

yeryüzünde oluşturacağı gerilim değerleri hesaplanabilir. Daha sonra aşağıdaki formül kullanılarak görünür özdirenç hesaplanır.

$$\rho_a = K \frac{\Delta\phi}{I} \quad K = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN}\right)} \quad (1.34)$$

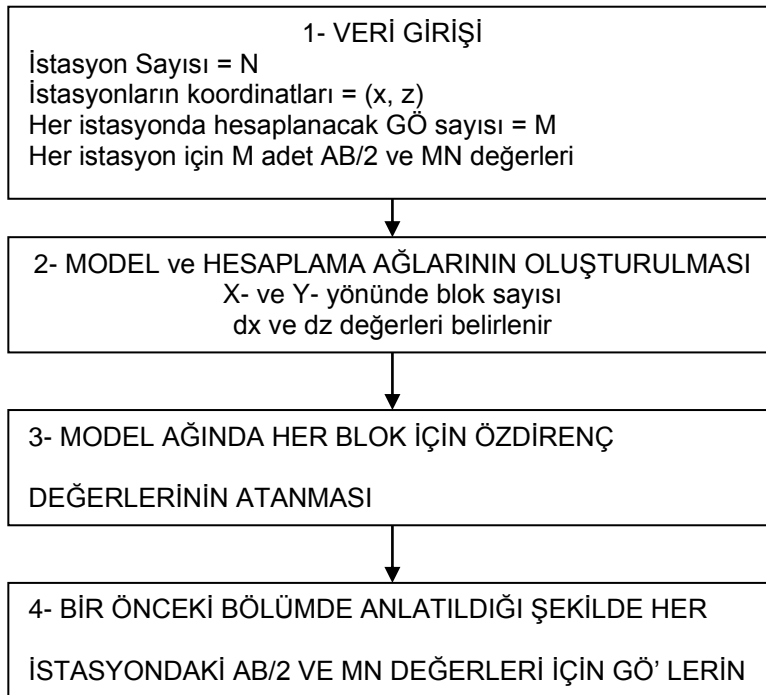
Burada K geometrik faktör olarak isimlendirilir ve uzaklık boyutundadır. Hesaplanan gerilim farkı elektrodlar arasındaki uzaklığa, yere uygulanan akıma ve homojen ortamın özdirencine bağlıdır. Fakat gerçekte yer homojen değildir ve arazide ölçülen gerilim farkı ($\Delta\phi$) kullanılarak (1.34) denkleminde hesaplanan özdirenç; Görünür Özdirenç (GÖ) olarak adlandırılır. GÖ, jeolojik yapının şekline, özdirencine ve kullanılan elektrod dizilimine bağlıdır. GÖ tanımlamasına göre; ortam homojen ve izotrop ise ölçülen GÖ ortamın özdirencine eşit olmalıdır. Tabakalı bir ortamda GÖ eğrisi AB/2' nin küçük değerleri için birinci tabakanın özdirencine, AB/2' nin büyük değerleri için son tabakanın özdirencine asimtot olmalıdır. Ayrıca GÖ, AB/2 nin ara değerlerinde de ara tabakaların özdirencine yakın olmalıdır (Spies and Eggers 1986, Başokur 1994).

Arazide ölçülen gerilim farkları, homojen ve izotrop ortama ait olmadığından bundan sonraki bölümlerde GÖ kavramı ($\rho_a = \rho$) kullanılacaktır.

7.4. DAÖ Yönteminde, 2-B Modelleme Uygulaması için Yararlı Bilgiler

2-B modelleme iki amaç için kullanılabilir. Birincisi, öngörülen bir jeolojik yapı üzerinde DAÖ ölçümlerinin nasıl olacağını görmek. Bu eskiden, hesaplanan ve arazide ölçülen GÖ değerlerini karşılaştırarak (deneme yanılma yöntemi) jeolojik modeli kestirmek için yapıldı. İkincisi, 2-B ters çözüm' de her yineleme için kuramsal görünür özdirençleri hesaplamak. Günümüzde daha çok ikinci amaç için 2-B modelleme' den yararlanılmaktadır.

