

İstatistik 2

Bölüm 7

Genel Tekrar 7

Tahmin Süreci

Populasyon

Ortalama, μ ,
biliniyor

Örnek

Basit rastsal
Örnekleme

ortalama
 $\bar{X} = 50$

μ 'nün 40-60
aralığında
bulduğundan
95% güvenle
eminim



Nokta Tahmini

Tahmin edilen populusyon parametresi		Örnek istatistiği
Ortalama	μ	\bar{X}
Oran	p	P_s
Varyans	σ^2	S^2
Fark	$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$

Aralık Tahmini

- Bir değişkene ait değeri belli aralıklarda tahmin etme işi
 - > Farklı örnekler için dağılımları dikkate al
 - > Tek bir örnek için hesaplanan istatistikleri kullan
 - > Parametrelere ne kadar yakın olduğunu belirt
 - > Tahminin belli bir güven düzeyi ve hata payı için olduğunu belirt. Hiçbir zaman %100 emin olma

Populasyon Ortalaması için Aralık Tahmini: Büyük Örnekler

- Hata payı ve aralık tahmini
- Örnekleme hatası için olasılık değeri
- Güven aralığı oluşturulması:
 σ bilinen büyük örnekler için
- Güven aralığının hesaplanması:
 σ ve s ile

Hata payı ve aralık tahmini

- Nokta tahmin edici tahminin popülasyon parametresine ne kadar yakın olduğu bilgisini vermez.
- Bu nedenle güven aralığı oluşturulması gerekir.
- Güven aralığı nokta tahmin ediciye hata payı eklenerek ve çıkarılarak elde edilmektedir.

Nokta tahmin edici \pm hata payı

Hata payı ve aralık tahmini

- Populasyon ortalaması ile ilgili aralık tahmini:

$$\bar{x} \pm \text{hata payı}$$

- Populasyon oranı için aralık tahmini:

$$\bar{p} \pm \text{hata payı}$$

Örnekleme Hatası

- Nokta tahmin edici ile populasyon parametresi arasındaki farkın mutlak değeridir.
- Populasyon ortalaması için örnekleme hatası:

$$\text{örnekleme hatası} = |\bar{x} - \mu|$$

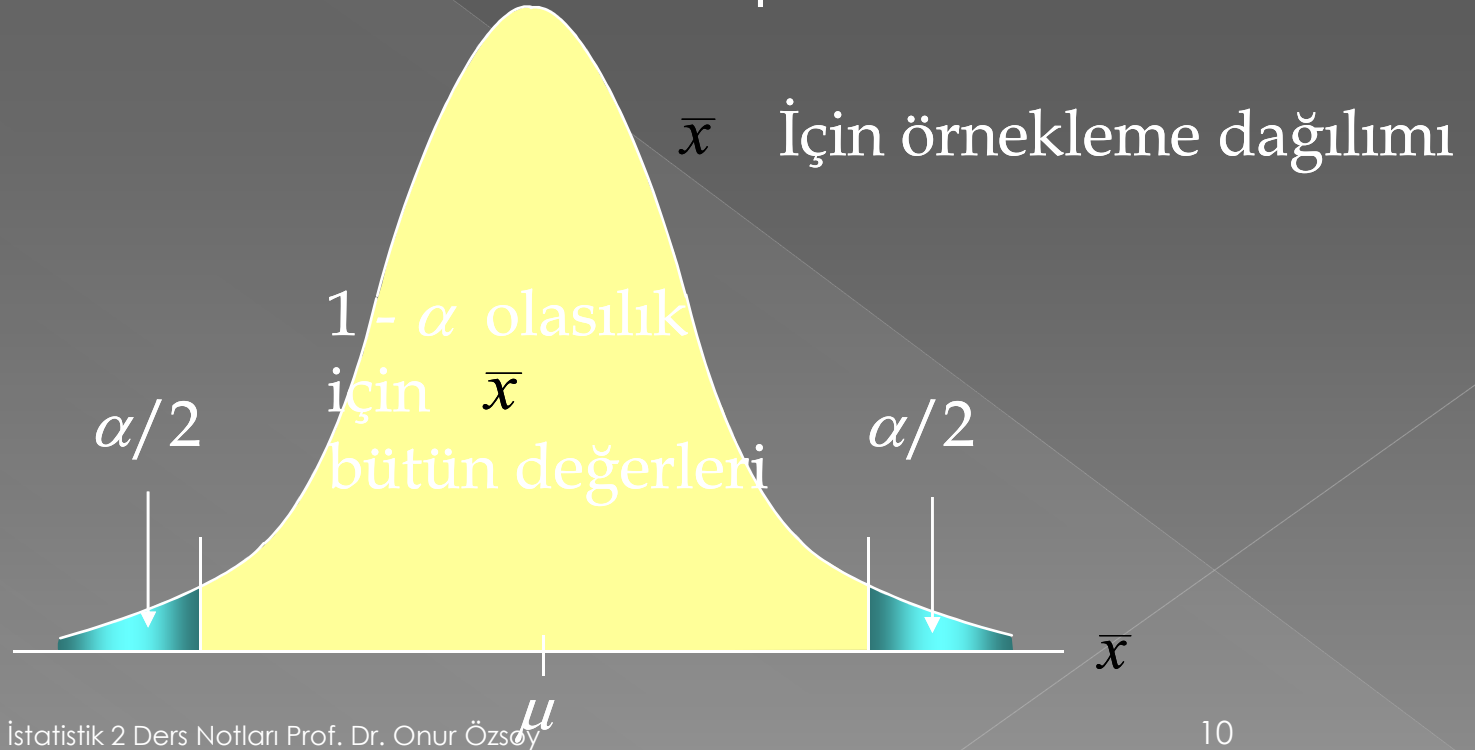
Örnekleme hatası için olasılık değeri

- Örnekleme dağılımı ile ilgili bilgi, \bar{x} populasyon ortalaması bilinmez ise bile örnekleme hatası için olasılık değeri belirlenebilmesini sağlamaktadır.
- Örnekleme hatası ile ilgili olasılık değeri kesinlik ifadesidir.

