

$$\sum_{j=1}^L k_{ij} \hat{\phi}_j = s_i, \quad i = 1, \dots, L, \quad (2.14)$$

Burada sırasıyla k_{ij} düğüm noktalarının koordinatlarına bağlı katsayılarıdır ve K dizeyinin (matrix) elemanı, $\hat{\phi}_j$ düğüm noktalarındaki gerilim değerleridir ve v dizeyinin elemanı ve s_i ise düğüm noktalarındaki kaynak terimi ile ilgilidir ve s dizeyinin elemanıdır. Denklem (2.14) ün parametrelere ($p_i, i=1, \dots, M$) göre kısmi türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse, s_i değerlerinin parametrelere göre türevi sıfır olur ve

$$\sum_{j=1}^L k_{ij} \frac{\partial \hat{\phi}_j}{\partial p_i} = - \sum_{j=1}^L \frac{\partial k_{ij}}{\partial p_i} \hat{\phi}_j \quad (2.15)$$

elde edilir. Burada M parametre sayısıdır. Bu denklem dizey formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{v}' = -\mathbf{K}' \cdot \mathbf{v}$$

Burada,

$$[\mathbf{v}']_j = \frac{\partial \hat{\phi}_j}{\partial p_i} \quad \text{ve} \quad [\mathbf{K}']_{ij} = \frac{\partial k_{ij}}{\partial p_i} \quad (2.16)$$

dır. $\partial k_{ij} / \partial p_i$ türevleri sonlu elemanların geometrisinden elde edilebilir. Burada \mathbf{K} dizeyinin ij -nci elemanı, sonlu elemanlar ağındaki m -nci eleman ile ilişkili değilse türev sıfır olur. Denklem (2.13)' nın sağ tarafı, (2.31) denklemindeki kaynak vektörü olarak ele alınır ve buradan \mathbf{K}' dizeyi çözülür. Çözülen değerler \mathbf{v}' vektörü ile çarpılır ve elde edilen değer (2.16) denkleminde eşitlenirse. Buradan \mathbf{K} nın tersi alınarak potansiyel değerlerinin türevleri ($\partial \hat{\phi}_j / \partial p_i$), (x, y, z) ortamında hesaplanabilir. Bu değerlerin ters Fourier cosinus dönüşümü alınarak (x, y, z) uzayında $\partial d_j / \partial \phi(x, y, z)_i$ türev değerleri hesaplanabilir. Daha sonra

$$\rho_{aj} = k \frac{\Delta \phi}{I} \quad \text{ise} \quad \frac{\partial d_j}{\partial p_i} = \frac{p_i}{\rho_{aj}} \frac{\partial \rho_{aj}}{\partial p_i} = \frac{k p_i}{I \rho_{aj}} \frac{\partial \Delta \phi_{aj}}{\partial p_i}$$

elde edilebilir.

8.2. Programın Akış Şeması

Genel olarak ters çözüm programının akış şeması Şekil 2.11' da görülmektedir. Programın akışı maddeler halinde aşağıdaki gibidir.

1-) Ölçülen GÖ verileri okunur. 2-B model, kullanılan maximum $AB/2$ ve istasyonlar arası mesafeye göre düzenlenir.

2-) Sonlu elemanlar algoritmasının varsa sayısal hesaplama hatalarını görmek için homojen yarısonsuz ortamın özdirenci 100 ohm-m için düz çözüm yapılır. Düz çözüm algoritması, GÖ değerlerini, homojen ortamın özdirencinden %2-5 hata ile aynı hesaplar. Hata' nın sebebi Ters Fourier

dönüşümünün tam olarak kullanılmamasıdır. Daha fazla k_y dönüşüm katsayısı kullanılırsa, çözüm daha hassas bulunabilir.