Buraya kadar DAÖ yönteminde 2-B modellemenin kuramsal temelleri verilmiştir. Burada ise uygulamada 2-B modellemenin nasıl yapıldığı Şekil 1.7' de verilen algoritmaya göre izleyen şekilde yapılır.



Şekil 1.7. DAÖ yönteminde 2-B modellemede izlenen adımları gösteren akış şeması.

Bir profil boyunca istasyon koordinatları ve her istasyonda seçilen elektrod dizilimi için GÖ değerlerinin hesaplanacağı AB/2 ve MN değerleri okunur. Örnek veri dosyası Tablo 1.1' de görülmektedir

Tablo 1.1. 2-B modellemede kullanılan örnek veri dosyası

9	(İstasyon Sayısı)			
1	5	10.0	0.0	(İstasyon No. , ölçü sayısı, x-koordinatı ve z-koordinatı)
No	AB/2	MN		
1	3	1		
2	5	1		
3	7	1		
4	8	1		
5	11	1		
2	6	20.0	0.0	(İstasyon No. , ölçü sayısı, x-koordinatı ve z-koordinatı)
No	AB/2	MN		
1	3	1		
2	5	1		
3	7	1		
4	8	1		
5	11	1		
6	13	1		
.				
.				
.				
10	5	90.0	0.0	(İstasyon No. , ölçü sayısı, x-koordinatı ve z-koordinatı)
No	AB/2	MN		
1	3	1		
2	5	1		
3	7	1		
4	8	1		
5	11	1		

Bir düşey elektrik sondajı ölçüsünde, AB/2 mesafesi birkaç metreden yüzlerce metreye kadar seçilebilir. 2-B modelleme yaparken yanyana birden fazla istasyonun tanımlanacağı bir ağ düzenlemek ve bu ağı kullanarak düz çözümün yapılması çok büyük bellek kapasitesi olan çok hızlı bilgisayarları gerektirir. Bu nedenle iki ağ kullanılmaktadır. Bunlardan birisi model ağı (Model Mesh) (Şekil 1.8.a), diğeri ise sonlu elemanlar hesaplama ağıdır (Finite Element Calculation Mesh) (Şekil 1.8.b). Model ağına, özdirenç değeri bulunacak bloklar ve bu blokların boyutları tanımlıdır. Programda bu ağ oluşturulurken yanal yönde her istasyon arasına bir blok otomatik olarak yerleştirilir. Düşey yönde blok derinlikleri, ise sonlu elemanlar hesaplama ağındakine eşit olacak şekilde logaritmik olarak artmaktadır. Model ağı istasyon sayısı, istasyonlar arasındaki mesafe ve GÖ değerlerinin hesaplanacağı AB/2 ve MN değerleri gözönünde bulundurularak oluşturulur. Bu değerler kullanılarak Model ağı için x- ve z- yönündeki blok sayısı ile bu bloklarının boyutları (dx ve dz değerleri) tanımlanır. Tablo 1.2' de model ağı ile ilgili örnek bir dosya görülmektedir.

Sonlu elemanlar hesaplama ağı ise düz çözüm yapılırken kullanılan ve elemanların tanımlandığı ağıdır. Bu ağ, 2-B modellemede bir istasyon için kullanılır. GÖ değerlerinin hesaplanacağı istasyon, hesaplama ağı'nın merkezinde olacak şekilde, model ağı

hesaplama ağının üzerine konur. Hesaplama ağı' nın elemanlarına, her elemana karşılık gelen model ağındaki blok' ların özdirenç değerleri atanır.

Modelleme programının doğru sonuç vermesi için hesaplama ağı aşağıdaki kurallara uygun oluşturulmalıdır.