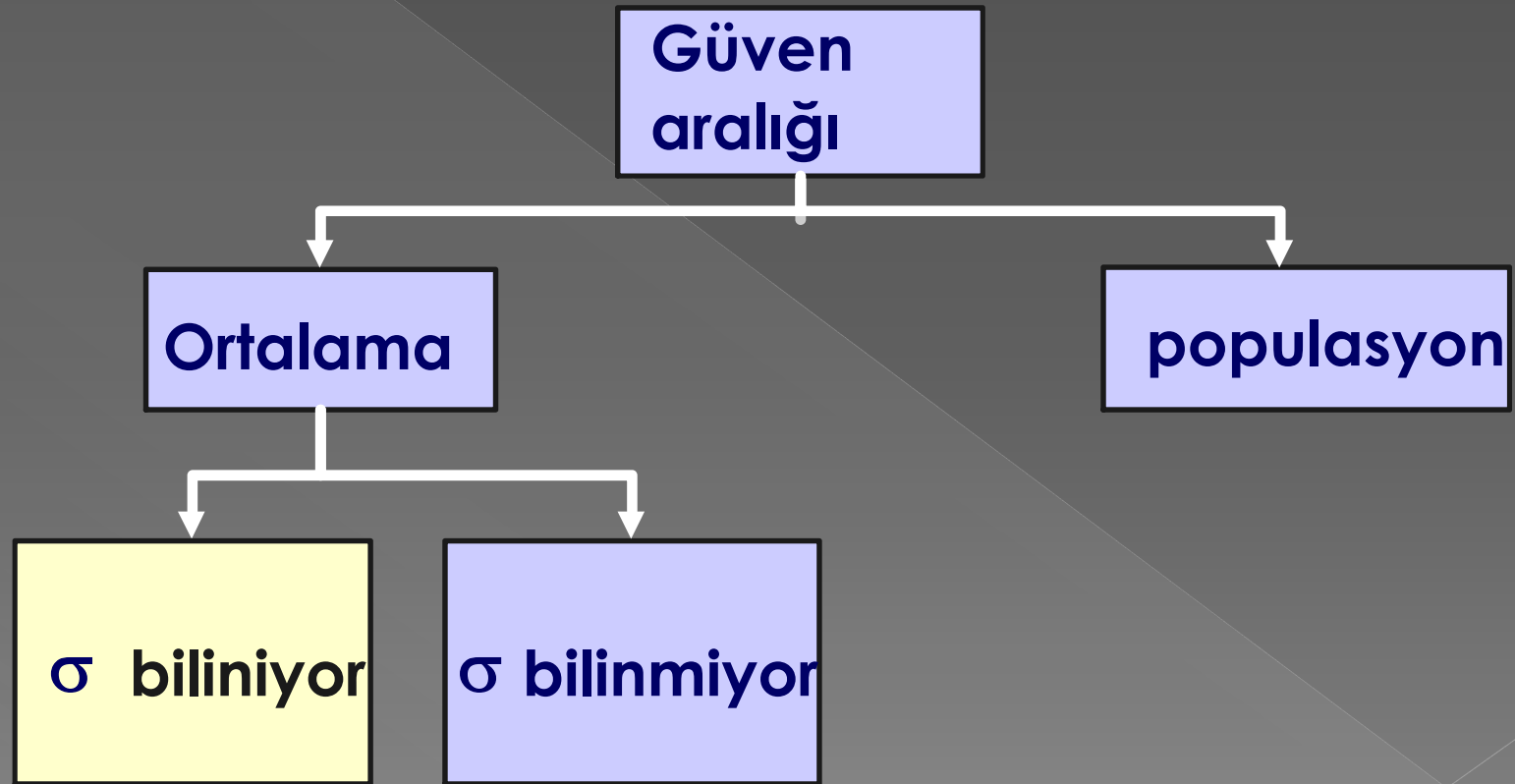
Örnekleme hatası için olasılık değeri

● Kesinlik ifadesi

örnek ortalaması, $1 - \alpha$ olasılıkla $z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}$ kadarlık veya daha az örnekleme hatasına sahip olacaktır.



Tek Populasyona ait Aralık Tahminleri



μ ' nün tahmini
(σ biliniyor)

○ Varsayımlar

- > μ biliniyor
- > Populasyon normal dağılmıştır
- > Populasyon normal dağılıma sahip değilse örnek büyük olmalı

○ Güven aralığı: $(1-\alpha)$ olasılıkla

aşağıdaki aralıktadır

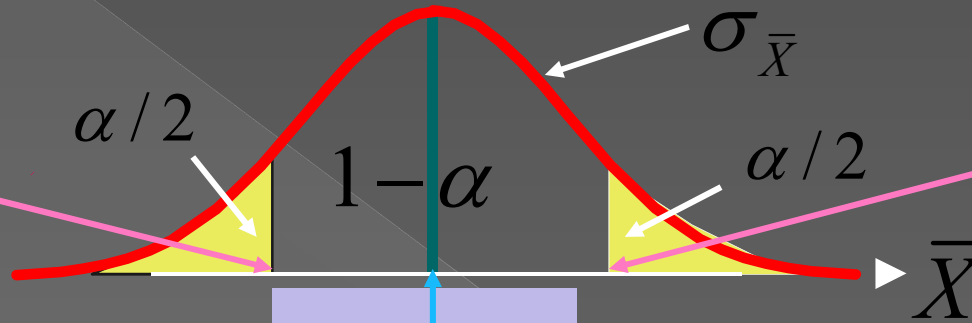
$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Aralık ve Güven Düzeyi