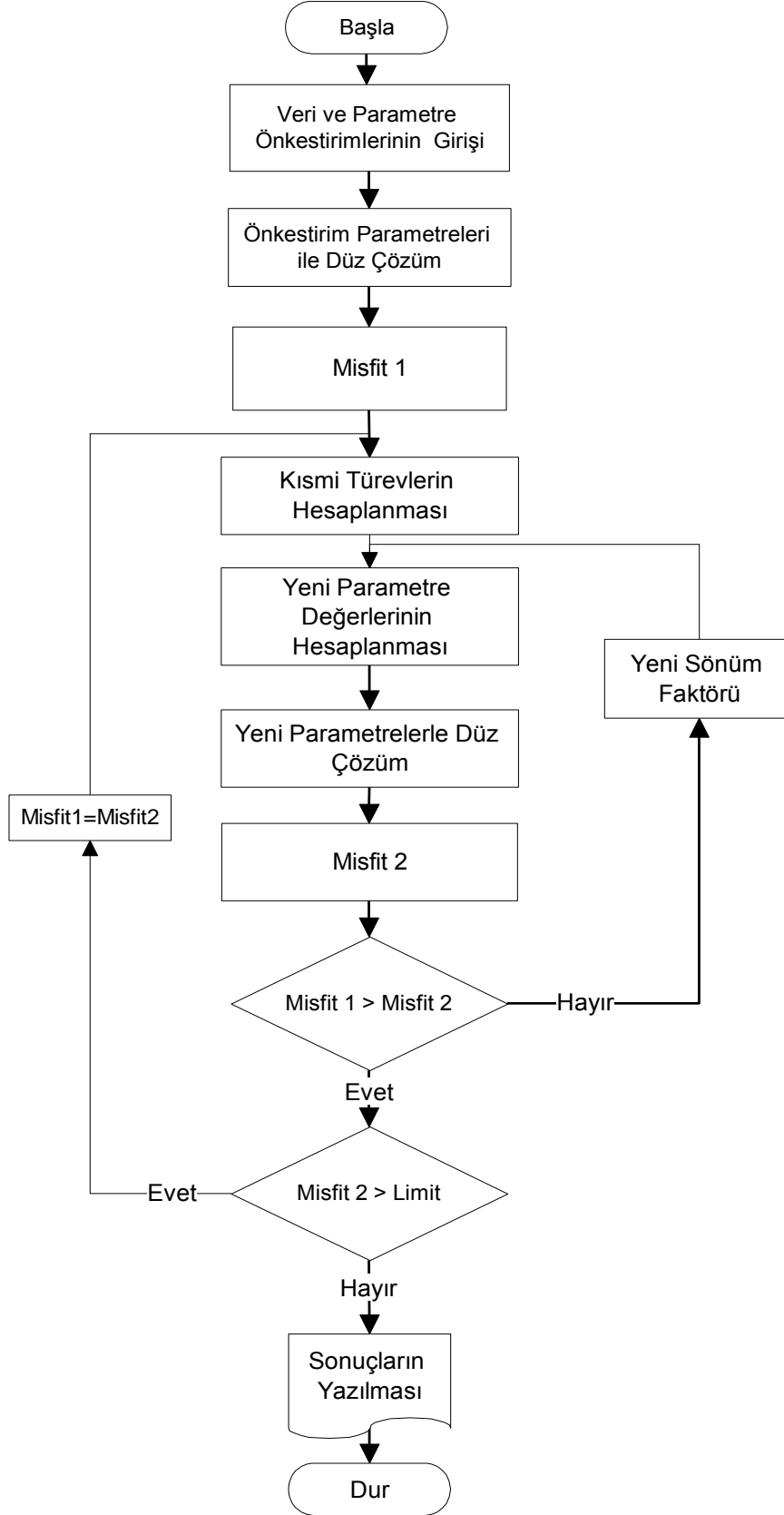
3) Önkestirim modeli (genelde homojen yarı sonsuz ortam) ile her istasyon için 2-B düz çözüm ile bütün $AB/2$ değerleri için $GÖ$ ve Δd -misfit1 değerleri hesaplanır.

