

İstatistik 2

Bölüm 12

Faktör Analizi

Ankara Üniversitesi, SBF İstatistik 2 Ders Notları Prof. Dr. Onur Özsoy

1

Faktör Analizi

- Bölüm İçeriği
- 1) Genel Bakış
- 2) Temel Kavramlar
- 3) Faktör Analizi Modeli
- 4) Faktör Analizi ile İlişkili İstatistikler

Faktör Analizi

- 5) Faktör Analizi
- i. Problemin Formülasyonu
- ii. Korelasyon Matrisinin Yapısı
- iii. Faktör Analizi Yöntemi
- iv. Faktörlerin Sayısı
- v. Faktörlerin Rotasyonu
- vi. Faktörlerin yorumlanması
- vii. Faktör Puanları
- viii. Modelin Uygunluğu
- ii. Faktör analizi, veri azaltma ve özetleme için kullanılan bir yöntemdir.
- iii. Bir karşılıklı etkileşim tekniğidir: bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında bir ayırım yoktur.

Faktör Analizi

- iv. Faktör analizi aşağıdaki durumlarda kullanılır:
 - i. Bir değişkenler dizisi arasındaki korelasyonları açıklayan temel özellikleri veya faktörleri tanımlamak.
 - Başlangıçta bir birleri ile ilişkili değişkenlerin orijinal setini değiştirmek için yeni, daha küçük, ilişkisiz değişkenler tanımlamak.

Faktör Analizi Modeli

- Faktör Analizi Modeli
- Her değişken, faktörlerin doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edilir. Faktörler bazı ortak faktörler artı benzersiz bir faktörden oluşmaktadır.

Faktör Analizi Modeli

- Faktör modeli şu şekilde gösterilir:
- $X_i = A_{i1}F_1 + A_{i2}F_2 + A_{i3}F_3 + \dots + A_{im}F_m + V_iU_i$
-
- denklemde
-
- X_i = standize edilmiş değişken
- A_{ij} = ortak faktör j üzerinde standartlaştırılmış çoklu reg katsayısı
- F_j = ortak faktör j
- V_i = tek faktörde varyansın standart reg katsayısı
- U_i = i inci değişken için eşsiz faktör
- m = ortak faktörlerin sayısı

Faktör Analizi Modeli

- Birinci faktör grubu (faktör skoru katsayıları), birinci faktörün toplam varyansın en büyük kısmını açıklayacak şekilde seçilir.
- Daha sonra ikinci bir ağırlık seti seçilebilir, böylece ikinci faktör, birinci faktörle ilişkisiz, kalan varyansın çoğunu açıklar.
- Aynı ilke, ek faktörler için ek ağırlıkların seçilmesi için de geçerlidir.

Faktör Analizi Modeli

- Ortak faktörlerin kendileri gözlenen değişkenlerin doğrusal kombinasyonları olarak ifade edilebilir.
- $F_i = W_{i1}X_1 + W_{i2}X_2 + W_{i3}X_3 + \dots + W_{ik}X_k$
- Denklemden:
- $F_i = i$ inci faktörün tahmini
- $W_i =$ ağırlık veya faktör puanı katsayısı
- $k =$ değişken sayısı

Faktör Analizi ile İlişkili İstatistikler

- Bartlett'in küresellik testi (**Bartlett's test of sphericity**). Bartlett'in küresellik testi, değişkenlerin popülasyonda ilişkisiz olduğu hipotezini test etmek için kullanılır (yani popülasyon düzeltme matrisi bir birim matrisdir).
- Korelasyon matrisi. Bir korelasyon matrisi, analize dahil edilen tüm olası değişken çiftleri arasındaki basit korelasyonları gösteren bir alt üçgen matriksidir. Köşegen elemanların hepsi 1'dir.
- communality. Herhangi bir değişkenin diğer değişkenler ile paylaştığı varyanstır. Bu, ortak faktörlerin açıkladığı varyans oranıdır.
- Özdeğer (**Eigenvalue**). Her bir faktörün açıkladığı toplam varyansı temsil eder.

Faktör Analizi ile İlişkili İstatistikler

- Faktör yükleri. Değişkenler ve faktörler arasındaki korelasyonlar.
- Faktör matrisi. Bir faktör matrisi, tüm değişkenlerin tüm faktörler üzerindeki yüklerini içerir.
- Faktör puanları. Faktör skorları, her bir katılımcı için türetilen faktörler için tahmin edilen bileşik puanlardır.
- Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) örnekleme yeterliliği ölçüsü. Faktör analizinin uygunluğunu incelemek için kullanılır. Yüksek değerler (0,5 ve 1,0 arasında) örneklemin uygunluğunu gösterir. 0,5'in altındaki değerler ise örneklemin uygun olmadığı anlamına gelir. KMO istatistiği 0,5 ile 0,7 arasında ise örneklem vasat; 0,7 ile 0,8 arasında ise iyi; 0,8 ile 0,9 arasında ise çok iyi; 0,9 ile 0,99 arasında ise örneklemin uygunluğunun mükemmel olduğu kabul edilir.
- Varyans yüzdesi. Her bir faktöre atfedilen toplam varyansın yüzdesi.
- Scree grafiği. Scree grafiği, öznelik sırasındaki faktör sayısına karşı Özdeğerin bir çizimidir.