- a- Ağın merkezinde x- ve z-yönünde blok aralığı, en küçük MN değerinden küçük olmalıdır.
- b- Yanal ve düşey yönde, hücre aralıkları ardarda gelen iki AB/2 değerinin tek bir hücre içine düşmeyecek şekilde belirlenmelidir.
- c- Sınır koşullarının uygulanabilmesi için ağın sol-sağ ve alt sınırına yaklaştıkça hücrelerin boyutları logaritmik olarak artırılmalıdır.

Bu koşullar gözönüne alınarak oluşturulan model ve hesaplama ağları, test edilmelidir. Test işlemi için, model ağında bütün blok özdirençleri aynı alınır (homojen yarısonsuz model). GÖ tanımına göre homojen ortamda, ölçülen GÖ, ortamın özdirençine eşit olmalıdır. Örneğin, bütün blok özdirençlerinin 100 ohm-m alınması durumunda, düz çözüm sonucu hesaplanan GÖ değerleri en fazla %5 hata ile (95-105 ohm-m arasında) 100 ohm-m civarında olmalıdır. Eğer hata oranı daha yüksek ise model ve hesaplama ağı tekrar gözden geçirilmelidir. Ancak bu testi geçtikten sonra, istenen model için 2-B düz çözüm yapılmalıdır. Bu testin yapılmaması durumunda yanlış sonuçlar elde edilebilir.

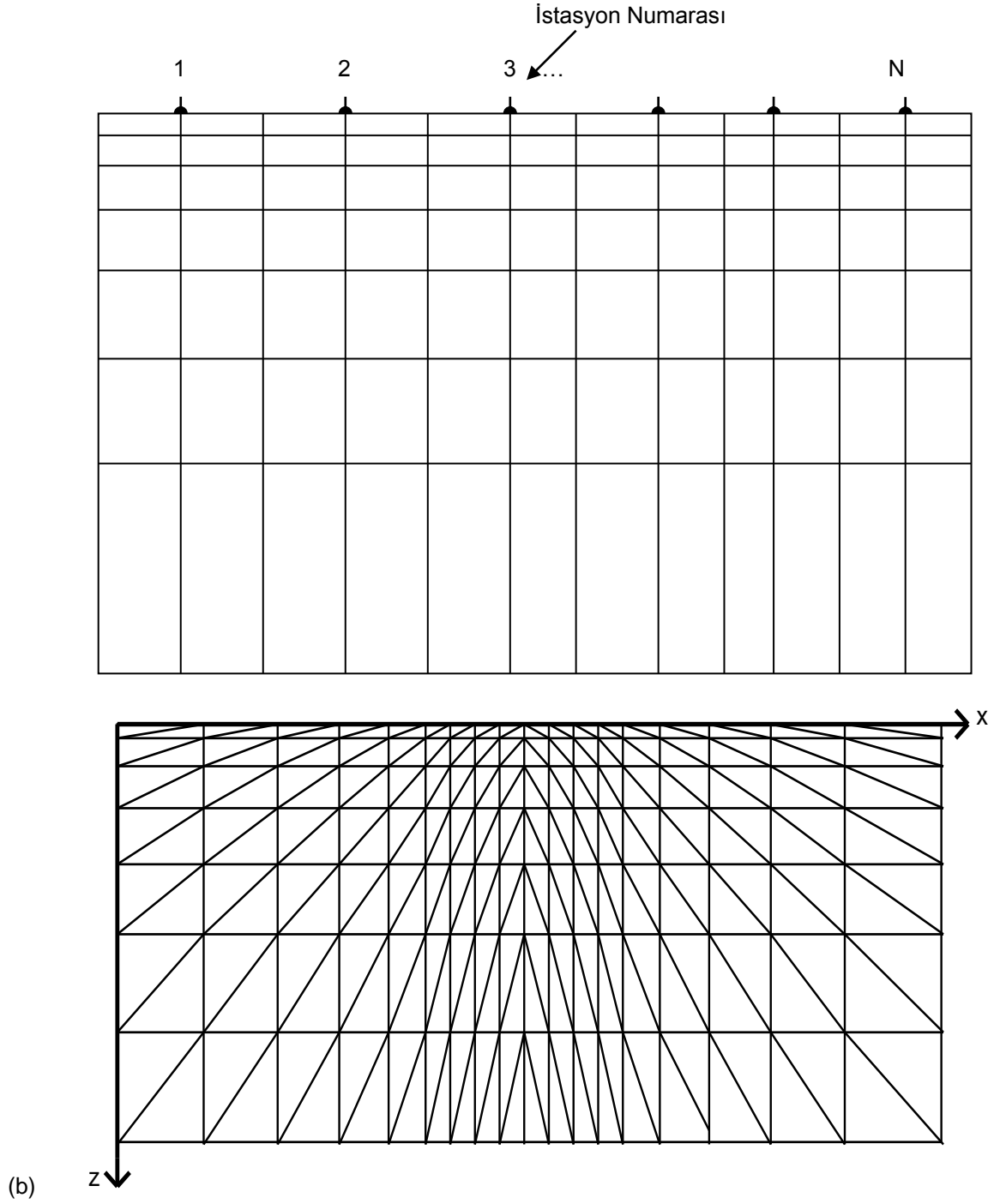
Günümüzde, model ve hesaplama ağı otomatik oluşturulmaktadır. Ayrıca model ağındaki blok özdirençleri grafik arayüzü programları ile kolayca oluşturulabilmektedir. Ancak yinede yukarıda sözü edilen testin yapılması şarttır.

