İstatistik 1
Bölüm 9

Örnekleme Dağılımının Oluşturulması

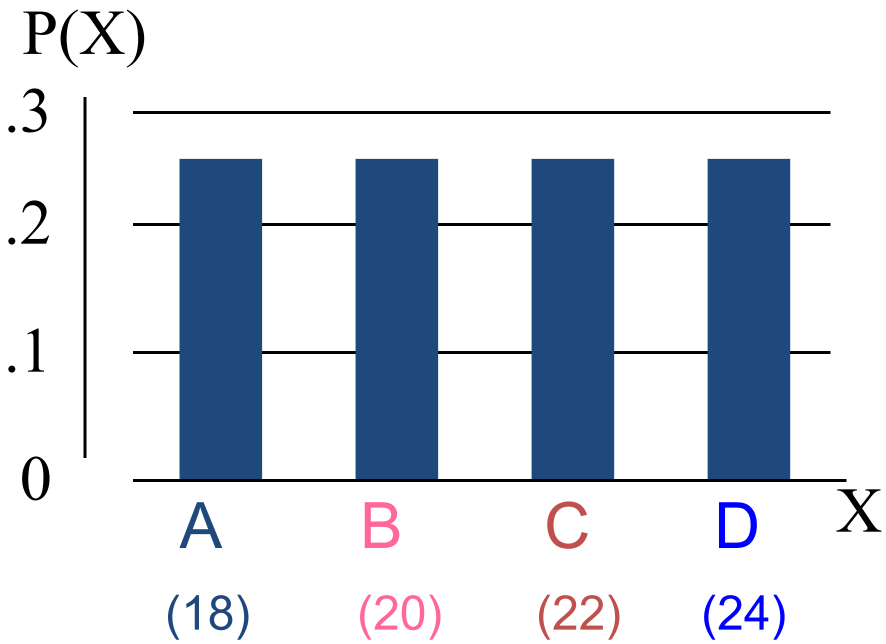
Örnekleme Dağılımının Oluşturulması

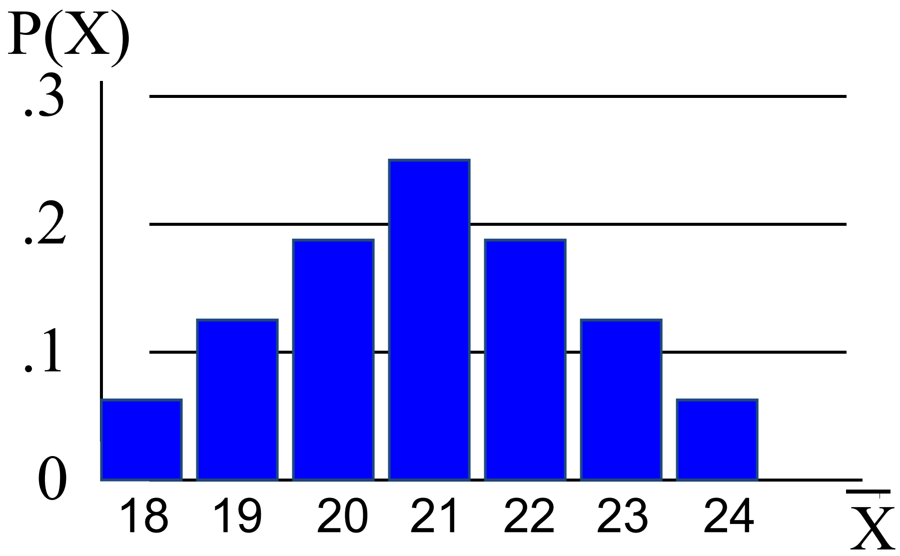
Populasyon
N = 4

$$\mu = 21 \qquad \sigma = 2.236$$

Örnekleme dağılımı
n = 2

$$\mu_{\bar{X}} = 21 \qquad \sigma_{\bar{X}} = 1.58$$