Örnekleme dağılımının ortalaması

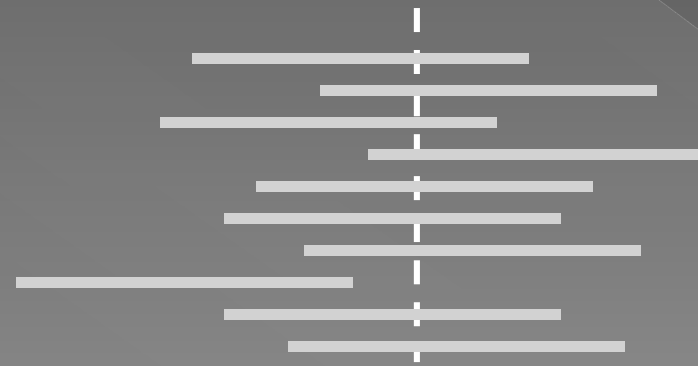
$$\mu - Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}}$$

$$\mu + Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}}$$



$\bar{X} - Z\sigma_{\bar{X}}$
ile $\bar{X} + Z\sigma_{\bar{X}}$
aralığında

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$



güven aralıkları

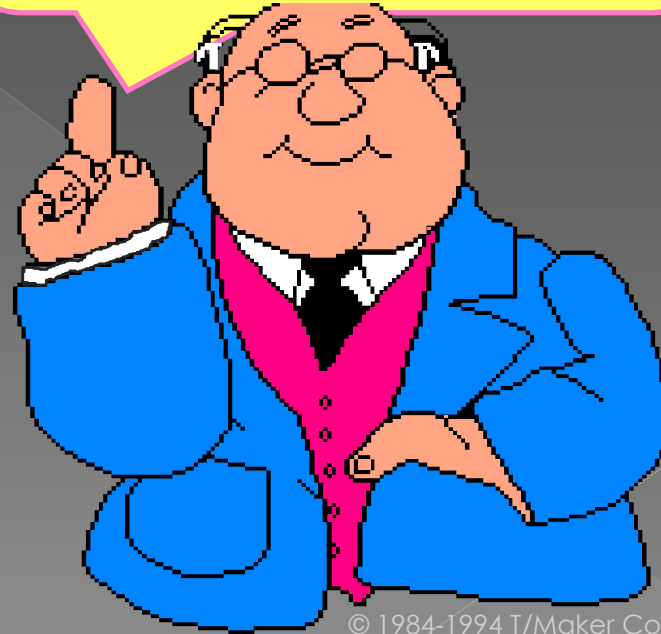
güven aralığı
 $100(1 - \alpha)\%$
Zamanlarda μ yi
kapsamakta
ve $100\alpha\%$
zamanlarda
kapsamamak
tadır

Güven Aralığının Genişliğini Etkileyen Faktörler

- Verilerin yayılımı
 - > σ ile ölçülmekte
- Örnek büyüklüğü
 - > $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- Güven düzeyi
 - > $100(1-\alpha)\%$

aralık

$\bar{X} - Z\sigma_{\bar{X}}$ ile $\bar{X} + Z\sigma_{\bar{X}}$
arasında

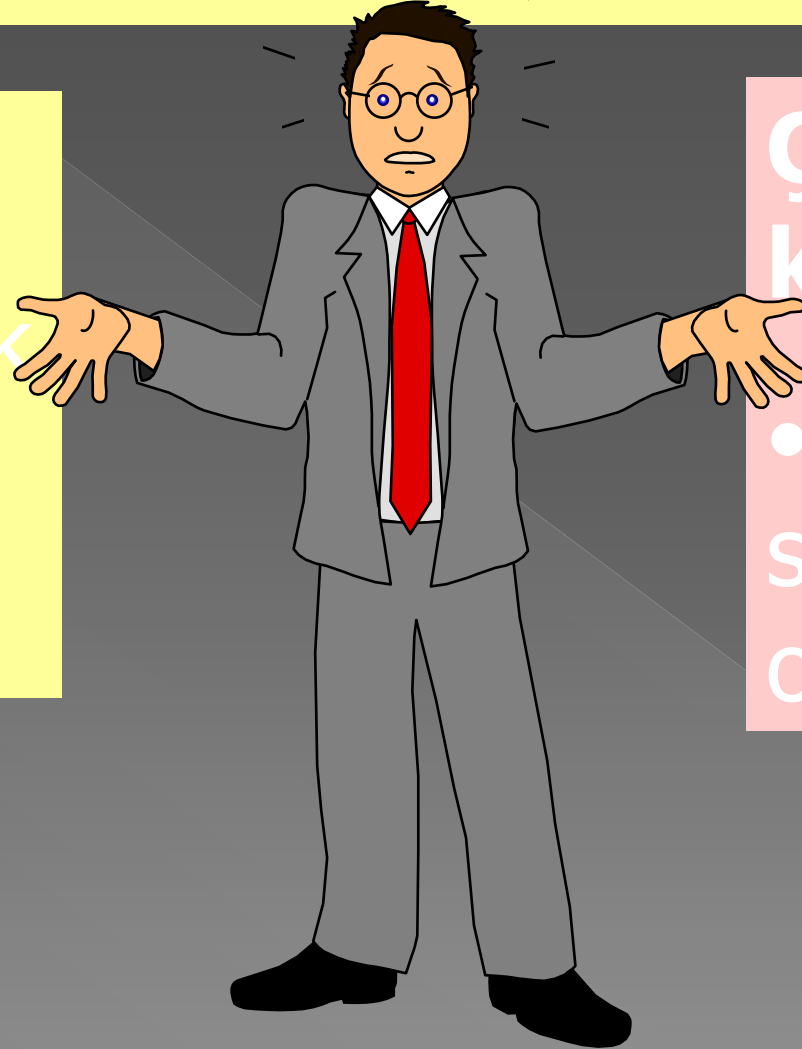


© 1984-1994 T/Maker Co.