Tablo 1.2. Model ağı bilgilerini içeren örnek veri dosyası.

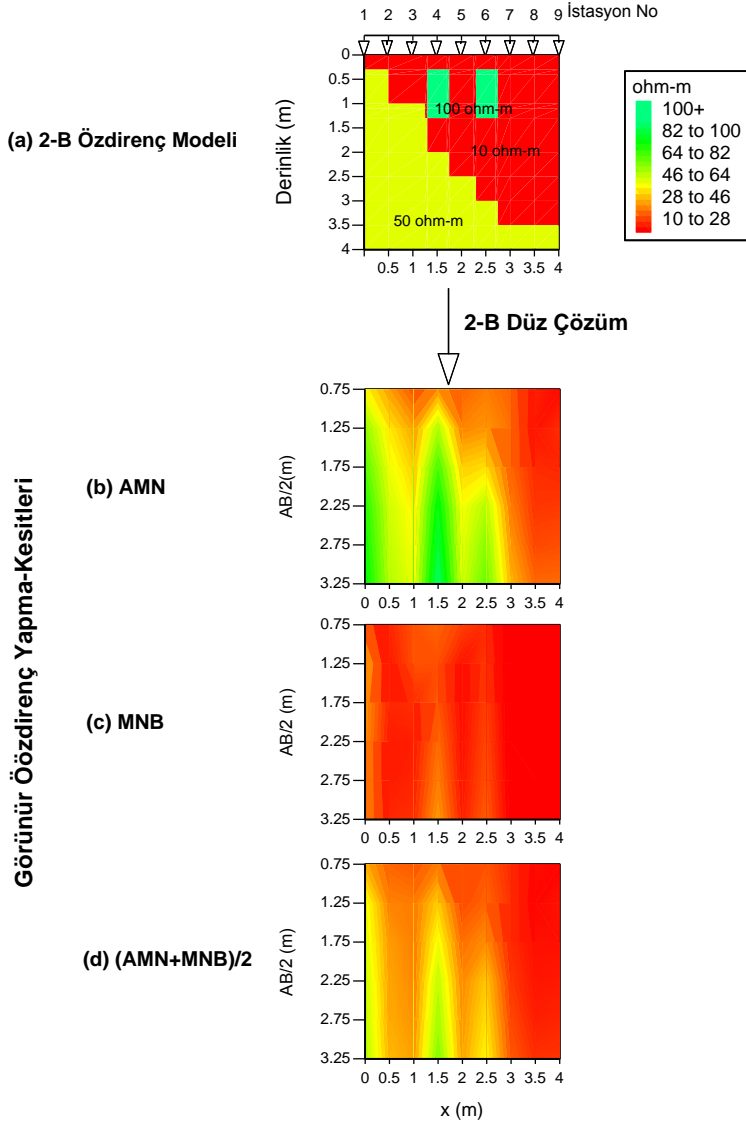
NX	NZ	(x- ve z-yönünde blok sayısı)
18	12	
DX		(x-yönünde blok kalınlıkları)
5	5	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
DZ		(z-yönünde blok kalınlıkları)
0.2	0.3	0.5 1 1 1 1 1 1 2 6 18
Model Ağı (18x12 blok)		
1	1	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1	1	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
10	10	11 11 12 12 13 13 14 14 15 15 16 16 17 17 18 18
10	10	11 11 12 12 13 13 14 14 15 15 16 16 17 17 18 18
19	19	20 20 21 21 22 22 23 23 24 24 25 25 26 26 27 27
19	19	20 20 21 21 22 22 23 23 24 24 25 25 26 26 27 27
28	28	29 29 30 30 31 31 32 32 33 33 34 34 35 35 36 36
28	28	29 29 30 30 31 31 32 32 33 33 34 34 35 35 36 36
37	37	38 38 39 39 40 40 41 41 42 42 43 43 44 44 45 45
37	37	38 38 39 39 40 40 41 41 42 42 43 43 44 44 45 45
46	46	47 47 48 48 49 49 50 50 51 51 52 52 53 53 54 54
46	46	47 47 48 48 49 49 50 50 51 51 52 52 53 53 54 54
NO	RHO	(blok numarası, özdirenç değeri)
1	20.000	
2	20.000	
3	20.000	
.	.	
.	.	
.	.	
53	20.000	
54	20.000	