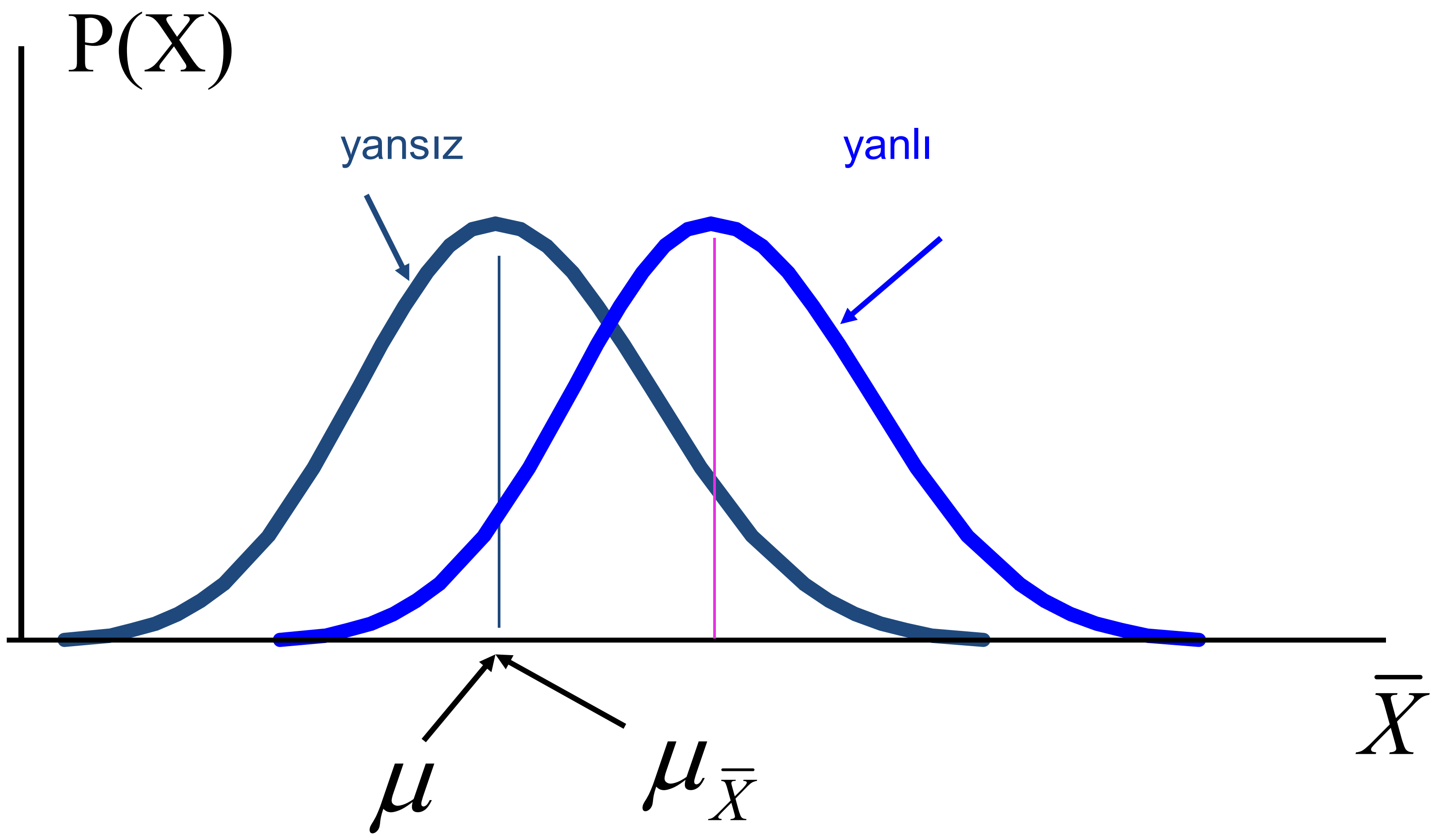




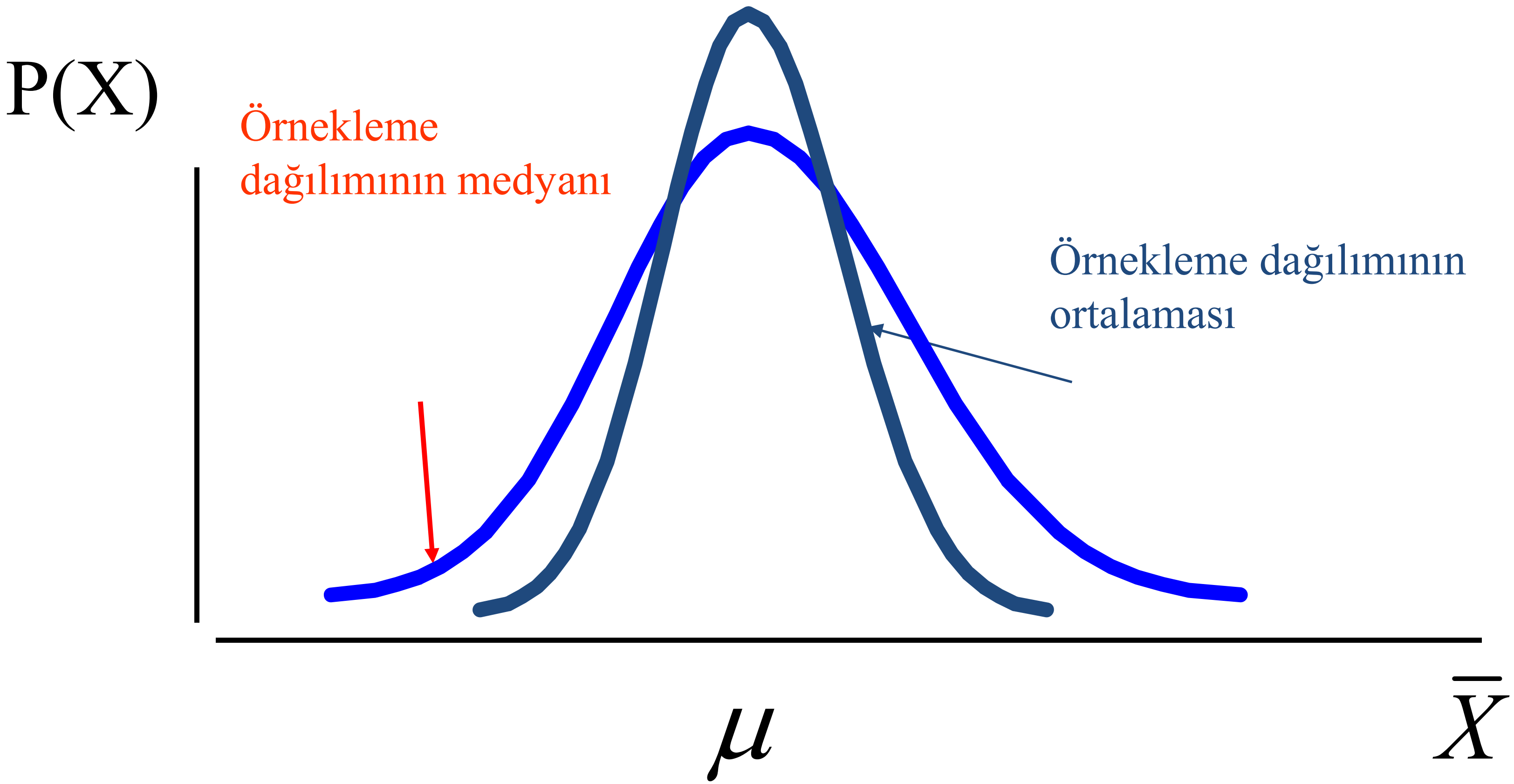
Sayısal Özetlerin Özellikleri

- $\mu_{\bar{X}} = \mu$
  - bu $\bar{X}$'nun tarafsız tahmin edici olduğunu gösterir
- Yerine koyarak yapılan örnekleme: $\sigma_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$
  - *n* arttıkça, $\sigma_{\bar{X}}$ azalır

