

İstatistik 1

Bölüm 11

Tahmin: Hipotez Testleri 1

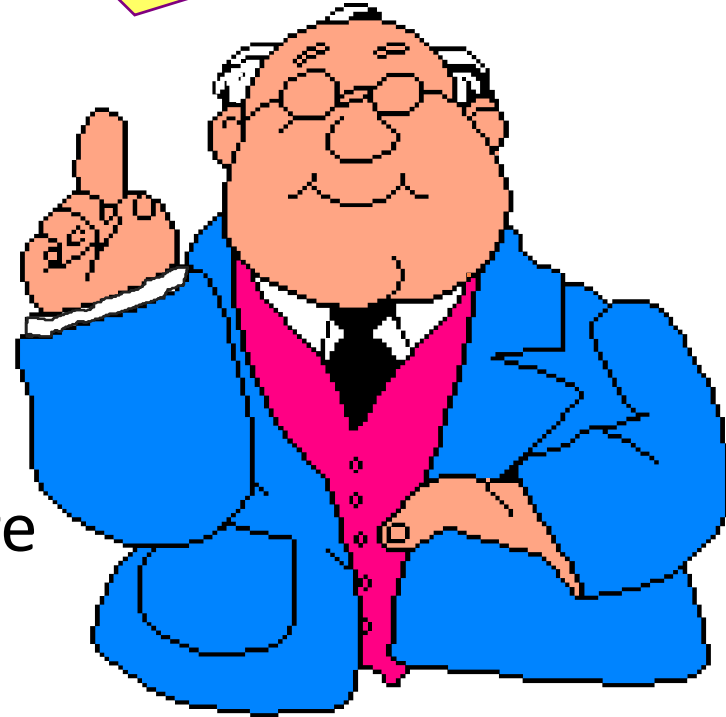
Bu Bölümde İşlenecek Konular

- Hipotez Testleri
 - Yapıları σ
- Populasyon varyansının bilinmesi ve bilinmemesi durumlarında ortalama için hipotez testleri
- *Ortalama için t testi* σ
- *Oran için z testi*
- Hipotez testleri konusunda sorunlar

Hipotez testi nedir?

- Populasyon parametreleri ile ilgili iddia yada varsayımdır.
 - Populasyon ortalaması yada varyansı oranı populasyon parametreleridir.
 - Analizden önce parametre tanımlanmalıdır.

Bu sınıfın vize not ortalamasının $\mu = 65$ olduğunu iddia ediyorum

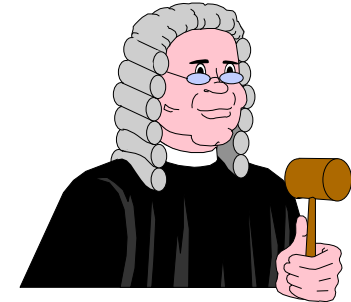


Boş Hipotez, H_0

- Test edilecek varsayımı belirtir
 - Örnek: Türkiye’de hane halklarının sahip olduğu ortalama TV sayısı 3’e eşittir ($H_0 : \mu \geq 3$)
- Her zaman populasyon parametresi ile ilgilidir.
($H_0 : \mu \geq 3$) örnek istatistiği ile ilgili değildir ($y = \bar{X} \geq 3$)

Boş Hipotez, H_0

- Test, boş hipotezin doğru olduğu varsayımı ile başlar:
 - Bu birinin suçlu olduğu kanıtlanıncaya kadar suçsuz olduğu yaklaşımına benzemekte
- statü quo gibidir
- Her zaman “=” işareti ile belirtilir.
- Boş hipotez reddedilebilir yada reddedilmeyebilir.