Problemin Formüle Edilmesi

- Problemin Formüle Edilmesi
- • Faktör analizinin amaçları tanımlanmalıdır.
- • Faktör analize dahil edilecek değişkenler belirtilmelidir. Değişkenler bir aralık veya oran ölçeğinde ölçülmelidir.
- • Uygun bir örnek boyutu kullanılmalıdır. Kabaca, değişkenlerin en az dört veya beş katından daha fazla gözlem (örnek büyüklüğü) olmalıdır.

Problemin Formüle Edilmesi

- Korelasyon Matrisini Oluşturun
- Analitik süreç, değişkenler arasındaki bir korelasyon matrisine dayanır.
- Bartlett'in küresellik testi reddedilmezse, faktör analizi uygun değildir.
- Örneklem yeterliliğinin Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) ölçüsü küçük ise (0,5'in altında ise), değişken çiftleri arasındaki korelasyonlar diğer değişkenlerle açıklanamaz ve faktör analizi uygun olmayabilir.

Faktör Analizi Metotunu Belirleme

- Temel bileşenler analizinde (**Principal components analysis**), verilerin toplam varyansı dikkate alınır.
- Verilerdeki maksimum varyansı hesaplayabilecek minimum faktör sayısını belirlemek için kullanılır.
- Ortak faktör analizinde, faktörler sadece ortak varyansa dayalı olarak tahmin edilmektedir.
- Toplulaştırmalar (Communalities), bağıntı matrisinin köşegenine eklenir.
- Ortak varyans odak noktası olduğunda temel boyutları tanımlamak için kullanılır ve

Faktörlerin sayısını belirleme

- Ön bilgi kullanılarak faktörlerin öncelikli olarak belirlenmesi.
- • Özdeğerlere Dayalı Belirleme. Sadece 1.0'dan büyük özdeğerleri olan faktörler korunur.
- • Scree grafiğine Dayalı Belirleme. Scree grafiği, öznitelik sırasındaki faktör sayısına karşı özdeğerin bir çizimidir. Çizgi grafiğinin inişinin bittiği ve çizginin düzleştiği nokta, gerçek faktör sayısını gösterir.
- • Varyans Yüzdesine Göre Belirleme.

Faktörlerin Dönmesi (Rotasyonu)

- Rotasyon yoluyla elde edilen faktör matrisi, yorumlanması daha kolay olan daha basit bir şekle dönüştürülür.
- Rotasyondan sonra, her faktörün sadece bazı değişkenler için sıfır veya anlamlı olmayan yüklemeleri olmalıdır. Her bir değişken, eğer mümkünse sadece bir tane olmak üzere, sadece birkaç faktörle sıfır veya önemli yüklemelere sahip olmalıdır.
- Eksenler sağ açılarda tutulursa dönüş ortogonal rotasyon olarak adlandırılır.
- Varimax prosedürü. Eksenler dik açılarda tutulur. Bu rotasyon için en yaygın yöntemdir.
- Bir faktör üzerindeki yüksek yükler ile değişken sayısını en aza indiren ortogonal dönüş yöntemi.

Faktörlerin Dönmesi (Rotasyonu)

- -Ortogonal rotasyon, ilişkisiz faktörlerle sonuçlanır.
- Eğik rotasyon (**Oblique rotation**).
Eksenler sağ açılarda korunmaz
- -Faktörler korelasyonludur.
- Popülasyondaki faktörlerin güçlü bir korelasyon göstermesi durumunda -
Oblique rotasyonu kullanılmalıdır.

Faktörleri yorumlamak

- Bir faktör, üzerine yüklenen değişkenler açısından yorumlanabilir.
- Yorumlamada bir başka yararlı yöntem, faktör yüklerini koordinat olarak kullanarak değişkenleri çizmektir. Bir eksenin sonundaki değişkenler, sadece bu faktör üzerinde yüksek yüklere sahip olan ve dolayısıyla faktörü açıklayanlardır.
- Faktör Puanlarının Hesaplanması
- i inci faktörü için faktör puanları aşağıdaki gibi tahmin edilebilir:
-
- $F_i = W_{i1} X_1 + W_{i2} X_2 + W_{i3} X_3 + \dots + W_{ik} X_k$
-

Doğru Modelin Belirlenmesi

- Değişkenler arasındaki korelasyonlar, değişkenler ve faktörler arasındaki tahmini korelasyonlardan çıkarılabilir.
- Modelin uygunluğunu belirlemek için gözlemlenen korelasyonlar (giriş korelasyon matrisinde) ve çoğaltılan korelasyonlar (faktör matrisinden tahmin edilen) arasındaki farklar incelenebilir. Bu farklılıklara artıklar denir.