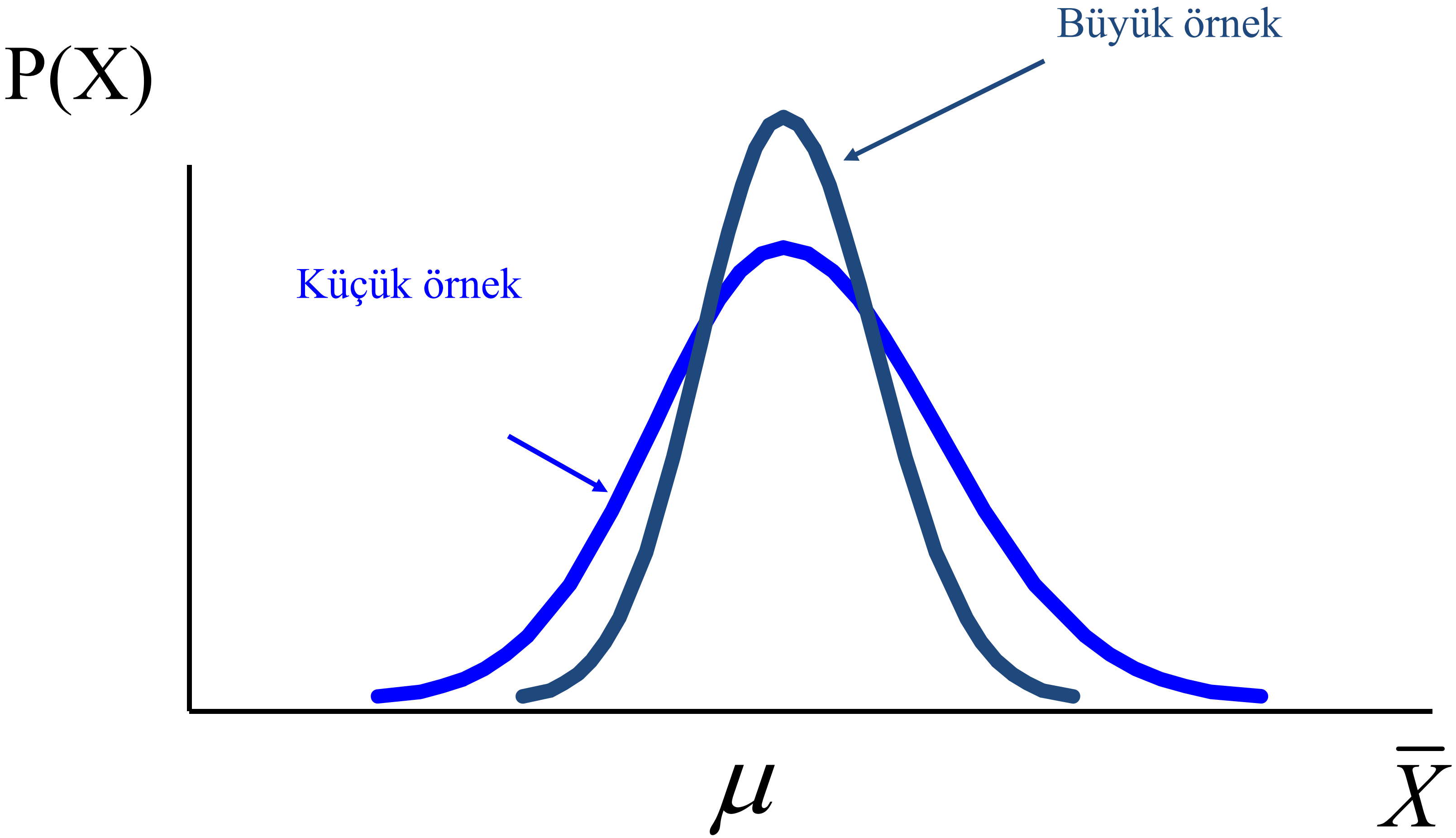
Yansızlık



Az Sapma (yayılma)



Büyük ve Küçük Örnek



Populasyonun Normal Dağılmış Olması