4-) 'Reciprocity' teoremi ile $GÖ$ ' lerin parametrelere göre kısmi türevleri hesaplanır. Tüm misfit' ler ve kısmi türevler kullanılarak denklem (2.10) oluşturulur.

5-) Denklem (2.10)' nun çözümü ile sonlu 2-B model ağındaki her eleman için ΔP değerleri hesaplanır. Bu çözümde, α - yuvarlatma faktörü ve λ -sönüm faktörü belli kriterler altında değiştirilerek en uygun ΔP değeri hesaplanır. Bu değer kullanılarak yeni parametreler değerleri (özdirençler) hesaplanır.

6-) Yeni parametreler kullanılarak düz çözüm yapılır ve yeni hata enerjisi hesaplanır. Eğer yeni E değeri öncekinden büyükse yineleme durdurulur ve önceki model sonuç model olarak alınır. Eğer yeni E değeri, bir önceki E değerinden ve verilen limit' den de küçükse program durur. Bulunan parametreler ise çözüm olarak sonuç dosyasına yazılır. Eğer yeni E değeri verilen limit' den büyük ise 4 ve 6. adımlar arası farklı α ve λ değerleri için tekrarlanır.

Toplam eleman sayısı, çözümün bulunmasında etkilidir. Eğer derindeki blokların hesaplanan $GÖ$ değerine etkisi küçük ise, bu elemanlar için kısmi türevler de küçük hesaplanır. Bunun sonucu Jacobian dizeyi durağan olmaz. Fakat, α ' nın kullanımı bu durağansızlığı ortadan kaldırır.



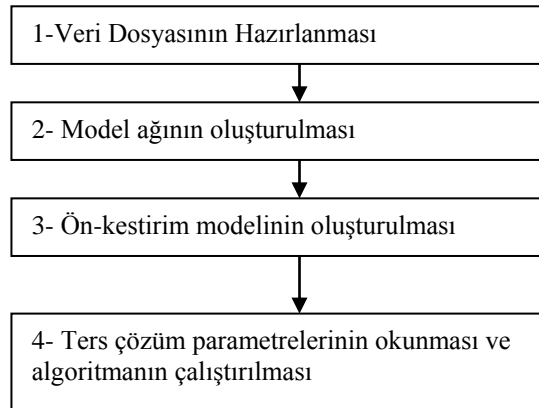
Şekil 12.11. Ters çözüm algoritması

8.3. DAÖ verilerinin 2-B Ters Çözümü' nde Pratik Bilgiler

DAÖ verilerinin (GÖ değerleri) 2-B ters çözümünü yapabilmek için, bir doğrultu boyunca ölçülmüş sondaj-profil verilerine ihtiyaç vardır. Bu veriler ile nitel yorumlama yapmak için, yatay eksen, istasyonlar arasındaki mesafe ve düşey eksen AB/2 olacak şekilde (Dipol-dipol için n-değeri) yapma-kesit adı verilen grafikler elde edilir. Fakat, günümüzde sondaj-profil ölçü sistemi ile ölçülmüş DAÖ verilerinin nicel yorumu yapılmaktadır. Nicel yorum için ise bu verilerin 2-B ters çözümü yapılmalıdır. Ters çözüm sonucu elde edilen 2-B yer-elektrik modelleri nitel yorumlamada kullanılır.