Örnek Büyüklüğünün Belirlenmesi

Çok büyük:

- fazla kaynak kullanılması gerekir



Çok küçük:

- tahmin sağlıklı olmayabilir

Ortalama İçin Örnek Sayısının Tespiti

Oluşturulan güven aralığının %90 güven düzeyinde ± 5 hata payı ile doğru olabilmesi için örnek büyüklüğü ne olmalıdır? Not:

Standart sapma 45.

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{\text{hata}^2} = \frac{1.645^2 (45^2)}{5^2} = 219.2 \cong 220$$

$$\mu - Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Örnek: Soru

● Örnek büyüklüğünün tahmini

%95 güven düzeyinde hata payının 500 olması isteniyor ise örnek büyüklüğü ne olmalıdır? (Not: standart sapma 4500)

Örnek: Çözüm

- Örnek büyüklüğünün tahmini

$$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 500$$

% 95 güvenle, $z_{.025} = 1.96$.
 $\sigma = 4500$.

$$n = \frac{(1.96)^2 (4,500)^2}{(500)^2} = 311.17$$

Örnek Büyüklüğünün Belirlenmesi

- Excel dosyası



Microsoft Excel
Worksheet

İçin μ Güven Aralığı (σ bilinmiyor)

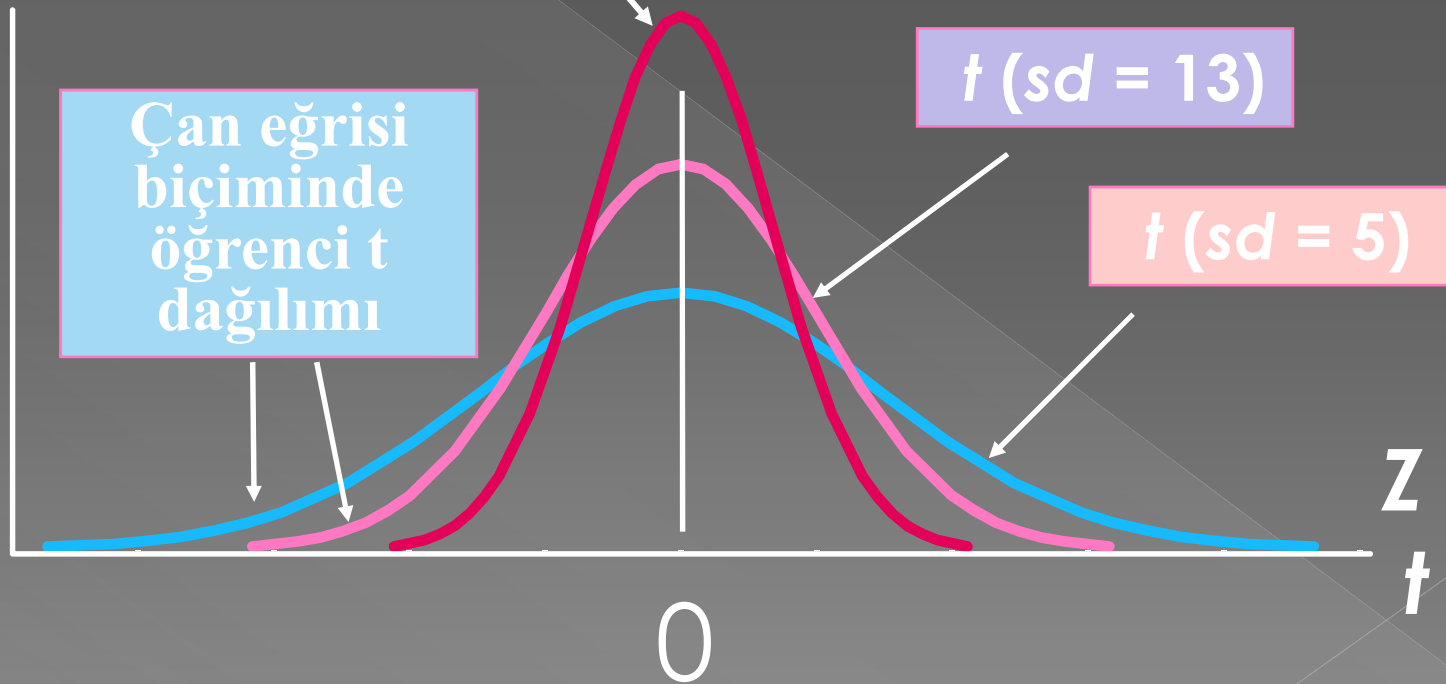
1. Populasyon varyansı bilinmemektedir.
2. populasyon normal dağılıma sahiptir.
3. örnek sayısı $n < 30$ olmalıdır.
4. Populasyon normal dağılıma sahip değilse büyük ölçekli örnek kullanılmalıdır.

t- dağılımı için güven aralığı şöyle oluşur:

$$\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Öğrenci t dağılımı

Standart normal dağılım



Serbestlik derecesi (sd)