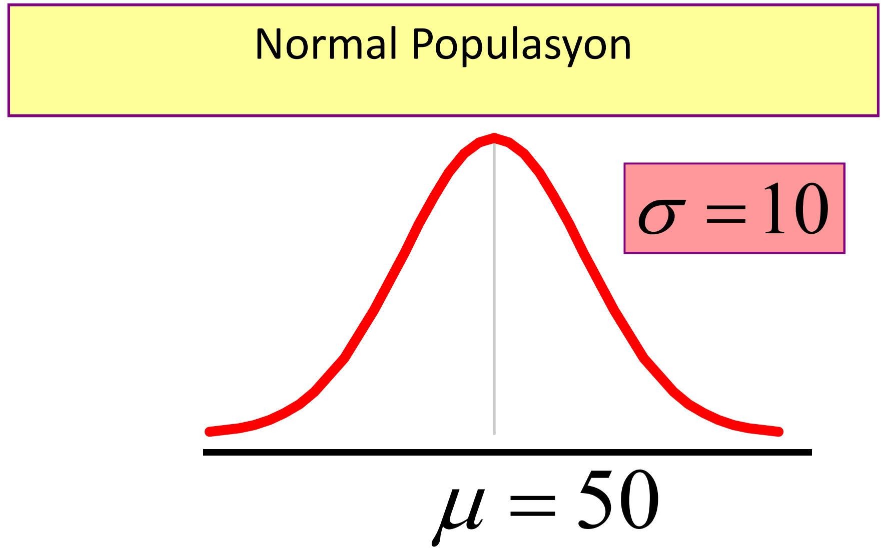
Merkezi Eğilim

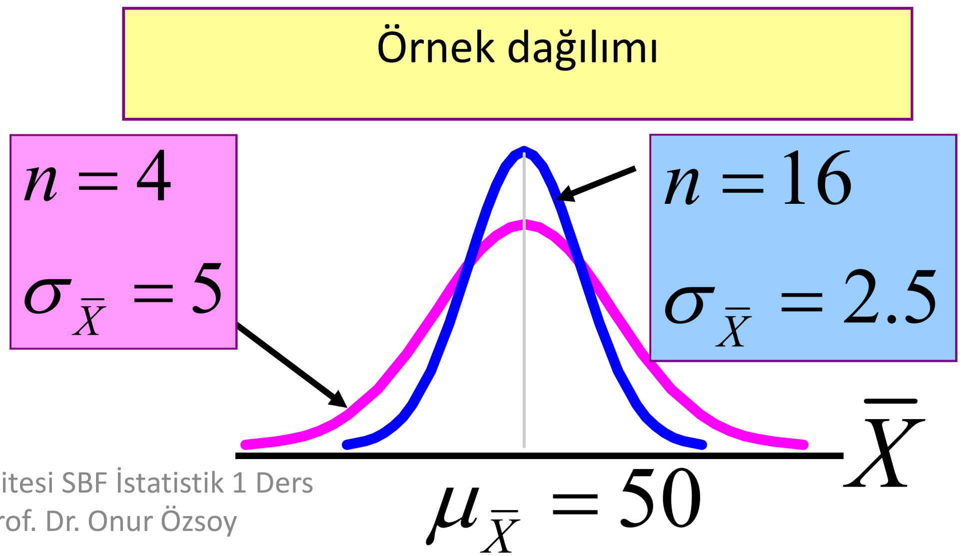
$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

