İstatistik 1
BÖLÜM 6

Kesikli Olasılık Dağılımları

Kesikli Olasılık Dağılımları

Kesikli Olasılık Dağılımları

Binom

Poisson

Hipergeometrik

Binom Olasılık Dağılımı

- ‘n’ sayıda benzer deneme
  - Örnek: demir paranın 15 kez havaya atılması, bir ampul fabrikasından rassal olarak 10 ampul seçilmesi
- Her bir denemede iki bağımsız sonuç
  - Örnek: yazı, tura. Bozuk sağlam (ampul)
- Denemeler bağımsız
  - Bir denemenin sonucu diğer denemenin sonucunu etkilemez

Binom Olasılık Dağılımı

- Her bir deneme için sabit bir olasılık
  - Örnek: her bir denemede tura elde etme olasılığı sabittir (1/2)
- İki tip örnekleme
  - Sonsuz üyeden oluşan bir populasyondan yerine koymadan
  - Sonlu populasyondan yerine koyarak

Binom Olasılık Dağılım Fonksiyonu

$$P(X)=\frac{n!}{X!(n-X)!}p^{X}(1-p)^{n-X}$$

$P(X)$: n ve p veri X sayıda başarılı sonuç olasılığı

X : Örnekteki başarılı sonuç sayısı

p : Her bir başarılı sonucun olasılığı

n : Gözlem sayısı

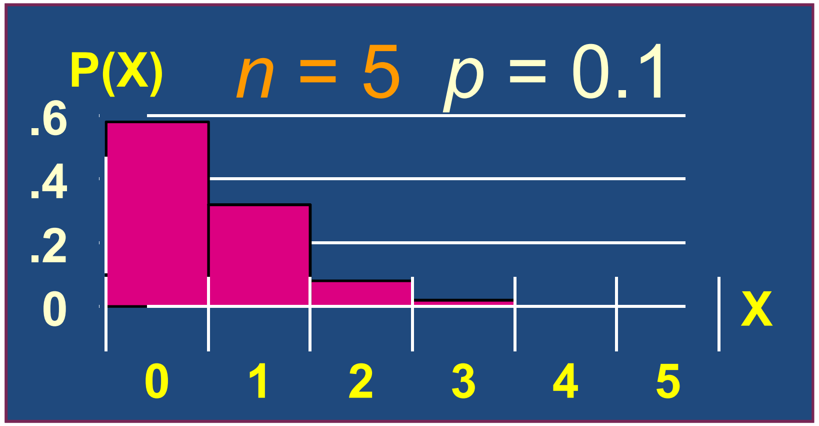
İki denemede yazı elde etme olasılığı

X	P(X)
0	1/4 = .25
1	2/4 = .50
2	1/4 = .25

Binom Olasılık Dağılımının Özellikleri

- Ortalama
  - $\mu = E(X) = np$
  - E.g. $\mu = np = 5(.1) = .5$
- Varyans ve
- standart sapma
  - $\sigma^2 = np(1-p)$

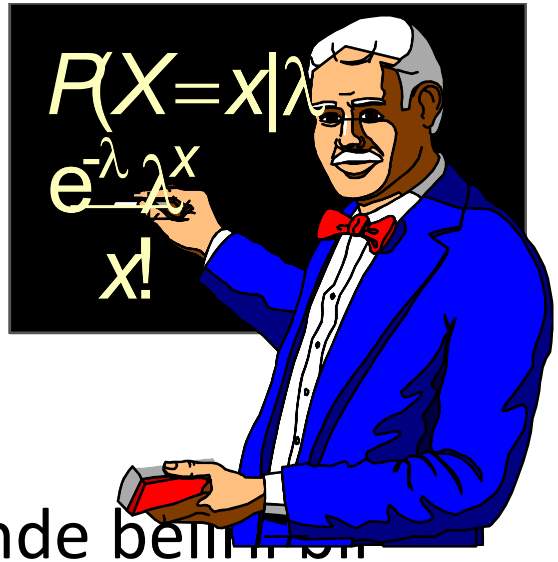
    $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$



  - Örnek

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{5(.1)(1-.1)} = .6708$$

Poisson Olasılık Dağılımı



- Poisson Olasılık:
  - Kesikli olaylar; belli bir zaman diliminde belirli bir olayın kaç kez yada ne miktarda ortaya çıktığı veya gözlemlendiği ile ilgilidir.
    - Belirli bir zaman diliminde başarılı sonuç elde etme olasılığı sabittir.
    - Bir zaman aralığında birden fazla başarı sonucu elde edilemez.
  - Başarı olaylarının gerçekleşme sayıları birbirinden bağımsızdır.
  - Beklenen değer büyüdükçe Poisson normal olasılık dağılımına yaklaşır