- > Sd örnek ortalaması hesaplandıktan sonra dağılıma serbestisine sahip gözlem sayısıdır
- > örnek
 - $n-5$ ise $sd=4$
 - 1, 2, 3, 4 nolu gözlemler
 - Dağılım gösterebilir
 - 5 nolu gözlem dağılamaz

$$\begin{aligned}sd &= n - 1 \\ &= 5 - 1 \\ &= 4\end{aligned}$$



t tablosu

Üst kuyruk bölgesi

df	.25	.10	.05
1	1.000	3.078	6.314
2	0.817	1.886	2.920
3	0.765	1.638	2.353

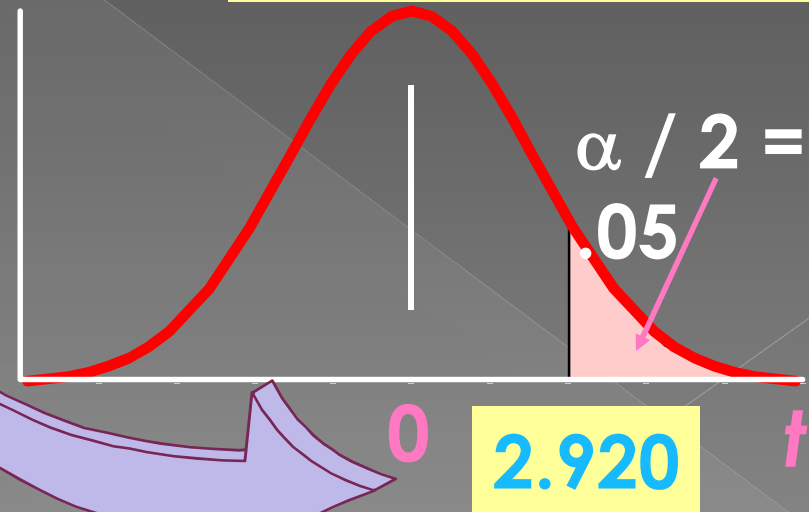
t değerleri

$$n = 3$$

$$sd = n - 1 = 2$$

$$\alpha = .10$$

$$\alpha/2 = .05$$



Örnek: Soru

X Mağazası ülke genelinde 260 şubeye sahiptir. X mağazaları potansiyel mağaza bölgelerini bölgede yaşayanların gelir düzeylerine göre analiz etmektedir.

Örnek: Soru (devam)

Bir örneklem oluşturularak potansiyel mağaza bölgelerinde yaşayanların ortalama gelirleri ile ilgili bir aralık tahmini yapmak istiyor.

Bu amaçla $n = 36$ örnek elde edilmiştir. Örnek ortalaması yıllık 21100 YTL ve örnek standart sapması 4500 YTL olarak hesaplanmıştır. %95 güven düzeyi için populasyon ortalaması için güven aralığı nedir?

Örnek: Çözüm

%95 olasılıkla örnek ortalaması 1470 YTL'lik bir örnekleme hatası ortaya çıkaracaktır:

örnek ortalamalarının % 95'i populasyon ortalamasının $\pm 2.030 \sigma_{\bar{x}}$ etrafında gözlemlenecektir.

Eğer $\sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{4,500}{\sqrt{36}} = 750$ ise $1.96 \sigma_{\bar{x}} = 1522$ olacaktır.

Örnek: Çözüm

● Aralık:

μ için aralık:

$$21100 \pm 1522$$

veya 19577 ile 22622

%95 olasılıkla populasyonun bu aralıkta bulunduğundan eminiz

Örnek

Ortalaması 50 standart sapması 8 olan ve $n=25$ gözlemden oluşan bir örnek veri setine sahip olunsun. Populasyon için %95'lik güven aralığı oluşturunuz

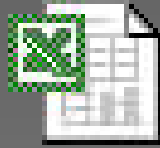
$$\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$50 - 2.0639 \frac{8}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 50 + 2.0639 \frac{8}{\sqrt{25}}$$

$$46.69 \leq \mu \leq 53.30$$

Populasyon Ortalaması için
güven aralığı (Populasyon
standart sapması
bilinmiyor)

● Excel dosyası



Microsoft Excel
Worksheet

Populasyon Oranı İçin Güven Aralığı

> Varsayımlar:

1. Populasyon binom olasılık dağılımına sahiptir.
2. $np \geq 5$ ve $n(1-p) \geq 5$ olması durumunda populasyon düzeltme faktörü kullanılır.

> Güven aralığı:

$$1-\alpha = P\left(\bar{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} < p < \bar{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right)$$

Örnek

400 öğrenciye uygulanan bir anketin sonucuna göre 32 kişi öğrenci temsilciliği için Gözde'yi tercih ettiklerini söylemişlerdir. p için %95'lik güven aralığı oluşturunuz

$$p_s - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}} \leq p \leq p_s + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$
$$.08 - 1.96 \sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}} \leq p \leq .08 + 1.96 \sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}}$$
$$.053 \leq p \leq .107$$

Örnek: Soru

● Populasyon oranı için güven aralığı

X şirketi seçmenin nabzını tutmak üzere telefonla potansiyel seçmenlere bugün seçim olsa oyunuzu kime verirdiniz sorusunu yöneltilmektedir.

X şirketi son seçimlerde oy kullanan 500 kişi ile görüşülmüştür. Bu 500 kişiden 220'si oylarını Y partisine vereceklerini söylemişlerdir. Populasyon oranı için % 95'lik güven aralığı oluşturunuz.