yayılım

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

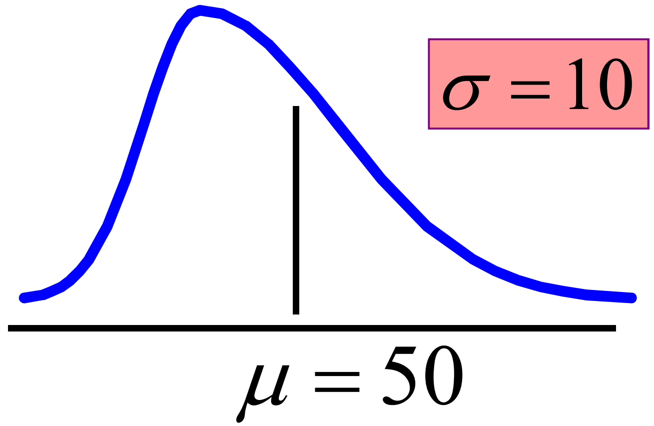
Yerine koyarak örnekleme





Populasyonun Normal Dağılmamış Olması

Normal Populasyon



Merkezi Eğilim

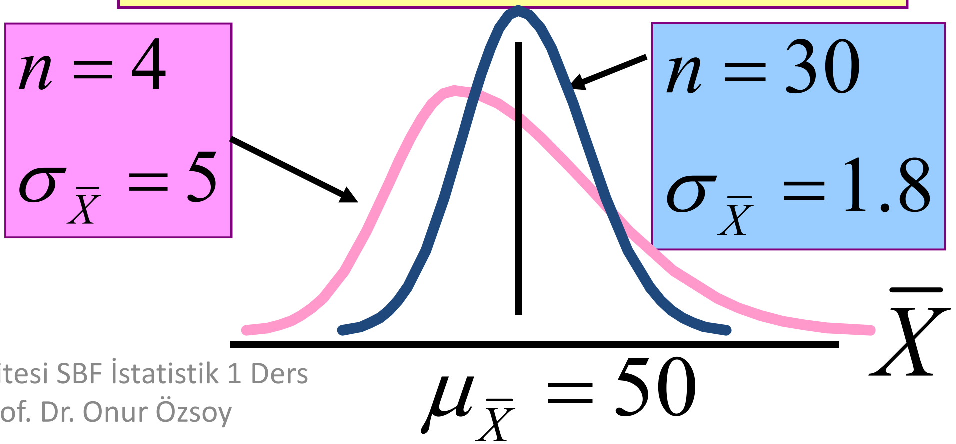
$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