Yukarıda Tablo 1.1 ve Tablo 1.2 ' de verilen örnek dosyalardaki gibi veri dosyaları hazırlandıktan sonra, bir önceki bölümde anlatıldığı şekilde GÖ' değerlerinin hesaplayan program çalıştırılır. Bu programın sonucunda, Tablo 1.1' de her istasyon için verilen AB/2 ve MN değeri için GÖ değerleri hesaplanır. Örnekte verilen 9 istasyon için elde edilen GÖ değerleri kullanılarak Şekil 1.9' daki gibi GÖ yapma kesiti çizilebilir.

(a)



Şekil 1.8. Doğrusal üçgen elemanlara bölünmüş sonlu elemanlar hesaplama ağı (a) ve model ağı'nın (b) şematik gösterimi (Uchida ve Murakami,1990).



Şekil 1.9. (a) 2-B özdirenç modeli, bu modelden 2-B düz çözüm sonucu (b) AMN, (c) MNB ve (d) $(AMN+MNB)/2$ GÖ yapma-kesitleri.

8. DAÖ VERİLERİNİN 2B ve 3B TERS ÇÖZÜMÜ

Ters çözüm, bir veriden, bu veriyi elde etmemizi sağlayan matematiksel modelin parametrelerini hesaplamak şeklinde tanımlanabilir. Genel olarak jeofizik problemler doğrusal değildir. Burada doğrusal olmayan problemlerin çözümünde kullanılan Yuvarlatılmış Sönümlü En-küçük kareler (smoothing) veya OCCAM olarak bilinen ters çözüm algoritması ile DAÖ verilerinin 2-B ters çözümü anlatılacaktır.