Örnek: Çözüm

○ Populasyon oranı için güven aralığı

$$\bar{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$n = 500, \quad \bar{p} = 220/500 = .44, \quad z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$.44 \pm 1.96 \sqrt{\frac{.44(1-.44)}{500}}$$

$$.44 + .0435$$

% 95 güven düzeyinde populasyon oranı için aralık:
.3965 ile .4835 arasındadır.

Populasyon oranı için güven aralığı

- Excel dosyası



Microsoft Excel
Worksheet

Örnek Oranı İçin Oluşturulan Güven Aralığı İçin Örnek Sayısının Belirlenmesi

- $E =$ maksimum hata payı olsun

- Buradan

$$E = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

- n için çözüm

$$n = \frac{(z_{\alpha/2})^2 p(1-p)}{E^2}$$

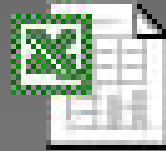
Örnek Oranı İçin Oluşturulan Güven Aralığı İçin Örnek Sayısının Belirlenmesi

1,000, üyeden oluşan bir popülasyondan rastsal yöntemle 100 gözlem tespit edildi. 30 adet defolu ürün bulunmakta. Oluşturulan güven aralığının %90 güven düzeyinde $\pm 0,05$ hata payı ile doğru olabilmesi için örnek büyüklüğü ne olmalıdır?

$$n = \frac{Z^2 p(1-p)}{\text{Hata}^2} = \frac{1.645^2 (0.3)(0.7)}{0.05^2}$$
$$= 227.3 \cong 228$$

Örnek Oranı İçin Oluşturulan Güven Aralığı İçin Örnek Sayısının Belirlenmesi

- Excel dosyası



Microsoft Excel
Worksheet

Varyans İçin Güven Aralığı

- Varyansı σ^2 olan normal dağılıma sahip bir populyasyondan elde edilmiş olan örneklerden oluşturulan rastsal değişken ($\chi^2 = (n-1) S^2/\sigma^2$) $(n-1)$ serbestlik derecesi ile ki kare dağılımına sahiptir. $(n-1) S^2/\sigma^2$ değişkeni ki kare istatistiği olarak isimlendirilmekte ve χ^2 (ki) harfi ile gösterilmektedir.

Varyans İçin Güven Aralığı

- k inci serbestlik derecesinden, k i kare dağılımına sahip bir rastsal değişken ($k = n - 1$) şeklinde gösterilir. Belirli bir olasılık (örneğin α) için k i kare olasılık dağılım tablosundan bu olasılığa karşılık gelen

değer bulunur. Bu olasılık $\chi^2_{k, \alpha}$ biçiminde gösterilmektedir.

Varyans İçin Güven Aralığı

- Yukarıda yer alan açıklamalara dayalı olarak χ^2 değişkeni için şunu yazabiliriz:

$$P(\chi_{k,1-\alpha/2}^2 < \chi_k^2 < \chi_{k,\alpha/2}^2) = 1 - \alpha$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

- değeri yukarıdaki ifadede yerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapıldığında populasyon varyansı ve standart sapması için güven aralığı aşağıdaki gibi oluşturulur.

Varyans İçin Güven Aralığı

$$= P\left(\chi_{k,1-\alpha/2}^2 < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \chi_{k,\alpha/2}^2\right)$$

$$p \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{k,\alpha/2}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{k,1-\alpha/2}^2} \right]$$

Varyans İçin Güven Aralığı: rnek

- Bir süt entegre tesislerinde üretilen bir kiloluk meyveli yoğurtlardan rastsal olarak elde edilen 28 gözlemde oluşan bir örnek seti için bir araştırma yapılmıştır. Yapılan araştırma sonucunda üretilen yoğurtların içerdikleri meyveler açısından 2.3'lk bir standart sapmaya sahip oldukları belirlenmiştir. Yoğurtların içerdikleri meyvelerin varyansı ile ilgili %95'lik bir güven aralığı oluşturunuz.

Varyans İçin Güven Aralığı: Çözüm

- Elimizde bulunan veriler:
- $n = 28, S^2 = (2.3)^2 = 5.29, k = 28 - 1 = 27$
- $\alpha = 0.05, \alpha/2 = 0.025, 1 - \alpha/2 = 0.9750$

Varyans İçin Güven Aralığı: Çözüm

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{k,\alpha/2}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{k,1-\alpha/2}^2} \right]$$

$$\left[\frac{(28-1)5.29}{\chi_{27,0.025}^2} < \sigma^2 < \frac{(28-1)5.29}{\chi_{27,0.9750}^2} \right]$$

$$\left[\frac{142.83}{43.1944} < \sigma^2 < \frac{142.83}{14.5733} \right]$$

$$\left[3.3066 < \sigma^2 < 9.80 \right]$$

Varyans İçin Güven Aralığı: Çözüm

- Ayrıca yukarıdaki değerlerin kare kökü alınarak populasyon standart sapması için güven aralığı da oluşturulabilir.
- $\Rightarrow 1.8184 < \sigma < 3.13$
- Yapılan işlemlerin, aşağıdaki gibi bir χ^2 dağılım eğrisi çizilerek gösterilmesi mümkündür.