yayılım

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

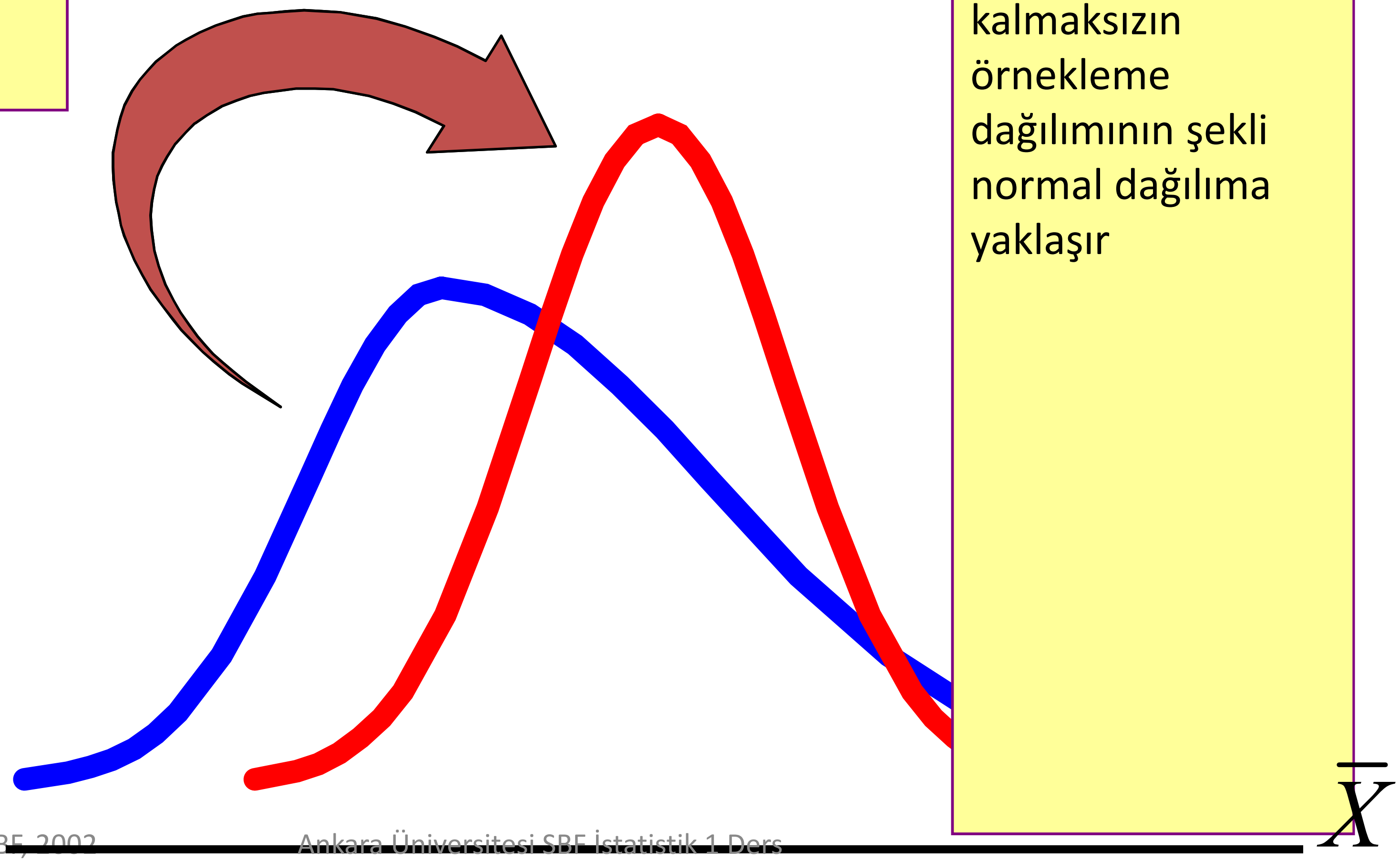
Yerine koyarak örnekleme

Örnek dağılımı



Merkezi Limit Teoremi (MLT)

Örnek büyüdükçe



Ana populasyonun şekline bağlı kalmaksızın örnekleme dağılımının şekli normal dağılıma yaklaşır

Örnek Ne kadar Büyük Olmalı?

- Bir çok dağılım için, n>30
- Çok iyi simetrik dağılımlar için, n>15
- Normal populasyona ait örnekleme dağılımı normal dağılıma sahiptir.

Örnek:

$$\mu = 8 \qquad \sigma = 2 \qquad n = 25$$

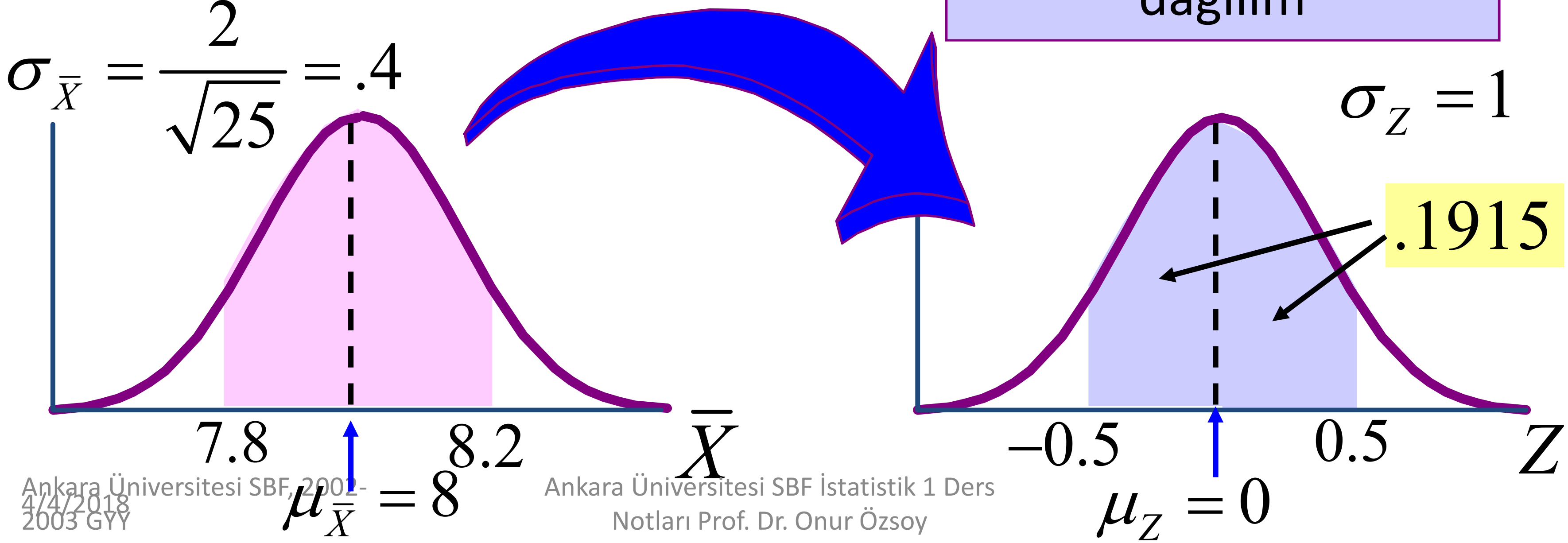
$$P\left(7.8 < \bar{X} < 8.2\right) = ?$$