DAÖ yönteminde ters çözüm yaparken, yerinde özdirençlerin geniş aralıkta değişmesinden dolayı veri ve parametre uzayında logaritmlar alınır. 2-B ters çözümde bir doğrultu boyunca birden fazla istasyonda ölçülmüş görünür özdirenç verileri kullanılır. M adet parametre ve N adet ölçülen verinin logaritmları

$$\begin{aligned} P_i &= \log p_i, \quad i=1, \dots, M \\ d_j &= \log \rho_{aj}, \quad j=1, \dots, N \end{aligned} \quad (2.1)$$

şeklinde gösterilsin. Burada, p_i parametreleri (blok özdirençlerini), P_i parametrelerin logaritmasını, ρ_{aj} ise ölçülen görünür özdirenç verilerini ve P_i ise bu GÖ değerlerinin logaritmasını temsil etmektedir. Ölçülen veri ($d_j^{\text{Ölç.}}$) ile hesaplanan veri ($d_j^{\text{Hes.}}$) arasındaki hata enerjisi (E)

$$E = \sum_{j=1}^N \left(d_j^{\text{Ölç.}} - d_j^{\text{Hes.}}(x) \right)^2 \quad (2.2)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir. $d_j(P_i)$ fonksiyonunun parametreler (P_i) ile olan ilişkisini doğrusallaştırmak için Taylor serisine açılırsa ve yüksek dereceli terimler ihmal edilirse

$$d_j(P^k) = d_j(P^{(k-1)}) + \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial d_j}{\partial P_i} \right)_{P^{(k-1)}} \Delta P_i^{(k)}, \quad j=1, 2, \dots, N \quad (2.3)$$

elde edilir. Burada "k" yineleme (iteration) numarasıdır. E' yi en-küçükleme için bilinmeyen parametrelere göre kısmi türevler alınarak sıfıra eşitlenir.

$$\frac{\partial E}{\partial P_i} = 0 \quad (2.4)$$

Denklem (2.3) denklem (2.4) de yerine konursa ve bilinmeyen parametrelere (P_i) göre kısmi türevler alınırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial y_j}{\partial P_i} \right)_{P^{(k-1)}} \left\{ d_j^{\text{Ölç.}} - d_j^{\text{Hes.}}(P^{(k-1)}) - \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial d_j^{\text{Ölç.}}}{\partial P_i} \right)_{P^{(k-1)}} \Delta P_i^{(k)} \right\} = 0 \quad (2.5)$$

Yukardaki denklemde ΔP_i çözülür ve dizey formunda aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\Delta \mathbf{P}^{(k)} = \left([\mathbf{A}^{(k-1)}]^T \mathbf{A}^{(k-1)} \right)^{-1} [\mathbf{A}^{(k-1)}]^T \Delta \mathbf{d}^{(k-1)} \quad (2.6)$$

Burada T- dizeyin devriğini (Transpose) göstermektedir. Yukardaki denklemde,

$$\begin{aligned} [\mathbf{A}^{(k-1)}]_{ij} &= \left(\frac{\partial d_j^{\text{Ölç.}}}{\partial P_i} \right)_{P^{(k-1)}}, \\ [\Delta \mathbf{P}^{(k)}]_i &= P_i^{(k)} - P_i^{(k-1)}, \\ [\Delta \mathbf{d}^{(k)}]_j &= d_j^{\text{Ölç.}} - d_j^{\text{Hes.}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

ifade etmektedir. Denklem (2.6) en-küçük kareler veya Gauss-Newton çözümü olarak bilinir. Denklem (2.6)' da $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ dizey çarpımı sonucu tekil (singular) bir dizey elde edilebilir. Bu nedenle köşegen elemanlara bir katsayı eklenerek sönümlü en-küçük kareler çözümü aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Delta \mathbf{P}^{(k)} = \left([\mathbf{A}^{(k-1)}]^T \mathbf{A}^{(k-1)} + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1} [\mathbf{A}^{(k-1)}]^T \Delta \mathbf{d}^{(k-1)} \quad (2.8)$$

elde edilir. Burada λ sönüm faktörü (damping factor) ve \mathbf{I} ise birim dizeydir. Ters çözüm sırasında her yineleme sonunda λ küçülebilir. Fakat, bloklar arası ani özdirenç değişimi veya olmayacak kadar çok yüksek veya çok düşük özdirenç değerlerinden dolayı kaba bir 2-B model elde edilebilir. Elde edilen bu model parametrelerinin düz çözümü ölçülen veri değerlerini sağlayacağı halde bu model gerçek yapıyı yansıtmaz.