$$f(\chi_k^2)$$

$$\alpha/2 = 0.025$$

$$\alpha/2 = 0.025$$

$$\chi_{27, 0.975}^2$$

$$\chi_{27, 0.025}^2$$

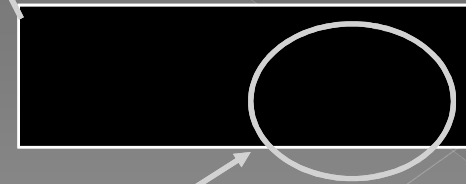
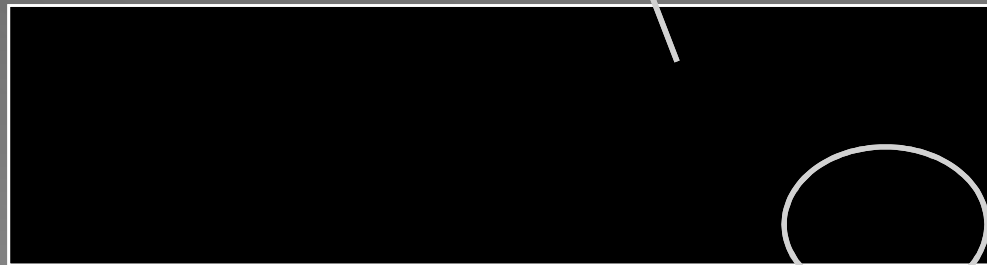
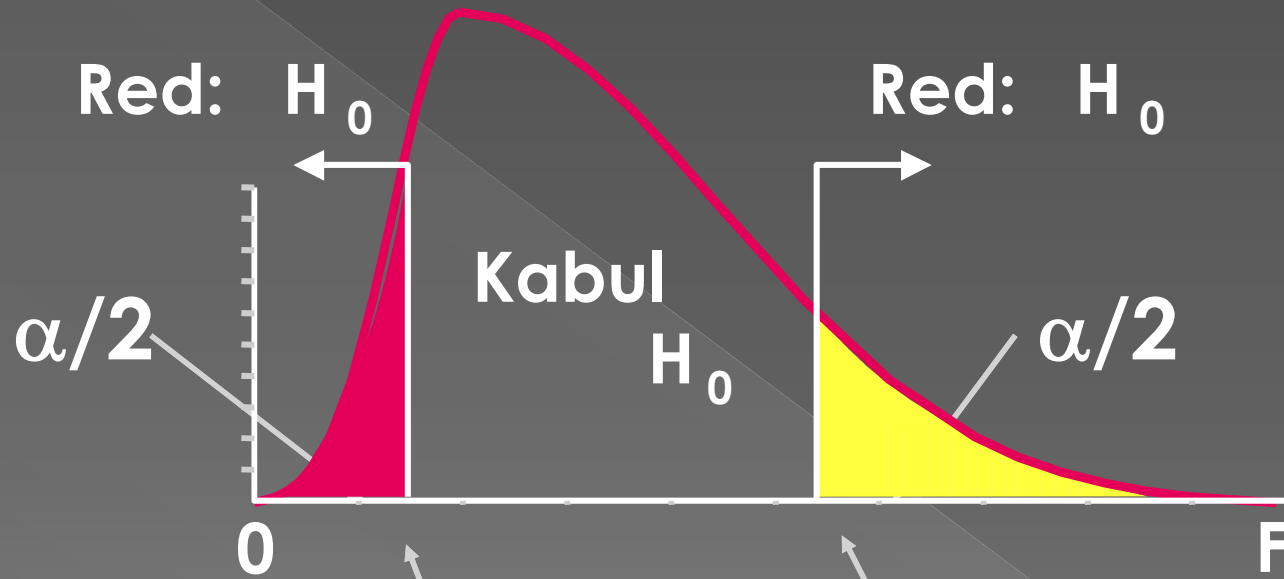
Populasyon Varyanslarının Oranları İçin Güven Aralığı Oluşturulması

- Standart sapmaları σ_1 ve σ_2 olan iki adet normal dağılıma sahip populasyondan rastsal örnekleme yöntemi ile n_1 ve n_2 sayıdan oluşan gözlemler elde edilmiş ve elde edilen bu örnekler için varyanslar S_1^2 ve S_2^2 olarak hesaplanmış olsun bu durumda rastsal değişken F , şöyle bir F dağılımına sahiptir

$$\frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2}$$

Varyansların oranları için Güven Aralığı

Çift Kuyruklu F İçin Kritik Değerler



farklı!

Güven Aralığı: σ_1^2/σ_2^2

- % $(1-\alpha)$ güven düzeyinde σ_1^2/σ_2^2 için güven aralığı

$$\left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\right)\left(\frac{1}{F_1}\right) \text{ den } \left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\right)(F_2) \text{ ye}$$

F_1 ve F_2 F tablosundan elde edilir.

Üst kuyruk bölgesi: $\alpha/2$. F_1 için serbestlik derecesi $(n_1 - 1)$ ve $(n_2 - 1)$, F_2 için serbestlik derecesi $(n_2 - 1)$ ve $(n_1 - 1)$.

Güven Aralığı: σ_1^2/σ_2^2

- Eğer güven düzeyi %90 ise F değeri tablodan şöyle elde edilir:
 - $\alpha/2 = .10/2 = .05$
 -
- Benzer şekilde %95 için
 - $.05/2 = .025$

Güven Aralığı: σ_1^2/σ_2^2

- $n_1 = 18$, $n_2 = 13$, $s_1^2 = .019$ ve $s_2^2 = .049$.
 σ_1^2/σ_2^2 için %90'lık güven aralığı
oluşturunuz.

Güven Aralığı: σ_1^2/σ_2^2

- $(1-\alpha)=\%90$ ve $\alpha/2 = .05$. F tablosundan , $F_1:n_1 - 1 = 17$ SD ve $n_2 - 1 = 12$ SD ve $F_2:n_2 - 1 = 12$ SD ve $n_1 - 1 = 17$ SD için değerler:
- 17 ve 12 için F_1 değeri: Tabloda 17 yok en yakın değer 15 bu nedenle 15'e bakılır. $F_1 = 2.62$. benzer şekilde $F_2:17$ ve 12 için $F_2 = 2.38$ dir.