Poisson Olasılık Dağılımı

$$P(X)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{X}}{X!}$$

$P(X)$: λ veri iken n denemede X sayıda başarılı sonuç olasılığı

X: başarılı sonuç olasılığı

λ: Beklenen değer

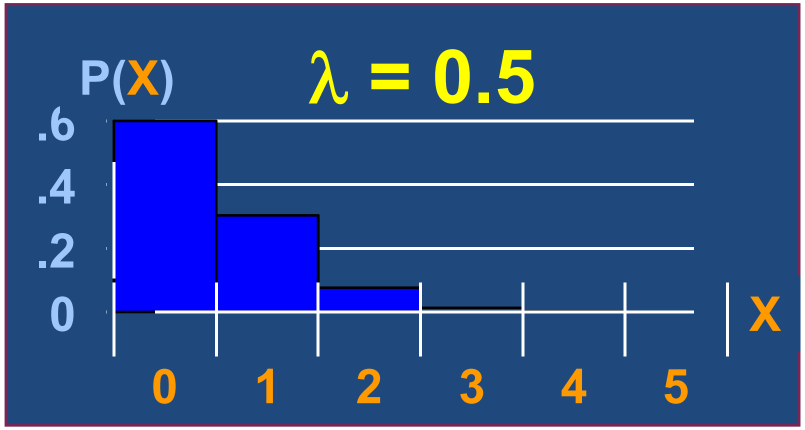
e: 2.71828

e.g.: Beklenen değerin 3.6 olması durumunda, bir süper markette 4 müşterinin herhangi bir kasaya 3 dakika içinde varma olasılığı nedir?

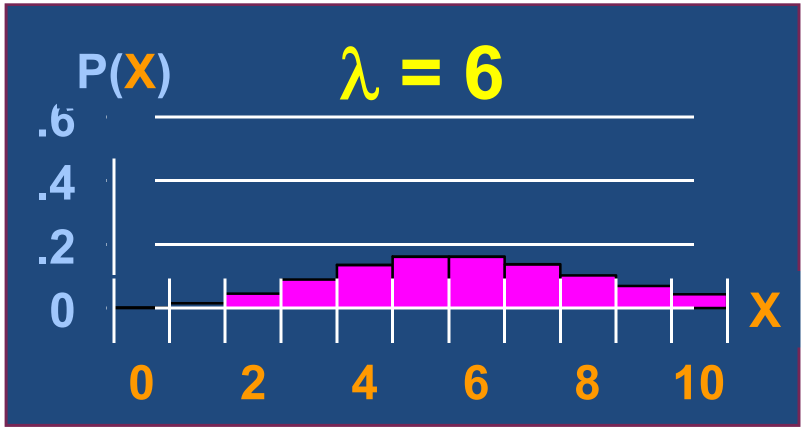
$$P(X)=\frac{e^{-3.6}3.6^{4}}{4!}=.1912$$

Poisson Olasılık Dağılımı

- Ortalama
  - $$\mu = E(X) = \lambda$$
    $$= \sum_{i=1}^{N} X_i P(X_i)$$



- Varyans ve standart sapma
  - $$\sigma^2 = \lambda \qquad \sigma = \sqrt{\lambda}$$



Hipergeometrik Olasılık Dağılımı

Hipergeometrik Olasılık Dağılımının Özellikleri

1. N sayıda sonlu populasyondan alınan n sayıda örnekten oluşur.
2. n örnek yerine koymadan elde edilir.
3. İki adet olası sonuç vardır: Başarı ve başarısızlık.
4. Denemeler birbirine bağımlıdır. Bu nedenle "başarı" sonucu elde etme olasılığı denemeden denemeye değişir.

Hipergeometrik Olasılık Dağılımı

$$P(X=x)=\frac{\begin{pmatrix}A\\ x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}N-A\\ n-x\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}N\\ n\end{pmatrix}}$$

Formülde,

P(X=x): A, n ve N'nin verilmiş olması durumunda x sayıda başarılı sonucun elde edilme olasılığı.

n: örnek sayısı.

N: populasyon sayısı.

A: Populasyondaki başarı sonucu sayısı.

x: Örnekteki başarı sonucu sayısı (X= 0, 1, 2, 3,...,n)

Hipergeometrik Olasılık Dağılımı

- Ortalama
  - $$\mu = E(X) = n\frac{A}{N}$$
- Varyans ve standart sapma
  - $$\sigma^2 = \frac{nA(N-A)}{N^2}\frac{N-n}{N-1}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{nA(N-A)}{N^2}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Sonlu populasyon düzeltme faktörü