GÖ yapma-kesit verilerinin 2-B ters çözümünü yaparken şu konulara dikkat edilmelidir:

- i- 2-B ters çözümde kullanılan yapma-kesit verileri bir doğrultu boyunca ölçülmelidir. Ayrıca, tüm istasyonlarda ölçülen GÖ değerlerini ölçerken, akım ve potansiyel elektrodları her zaman doğrultu boyunca olmalıdır.
- ii- İstasyonlar arasındaki mesafeler, ölçü alınırken kullanılan AB/2 ve MN değerleri gözününde bulundurularak model ağı oluşturulur. Bu konu bir önceki bölümde anlatılmıştır.
- iii- Her istasyon için ayrıca oluşturulan hesaplama ağına ise, yanal yönde blok kalınlığı, en küçük MN mesafesinden büyük olmalıdır.
- iv- Model ağı ve hesaplama ağına düşey yönde son blok derinliği, en büyük AB/2 değerinden büyük olmalıdır.



Şekil 2.2. 2-B ters çözüm' de izlenen adımlar

Model ağı oluşturulup bir önceki bölümde anlatıldığı gibi test edildikten sonra, ölçülen verilerin ters çözümü yapılabilir. Ters çözüm sonucu model ağındaki bloklara ait özdirençler bulunur. Bu özdirenç değerleri ile düşey eksen derinlik, yatay eksen ise uzaklık olacak şekilde çizilen 2-B yer-elektrik modelleri elde edilir. 2-B ters çözümün aşamaları aşağıdaki akış şemasında verilmektedir. Bu aşamaların ayrıntıları izleyen alt başlıklarda verilmektedir.

8.3.1. Veri Dosyasının Hazırlanması

Arazide bir doğrultu boyunca ölçülen GÖ verileri, 2-B ters çözüm algoritması için hazırlanır. Tablo 2.1' de, Schlumberger elektrod dizilimine göre ölçülmüş örnek bir veri dosyası görülmektedir. Burada, MN-değerlerinin değişmediği görülmektedir. Schlumberger elektrod diziliminde, elektrik alan ölçülmek istendiğinden \overline{MN} mesafesinin $\overline{AB}/2$ mesafesine göre çok küçük olması gerekir. Fakat uygulamada, AB/2 mesafesi artırıldıkça, artık gerilim farkı aletin ölçemeyeceği kadar küçülür. Bu durumda \overline{MN} mesafesi artırılır. Böylece, farklı \overline{MN} mesafeleri için farklı GÖ eğrileri elde edilir. Ters çözüm işleminden önce bu eğrilerin birleştirilmesi gerekmektedir. Bu konu, DAÖ isimli bilgi notunda, bölüm 6.3' de anlatılmaktadır.

Tablo 2.1. 2-B ters çözüm programı için örnek veri dosyası.

Açıklama	: Örnek veri dosyası		
9	: ölçü istasyonu sayısı		
1 12 100.0 0.0	: İstasyon No., Ölçü Sayısı, merkezin x-ve z-koordinatı		
NO	AB/2	MN/2	GÖ(OHM-M)
1	5.0	1.0	263.1
2	6.0	1.0	171.3
3	8.0	1.0	106.1
4	10.0	1.0	88.3
5	12.0	1.0	82.7
6	15.0	1.0	78.5
7	20.0	1.0	80.2
8	25.0	1.0	84.3
9	25.0	3.0	92.6
10	30.0	1.0	86.1
11	30.0	3.0	94.7
12	40.0	3.0	98.3
.			
.			
.			
9 12 900.0 0.0	: İstasyon No., Ölçü Sayısı, merkezin x-ve z-koordinatı		
NO	AB/2	MN/2	GÖ(OHM-M)
1	5.0	1.0	263.1
2	6.0	1.0	171.3
3	8.0	1.0	106.1
4	10.0	1.0	88.3
5	12.0	1.0	82.7
6	15.0	1.0	78.5
7	20.0	1.0	80.2
8	25.0	1.0	84.3
9	25.0	3.0	92.6
10	30.0	1.0	86.1
11	30.0	3.0	94.7
12	40.0	3.0	98.3

8.3.2. Model ağının oluşturulması

Model ağı, veri dosyasında okunan istasyon sayısı, istasyon arasındaki mesafe, AB/2 ve MN değerleri ile otomatik olarak oluşturulabilir. Bu konunun ayrıntısı Bölüm 1.3' de verilmiştir.