Güven Aralığı: σ_1^2/σ_2^2

- Populasyon varyanslarının oranları %90 zamanlarda $(.019)/(.049)(1/2.62)$ ile $(.019)/(.049)(2.38)$ aralığındadır.
- veya $(.15, .92)$ aralığındadır.

Normal Dağılıma Sahip İki Populasyonun Ortalamalarının Farkları İçin Güven Aralığı Oluşturulması

- Uygun Örnek Çiftlerine İlişkin Güven Aralığı Oluşturulması:
- Ortalamaları μ_1 ve μ_2 ve varyansları σ_1 ve σ_2 olan normal dağılıma sahip iki populasyonun her birinden rastsal yöntemle n (eşit) sayıda gözlemden oluşan iki ayrı örnek seti elde edilmiş olsun. Oluşturulan bu iki örnek setinde yer alan gözlemlerin birbirleri ile uyumlu olmaları durumunda eşleştirilebilmeleri ve farkları için ortalamaları

Normal Dağılıma Sahip İki Populasyonun Ortalamalarının Farkları İçin Güven Aralığı Oluşturulması

- Güven aralığı şu formülle belirlenir

$$\bar{d} - \frac{t_{n-1, \alpha/2} S_d}{\sqrt{n}} < \mu_1 - \mu_2 < \bar{d} + \frac{t_{n-1, \alpha/2} S_d}{\sqrt{n}}$$

Ortalamaların Farkları İçin Güven Aralığı

Ortalamaları μ_1 ve μ_2 olan normal dağılıma sahip iki populasyonun her birinden rassal yöntemle $n = 5$ gözlemden oluşan örnek setleri aşağıdaki gibidir:

n_1	n_2
x_i	y_i
22	12
32	16
52	17
39	62
48	40

Populasyon ortalamalarının farkları için %95'lik güven aralığı oluşturunuz.

Ortalamaların Farkları İçin Güven Aralığı

n_1	n_2	Farklar	
x_i	y_i	d_i	d_i^2
22	12	10	100
32	16	16	256
52	17	17	289
39	62	-30	900
48	40	8	64
		$\Sigma d_i = 21$	$\Sigma d_i^2 = 160$
			9

Ortalamaların Farkları İçin Güven Aralığı

- Yukarıdaki uygun örnek çiftlerinin farklarına ait ortalama ve varyans şöyle hesaplanır:

Ortalama:

$$= \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = \frac{1}{5} (21) = 4.2$$

Varyans:

$$S_d^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n d_i^2 - n\bar{d}^2 \right)$$
$$= \frac{1}{4} [1609 - (5)(4.2)^2] = 380.2$$

$$S_d = \sqrt{380.2} = 19.50$$

Ortalamaların Farkları İçin Güven Aralığı

%95'lik güven aralığı şöyle oluşturulur:

$$\bar{d} - \frac{t_{n-1, \alpha/2} S_d}{\sqrt{n}} < \mu_1 - \mu_2 < \bar{d} + \frac{t_{n-1, \alpha/2} S_d}{\sqrt{n}}$$

formülde $t_{n-1, \alpha/2}$ n-1 serbestlik derecesinde $\alpha/2$ için t-dağılımı tablosundan elde edilen değerdir.

Ortalamaların Farkları İçin Güven Aralığı

$$t_{n-1, \alpha/2} = t_{4, 0.025} = 2.776$$

$$4.2 \pm \frac{(2.776)(19.50)}{\sqrt{5}} \Rightarrow 19.96 < \mu_1 - \mu_2 < 28.36$$

Yorum:

Oluşturulan bu aralık %95 olasılıkla populasyon ortalamalarının farklarını kapsamaktadır.

Populasyonun Ortalamalarının Farkları İçin Güven Aralığı Oluşturulması

- Güven aralığı: populasyon varyansı biliniyor

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Normal Dağılıma Sahip İki Bağımsız Populasyonun Ortalamalarının Farkları İçin Güven Aralığı Oluşturulması

● Örnek

Aşağıda yer alan verileri kullanarak populasyon ortalamalarının farkları için istenen güven düzeyinde güven aralığı oluşturunuz.

Veriler:

$$\bar{x}_1 = 555 \quad n_1 = 55 \quad S_1^2 = 28$$

$$\bar{x}_2 = 888 \quad n_2 = 88 \quad S_2^2 = 42$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

Normal Dağılıma Sahip İki Bağımsız Populasyonun Ortalamalarının Farkları İçin Güven Aralığı Oluşturulması

Çözüm

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$
$$(888 - 555) - 1.96 \sqrt{\frac{28}{55} + \frac{42}{88}} < \mu_1 - \mu_2 < (888 - 555) + 1.96 \sqrt{\frac{28}{55} + \frac{42}{88}}$$
$$331.05 < \mu_1 - \mu_2 < 334.95$$

Normal Dağılıma Sahip İki Bağımsız Populasyonun Ortalamalarının Farkları İçin Güven Aralığı Oluşturulması

- Güven aralığı: örnek varyansı biliniyor

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

Normal Dağılıma Sahip İki Bağımsız Populasyonun Ortalamalarının Farkları İçin Güven Aralığı Oluşturulması

- Güven aralığı: populasyon varyansı bilinmiyor ve $n < 30$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{n_1 + n_2 - 2, \alpha/2} S \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{(n_1)(n_2)}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{n_1 + n_2 - 2, \alpha/2} S \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{(n_1)(n_2)}}$$

Dikkat Edilecek Noktalar

- Nokta tahmini ile birlikte aralık tahmini de belirtilmeli
- Güven düzeyi belirtilmeli
- Örnek sayısı belirtilmeli
- Sonuçla ilgili yorum yapılmalı