Yukardaki gibi belirsizlikleri modelden kaldırmak için Sasaki (1981) denklem (2.8)' e yuvarlatma faktörü (smoothing factor) eklemiştir. Modelden belirsizlikleri kaldırmak için aşağıdaki gibi tanımlanan "Laplacian" süzgeç operatörü kullanılır.

$$\Delta \tilde{P}_i = \alpha_i \left(\Delta P_i^{\text{Sol}} + \Delta P_i^{\text{Sağ}} + \Delta P_i^{\text{Üst}} + \Delta P_i^{\text{Alt}} + 4\Delta P_i \right), \quad i=1, \dots, M \quad (2.9)$$

Burada, Sol,Sağ,Üst ve Alt indisleri i-ninci bloğa komşu olan blokları, α_i ise yuvarlatma faktörünü göstermektedir. Denklem (2.9) tüm bloklar için uygulanırsa

$$\Delta\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{C}\Delta\mathbf{P} \quad (2.10)$$

elde edilir. Burada \mathbf{C} , MxM boyutlu yuvarlatma faktörlerini içeren kare dizeydir. \mathbf{C}^T ile yukardaki denklemi çarpıp, sonucu (2.3.12) denklemine eklersek

$$\Delta\mathbf{P}^{(k)} = \left(\left(\mathbf{A}^{(k-1)} \right)^T \mathbf{A}^{(k-1)} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C} \right)^{-1} \left[\mathbf{A}^{(k-1)} \right]^T \Delta\mathbf{d}^{(k-1)} \quad (2.11)$$

elde edilir. Bu çözüm yuvarlatılmış sönümlü en-küçük kareler ters çözümü (smoothing or OCCAM inversion) olarak bilinir.

Burada kısmi türev ifadesi ($\partial d_j / \partial P_i$), gerçel verinin logaritmik hesabından aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{\partial d_j}{\partial P_i} = \frac{p_i}{\rho_{aj}} \frac{\partial \log \rho_{aj}}{\partial \log p_i} \quad (2.12)$$

Ters çözüm' ün ilk adımında, önkestirim parametreleri ile düz çözüm yapılır. Bu konu bir önceki bölümde anlatılmıştır. Hesaplanan veri ile ölçülen veri kullanılarak hata (misfit) ($\Delta d^{(1)}$) hesaplanır. Ayrıca Jakobiye dizeyin elemaları olan, verinin parametrelere göre kısmi türevleri de ($\partial d_j / \partial P_i$) düz çözüm sırasında hesaplanır. Elde edilen değerler, denklem (2.11)' de yerine konarak $\Delta\mathbf{P}^{(2)}$ değeri çözülür ve bu değer kullanılarak yeni parametre aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\mathbf{p}_i^{(2)} = \mathbf{p}_i^{(1)} e^{\left(\Delta P_i^{(2)} \right)}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2.13)$$

Yineleme; hata (misfit), tanımlanan limit' den küçük oluncaya kadar devam eder.

8.1. Kısmi Türevler İçeren Dizeyin Hesaplanması

DAÖ verilerinin 2-B ters çözümü' nde kısmi türevlerin hesaplanması çok zaman almaktadır. Bu nedenle genelde karşılık (reciprocity) teorisinden yararlanır. Bu teoriye göre, yeryüzüne yerleştirilen akım ve gerilim elektrodları birbirinin yerini aldığı anda ölçülen GÖ değeri değişmez. Genel dizey denklemi, L adet düğüm noktası için aşağıdaki gibi yazılabilir.