8.3.3. Ön-kestirim modelinin oluşturulması

Model ağı oluşturulduktan sonra, ağıdaki her blok' a özdirenç değeri atanır. Böylece ön-kestirim modeli oluşturulmuş olur. Eğer, ölçüm yapılan alanda önceden yapılmış başka jeofizik çalışmalar, mekanik sondaj veya jeolojik araştırma varsa, bu bilgiler kullanılarak bir ön-kestirim modeli oluşturulabilir. Ancak, çalışılan alan hakkında bir bilgi yoksa ön-kestirim modeli olarak homojen ortam alınır. Yani tüm bloklara aynı özdirenç değeri atanır. Uygulamada, genelde ikinci durum söz konusudur.

8.3.4. Ters çözüm parametrelerinin okunması ve algoritmanın çalıştırılması

Giriş verisi ve ön-kestirim modeli bilgilerini içeren model dosyası oluşturulduktan sonra, ayrıca, ters çözüm algoritması için gerekli parametreleri içeren bir dosya oluşturulur. Bu dosyaya örnek Tablo 2.2' de görülmektedir.

Tablo 2.2. 2-B ters çözüm algoritması için gerekli parametreleri içeren dosya örneği.

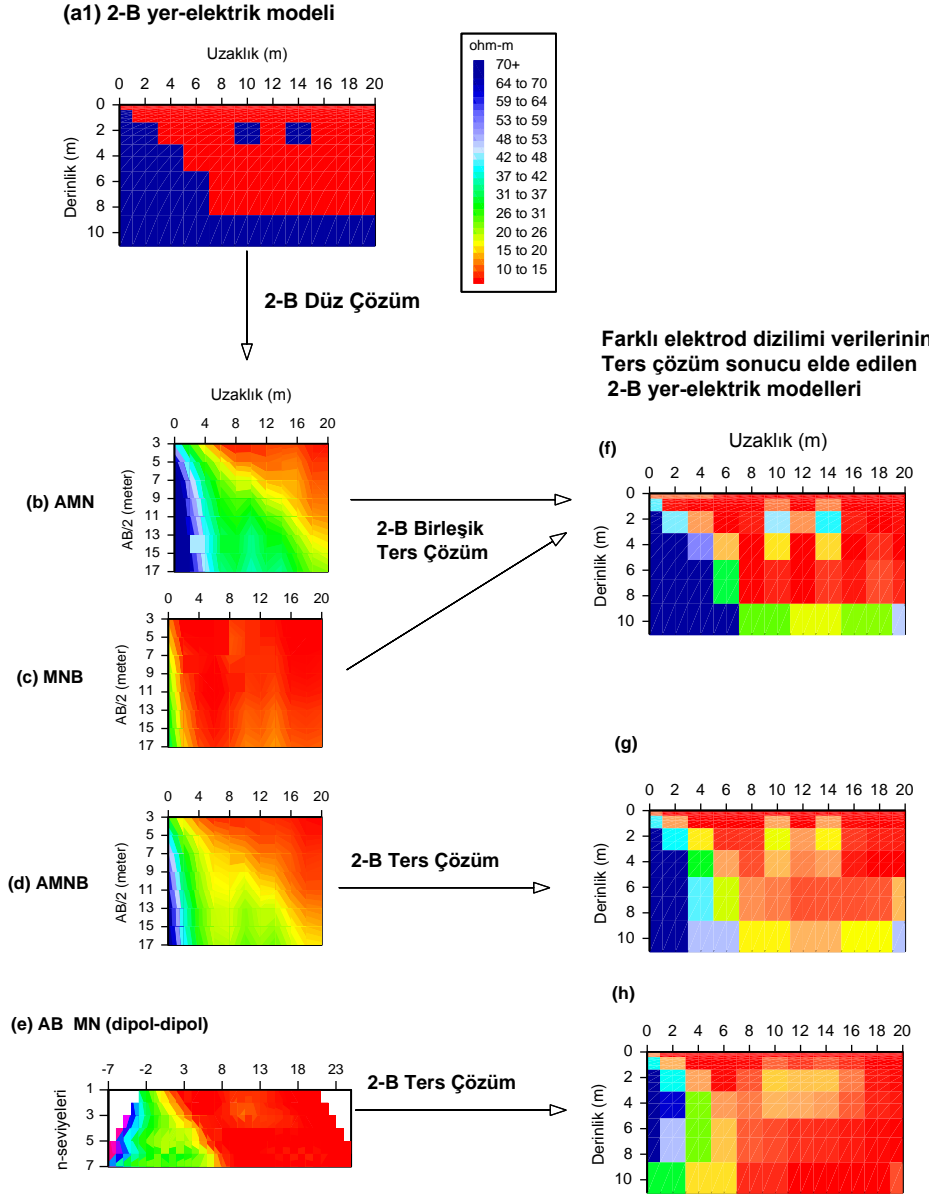
0	: JOBFLG (I2) (1:inversion, 0:forward)
10	: En büyük yineleme sayısı
100.0	: Ön-kestirim modeli için homojen ortamın özdirenç
1	: MODE (I2) (1: model ağı otomatik oluşturulacak 0: model ağı bilgileri dosyadan okunacak)