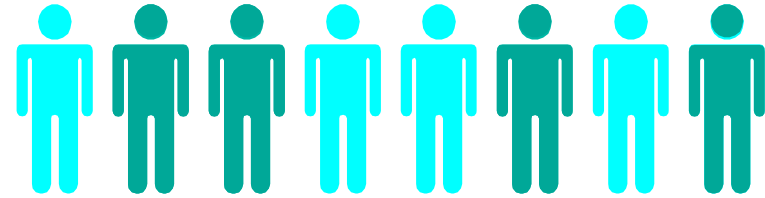
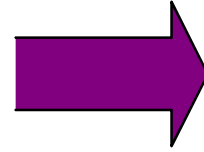


Alternatif Hipotez, H_a

- Boş hipotezin tersidir.
 - e.g.: The average number of TV sets in U.S. homes is less than 3 ($H_1 : \mu < 3$)
- status quoya bir cevaptır
- Hiçbir zaman “=” işareti ile belirtilmez
- Kabul edilebilir yada edilmeyebilir
- Araştırmacı tarafından doğru olduğuna inanılan hipotezdir.

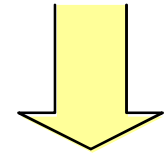
Hipotez Testi Süreci

Populasyon yaş
Ortalamasının
50 olduğu varsayalım
($H_0 : \mu = 50$)



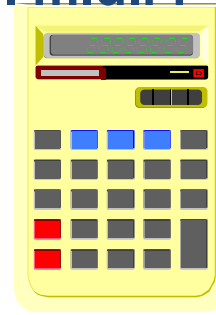
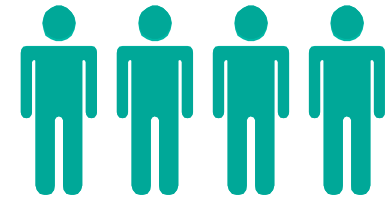
Populasyonu tanımla

Örnek ortalamasının 20 olması durumunda
Populasyon ortalamasının 50 olması olası mıdır?



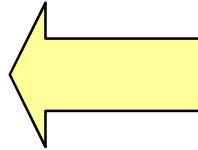
Hayır, olanaksız!

Örnek oluştur



($\bar{X} = 20$)

Boş hipotezi reddet



H₀ Reddetme Nedeni

\bar{X} Örnekleme dağılımının ortalaması

Örnek ortalamasının bu değere eşit olması olanaksız ...

... Bu nedenle boş hipotez reddedilir $\mu = 50$.

... Bu değer gerçekten populasyon ortalaması ise.

20

$\mu = 50$

\bar{X}

Eğer H₀ doğru ise

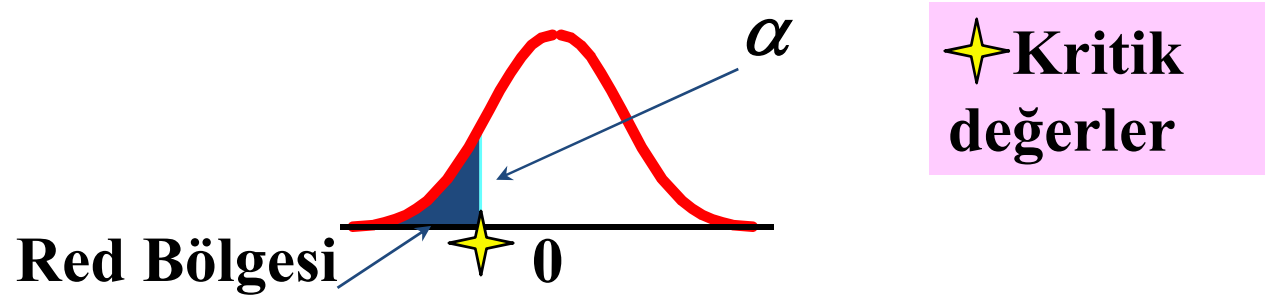
Anlamlılık Düzeyi, α

- Boş hipotezin doğru olması durumunda örnek istatistiğinin olası olmayan değerlerini tanımlar.
 - Örnekleme dağılımının red bölgesi olarak tanımlanır
- α , ile gösterilir
 - Araştırmalarda yaygın olarak kullanılan anlamlılık düzeyleri %5, %1 ve %10'dur.
- Teste başlamadan önce α belirlenir
- Test için kritik değerleri belirler