$$P\left(7.8 < \bar{X} < 8.2\right) = P\left(\frac{7.8-8}{2/\sqrt{25}} < \frac{\bar{X}-\mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} < \frac{8.2-8}{2/\sqrt{25}}\right)$$

$$= P\left(-.5 < Z < .5\right) = .3830$$

Örnekleme dağılımı

Standart normal dağılım



Örnek Oranı İçin Örnekleme $\left(\overline{p}\right)$ Dağılımı

- Kategorik değişken
  - Örnek: cinsiyet, eğitim durumu gibi
- Populasyon oranı $\left(p\right)$ ile gösterilir
- Örnek oranı tahmin için kullanılır

$$\left(\overline{p}\right) = \frac{X}{n} = \frac{\text{Başarılı sonuç}}{\text{Örnek sayısı}}$$

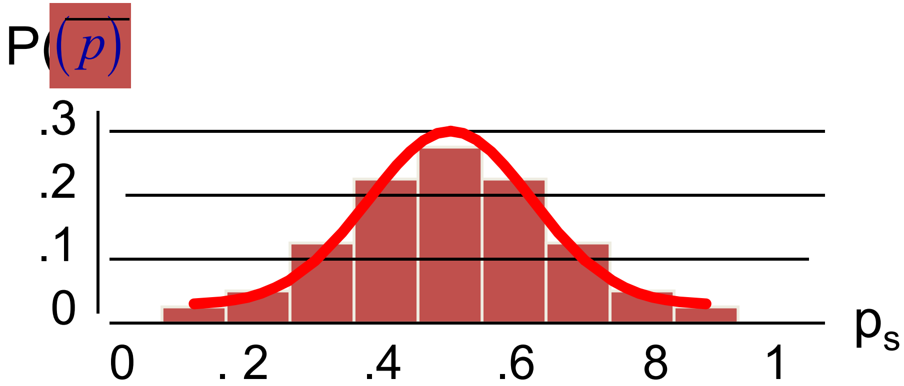
- Olası iki sonuç olması durumunda X binom olasılık dağılımına sahiptir.

Örnekleme ve Örnekleme Dağılımı

- Normal dağılıma sahiptir
  - $np \geq 5$

    $n(1-p) \geq 5$
  - Ortalama:
    - $\mu_{(\bar{p})} = p$
  - Standart sapma:
    - $\sigma_{(\bar{p})} = \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$