8.4. Uygulama Örnekleri

Bu bölümde, 2-B ters çözümün, pratikte nasıl yapıldığını daha iyi anlaşılması için birkaç uygulama örneği verilecektir.

8.4.1. Yapay Veri Uygulaması

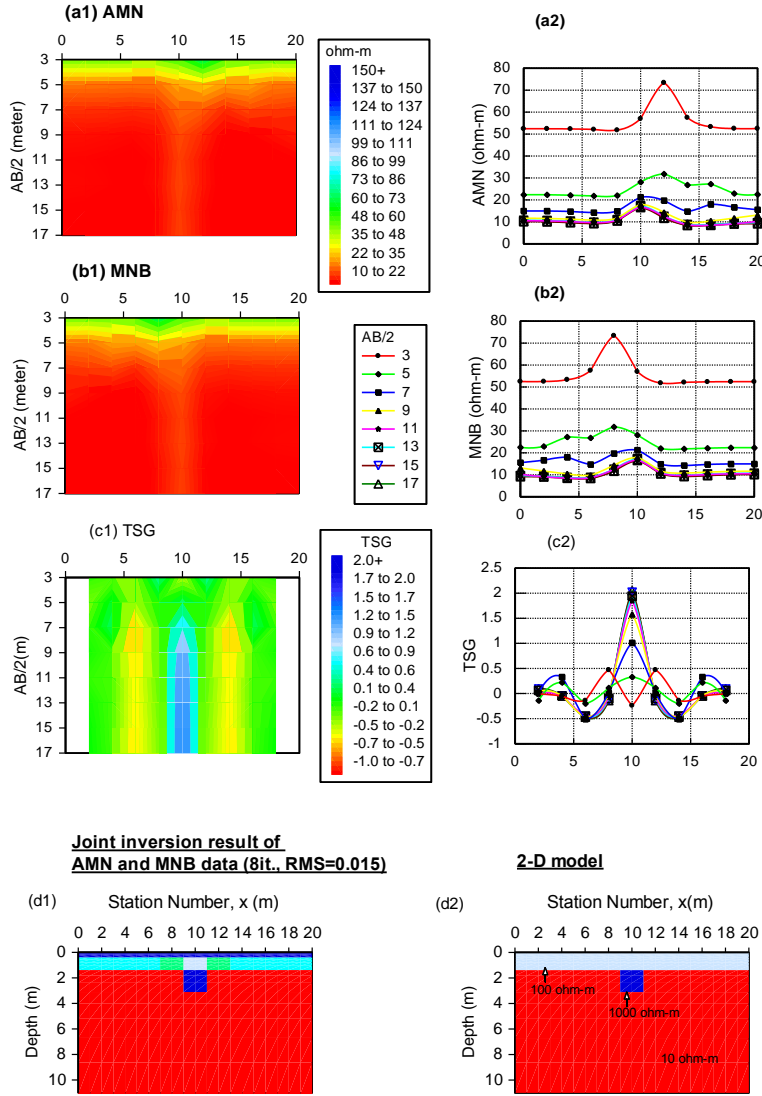
Bu bölümde öncelikle 2-B modelleme ile oluşturulan yapay verinin 2-B ters çözümü ile ilgili iki uygulama örneği verilecektir. Daha sonra arkeolojik bir sahada ölçülen DAÖ verilerinin 2-B ters çözüm sonuçları verilecektir.