α Ve Red Bölgeleri

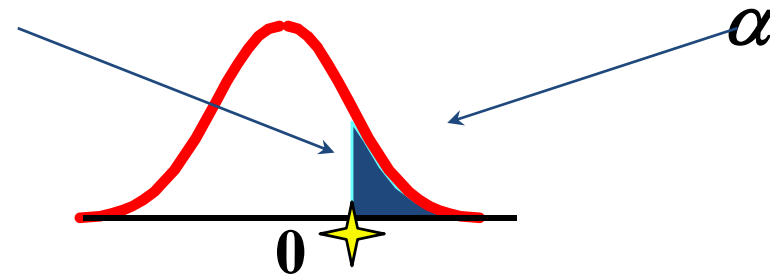
$$H_0: \mu \geq 3$$

$$H_a: \mu < 3$$



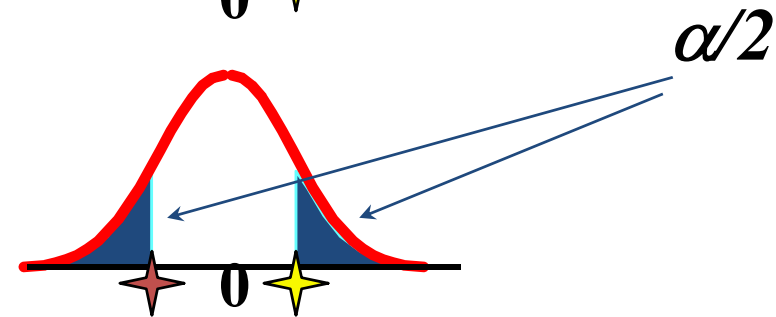
$$H_0: \mu \leq 3$$

$$H_a: \mu > 3$$



$$H_0: \mu = 3$$

$$H_a: \mu \neq 3$$



Karar Verme Sürecinde Yapılan Hatalar

- I. Tip Hata

- Gerçekte doğru olan boş hipotezin reddi
- Önemli sorunlar doğurur

Birinci tip hata yapma olasılığı

- Anlamlılık düzeyidir.
- Araştırmacı tarafından belirlenir

- II. Tip Hata

- Gerçekte yanlış olan bir boş hipotezin kabulü
- II. Tip hata yapma olasılığı β dır.
- Testin gücü $(1 - \beta)$ dır.

Karar Verme Sürecinde Yapılan Hatalar

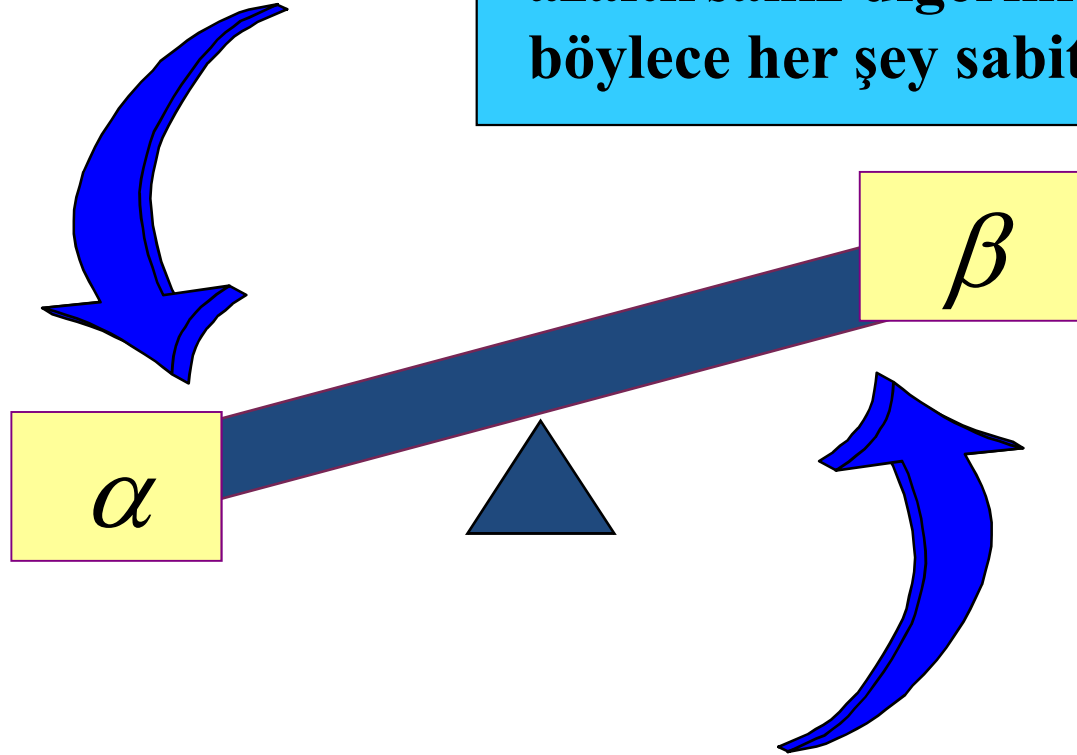
- I.tip hata yapmamanın olasılığı
 - $(1 - \alpha)$
 - Buna da güven düzeyi denir