Örnekleme dağılımı



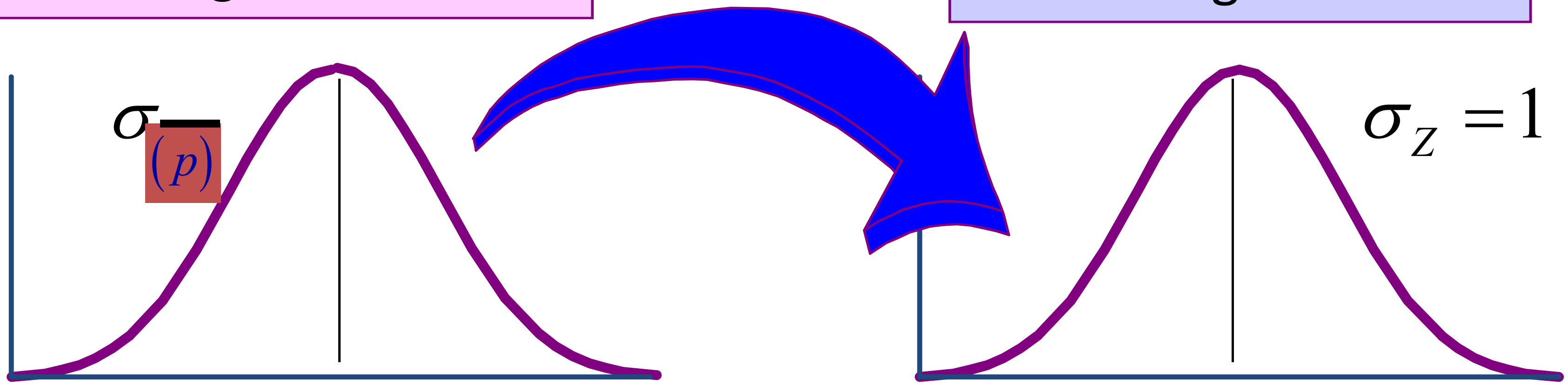
p = *populasyon oranıdır*

Örnek oranının Standart Normal Dağılıma Dönüştürülmesi

$$Z \cong \frac{\bar{p} - \mu_{\bar{p}}}{\sigma_{\bar{p}}} = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

Örnek dağılımı

Standart normal dağılım



$\sigma_{\bar{p}}$

$\sigma_Z = 1$

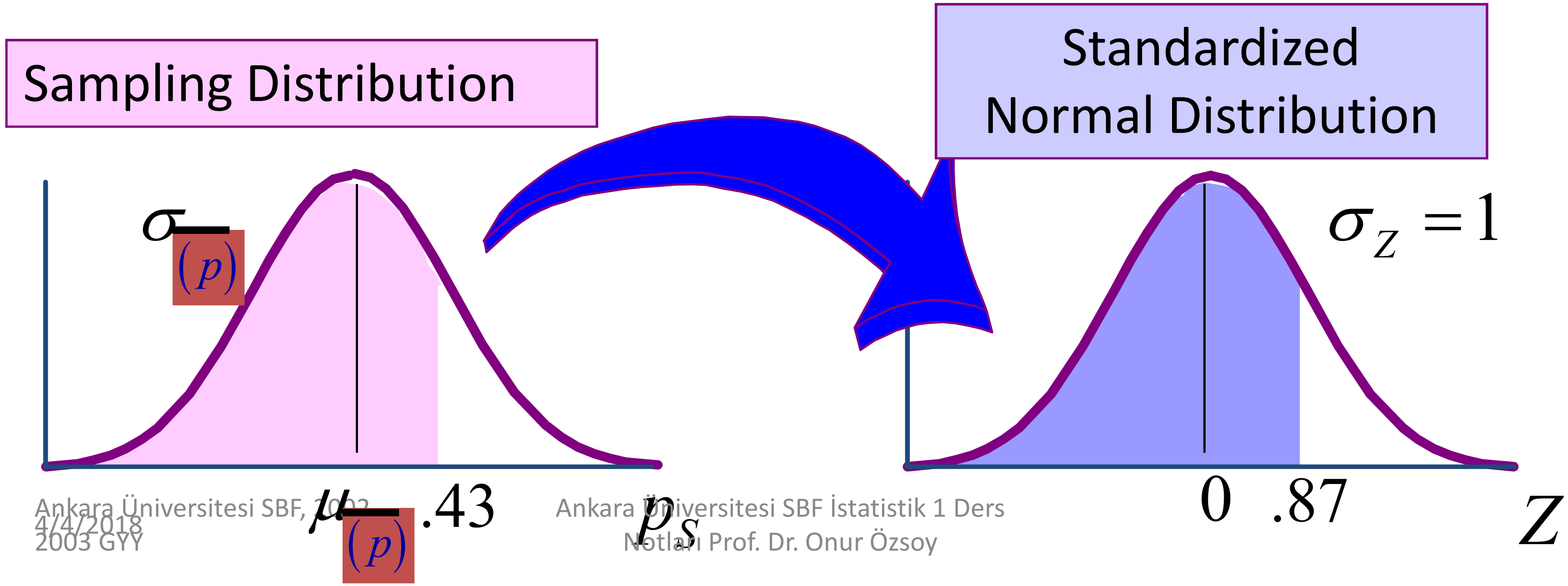
$\mu_{\bar{p}}$ p_S

$\mu_Z = 0$ Z

Örnek:

$$n = 200 \qquad p = .4 \qquad P\left(\overline{(p)} < .43\right) = ?$$

$$P\left(\overline{(p)} < .43\right) = P\left(\frac{\overline{(p)} - \mu_{\overline{(p)}}}{\sigma_{\overline{(p)}}} < \frac{.43 - .4}{\sqrt{\frac{.4(1-.4)}{200}}}\right) = P\left(Z < .87\right) = .8078$$



Sonlu Populasyondan Örnek

- $n > .05N$ yada $n/N > .05$
- İse sonlu populasyon düzeltme faktörü (SPDF) kullanılır
- SPDF ile standart sapma

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$\sigma_{\overline{(p)}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$