

İstatistik 2

Bölüm 10

İki Faktör Varyans Analizi (Parametrik)

İki Faktör Varyans Analizi

- ◉ İki faktör varyans analizinde
 - > Bağımlı değişkene ait iki faktör analiz edilmektedir
 - Örnek: Kola dolum tesisinde karbonlama oranı ve dolum hızı
 - > İki faktörün farklı seviyelerdeki ilişkileri
 - Örnek: karbonlama derecesi dolum hızı ile ilişkili mi?

İki Faktör Varyans Analizi

◉ Varsayımlar:

> Normalite

- Populationlar normal dağılıma sahip

> Varyansların homojenliği

- Populationlar eşit varyansa sahip

> Hataların bağımsız olduğu

- Örnekler birbirinden bağımsız rassal olarak oluşturulmakta

İki Faktör Varyans Analizi

Toplam Sapma



İki Faktör Varyans Analizi

Toplam Sapma

$r =$ A'nın düzey sayıları

$c =$ B'nin düzey sayıları

$n' =$ Her bir hücrenin değer sayıları

$n =$ Toplam gözlem sayısı

$X_{ijk} =$ A'nın i ve B'nin j inci seviyeleri için k . değer

Toplam Sapma

$$SST = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^{n'} \left(X_{ijk} - \bar{\bar{X}} \right)^2$$

Genel Kareler Toplamı

= **Gözlem değerlerinin tamamının genel ortalamadan sapmaları**

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^{n'} X_{ijk}}{rcn'} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^{n'} X_{ijk}}{n}$$

= **Genel Ortalama**

A Faktörünün Sapması

$$SSA = cn' \sum_{i=1}^r \left(\bar{X}_{i\bullet\bullet} - \bar{\bar{X}} \right)^2$$

Faktör A'nın sapması
= A'nın ortalamasının genel
ortalamadan sapmasının
karelerinin A'nın seviye ve hücre
sayıları ile çarpımı

B Faktörünün Sapması

$$SSB = rn' \sum_{j=1}^c \left(\bar{X}_{\cdot j \cdot} - \bar{\bar{X}} \right)^2$$

Faktör B'nin sapması
= B'nin ortalamasının genel
ortalamadan sapmasının
karelerinin B'nin seviye ve hücre
sayıları ile çarpımı

Karşılıklı Etkileşim Sapması

$$SSAB = n' \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \left(\bar{X}_{ij\bullet} - \bar{X}_{i\bullet\bullet} - \bar{X}_{\bullet j\bullet} + \bar{\bar{X}} \right)^2$$

A ve B'nin karşılıklı etkileşimi sonucu oluşan kareler toplamı
= Faktör A ve B'nin birlikte etkileri

Rassal Hata

$$SSE = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^{n'} \left(X_{ijk} - \bar{X}_{ij\bullet} \right)^2$$

Hata karelerinin toplamı (Sum of Squares Error)

= her bir hücrede bulunan gözlemin o hücrenin ortalamasından farklarının

toplamı

F İstatistiği

$H_0: \mu_{1.} = \mu_{2.} = \dots = \mu_{r.}$ *Faktör A için F Test*

$H_1: \mu_{i.}$ lerin hepsi eşit değil

$$F = \frac{MSA}{MSE} \quad MSA = \frac{SSA}{r-1}$$

Reject if $F > F_U$

$H_0: \mu_{.1} = \mu_{.2} = \dots = \mu_{.c}$ *Faktör A için F Test*

$H_1: \mu_{.j}$ lerin hepsi eşit değil

$$F = \frac{MSB}{MSE} \quad MSB = \frac{SSB}{c-1}$$

Reject if $F > F_U$

$H_0: AB_{ij} = 0$ (for all i and j) *Karşılıklı etki için F Test*

$H_1: AB_{ij} \neq 0$

$$F = \frac{MSAB}{MSE} \quad MSAB = \frac{SSAB}{(r-1)(c-1)}$$

Reject if $F > F_U$

İki Faktör ANOVA Özet Tablo

Değişimin kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Ortalama Kare	F İstatistiği
Faktör A (satır)	$r - 1$	SSA	$MSA = SSA / (r - 1)$	MSA / MSE
Faktör B (sütun)	$c - 1$	SSB	$MSB = SSB / (c - 1)$	MSB / MSE
AB (birleşik)	$(r - 1)(c - 1)$	$SSAB$	$MSAB = SSAB / [(r - 1)(c - 1)]$	$MSAB / MSE$
Hata	$r \cdot c \cdot (n' - 1)$	SSE	$MSE = SSE / [r \cdot c \cdot (n' - 1)]$	
Toplam	$r \cdot c \cdot n' - 1$	SST		

İki Faktör ANOVA F Test

- Serbestlik dereceleri eklenmekte
 - > $rcn' - 1 = rc(n' - 1) + (c - 1) + (r - 1) + (c - 1)(r - 1)$
 - > Toplam = hata + sütun + satır + birleşik
- F testinin paydası her zaman eşit ancak payı değişmektedir