Karar Verme Sürecinde Yapılan Hatalar

		H_0 : suçsuz			
		Mahkeme		Hipotez	Testleri
		Gerçek		Gerçek	
Karar	Suçsuz	Suçlu	Karar	H_0 doğru	H_0 yanlış
Suçsuz	doğru	hata	reddetme H_0	$1 - \beta$	II. Tip hata (β)
Suçlu	hata	doğru	reddet H_0	I. Tip hata (α)	güç ($1 - \beta$)

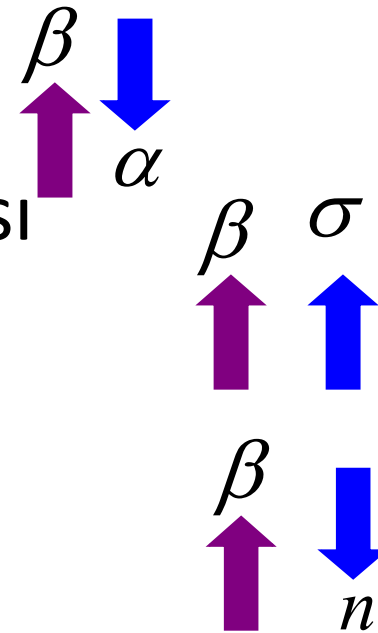
I ve II. Tip Hatalar Arasında Tersine İlişki

Hatalardan birini yapma olasılığını azaltırsanız diğerini yükseltirsiniz, böylece her şey sabit kalır



II. Tip Hatayı Etkileyen Faktörler

- Populasyonun gerçek değeri
 - Populasyonun varsayılan parametresi ile gerçek değeri arasındaki fark azaldıkça β artar
 - Anlamlılık düzeyi α arttıkça β artar
 - β artar
- Populasyon standart sapması
 - β σ bağılı olarak artmakta
- Örnek büyüklüğü
 - β n azaldıkça artar



I ve II. Tip Hatalar arasında Seçim Yapmak

- Hatanın maliyetine bağlıdır
- Maliyet yüksek ise küçük I. Tip hata seçilir.
 - Gerçekte suçsuz olan birinin suçlu bulunması gibi
- status quo değiştirilmek isteniyor ise büyük I. tip hata seçilmeli
 - Software üreten yeni bir şirket kurmak gibi
 - Belli bir grup için yapılan eşit olmayan ücretler gibi

Hipotez Testleri İçin Kritik Değerler

- Örnek istatistik değerlerinin test istatistik değerlerine dönüştürülmesi gerekmekte
- Kritik değerler ilgili tablolardan elde edilmeli
 - Test istatistiği kritik bölgede ise H_0 red
 - Aksi halde H_0 red değil

p-değeri

- p-değeri boş hipotezin reddini sağlayan en küçük anlamlılık düzeyidir.
 - Gözlemlenen anlamlılık düzeyi olarak da isimlendirilir
- P-değerinin anlamlılık düzeyi ile karşılaştırılması
 - p-değeri $\geq \alpha$ ise, boş hipotez reddedilmez H_0
 - p-değeri $\leq \alpha$ ise, boş hipotez reddedilir H_0