak çevreye oranı olarak tarif edilir ve aşağıdaki şekilde formülize edilebilir (İlgaz vd.1993, Özcan 2006).

$$R = \frac{\text{Kesit alanı}}{\text{Islak çevre}} = \frac{A}{\zeta} \quad \text{Hidrolik çap: } 4R = D_h = \frac{4A}{\zeta}$$

Hidrolik yarıçap daire için  $R = (\pi D^2 / 4) / (\pi D) = D / 4$  ve hidrolik çap  $D = 4R$  bulunur (Edis 1972b, Krause 2005, Çengel ve Cimbala 2008, McDonough 2009). Dolayısıyla Darcy-Weisbach eşitliğinde D yerine 4R konularak herhangi bir boru için (daireysel boru dahil) sürtünme kaybı eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$h_L = f \cdot \frac{L}{4R} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

Öte yandan Re sayısı ve bağıl pürüzlülük de hidrolik yarıçapa bağlı olarak aşağıdaki şekilde elde edilebilirler (Edis 1972b, Sümer vd. 1995, McDonough 2009).

$$Re = \frac{4R \cdot V}{\vartheta} \quad \epsilon = \frac{k}{4R}$$

- A : Alan (m<sup>2</sup>),
- Ç : Islak çevre (m),
- R : Hidrolik yarıçap (m),
- L : Boru boyu (m),
- D : Boru çapı (m),
- V : Hız (m/s)
- ϑ : Kinematik viskozite (m<sup>2</sup>/s),
- k : Mutlak pürüzlülük (m),
- ε : Bağıl pürüzlülük (-),
- h<sub>L</sub> : Sürtünme kayıpları (m)'dir.

Laminer akımda sürtünme kayıplarının hesaplanmasında kullanılan sürtünme katsayısı değeri;

$$f = \frac{C}{Re}$$

eşitliğiyle bulunur (Munson vd. 1994). Formüldeki C katsayısı değeri borunun şekline ve Re sayısına bağlıdır.