Şekil 2.3. Farklı elektrod dizilimlerine göre yapılan 2-B ters çözüm sonuçlarının karşılaştırılması (Candansayar ve Başokur 2001).

Şekil 2.3.a' da eğimli arayüzeyle iki-tabakalı model görülmektedir. Örtü tabakasının özdirenci 10 ohm-m, temelin özdirenci ise 100 ohm-m' dir. Ayrıca, ilk tabakaya gömülü 1m derinlikte 2x2m boyutlarında, aralarında 2m mesafe olan 100 ohm-m özdirençli iki yapı görülmektedir. Bu model için, 2-B düz çözüm ile iki-yönlü üç elektrod dizilimi (AMN, MNB), Wenner-Schlumberger (AMNB) ve dipol-dipol (AB MN) elektrod dizilimleri için GÖ değerleri görülmektedir (Şekil 2.3.b,c,d,e). Wenner-Schlumberger ve dipol-dipol elektrod dizilimi verilerinin 2-B ters çözümü sonucu bulunan modellerde (Şekil 2.3.g ve h) gömülü yapılar ve arayüzey belirgin gözlenmemektedir. Fakat, AMN ve MNB elektrod dizilimlerinin 2-B birleşik ters çözümü sonucu bulunan yer-elektrik modeli, gerçek modeli en iyi yansıtmaktadır (Şekil 2.3.f). Bu uygulama, iki-yönlü üç-elektrod dizilimi verilerinin gömülü yapıların bulunmasında, geleneksel dizilimlerden daha iyi sonuç verdiğini göstermektedir. Bu uygulamada gerçek model ile ters çözüm sonucu elde edilen modeller birbir aynı değildir. Bunun nedeni, 2-B modelleme ve ters

çözümde yapılan varsayımlar, sayısal hesaplamalardaki hatalar ve bilgisayar kesme hatasıdır (roundoff error).



Şekil 2.4. (a1) AMN, (b1) MNB ve (c1) TSG yapma kesitleri, (a2) AMN, (b2) MNB ve (c2) TSG eğrileri profil, (d1) 2-B ters çözüm sonucu bulunan model, (d2) Gerçek model

Şekil 2.4.d2' de yüzeyden itibaren 100 ve 10 ohm-m özdirençli iki-tabakalı model görülmektedir. Ayrıca, temelde gömülü, 1.5 metre derinlikte 2x2m boyutlarında, 1000 ohm-m özdirençli bir yapı görülmektedir. Bu model için, 2-B düz çözüm ile iki-yönlü üç elektrod dizilimi (AMN, MNB) için GÖ yapma kesitleri ve her AB/2 seviyesi için çizilmiş profil eğrileri görülmektedir. (Şekil 2.4.a1,a2,b1,b2).

Yapma kesit ve profil eğrilerinde gömülü cismin etkisi (bir belirti) görülmemektedir. Bunun sebebi, 1temele göre özdirenci büyük olan yüzey tabakası, gömülü yapıyı maskeleymiştir.

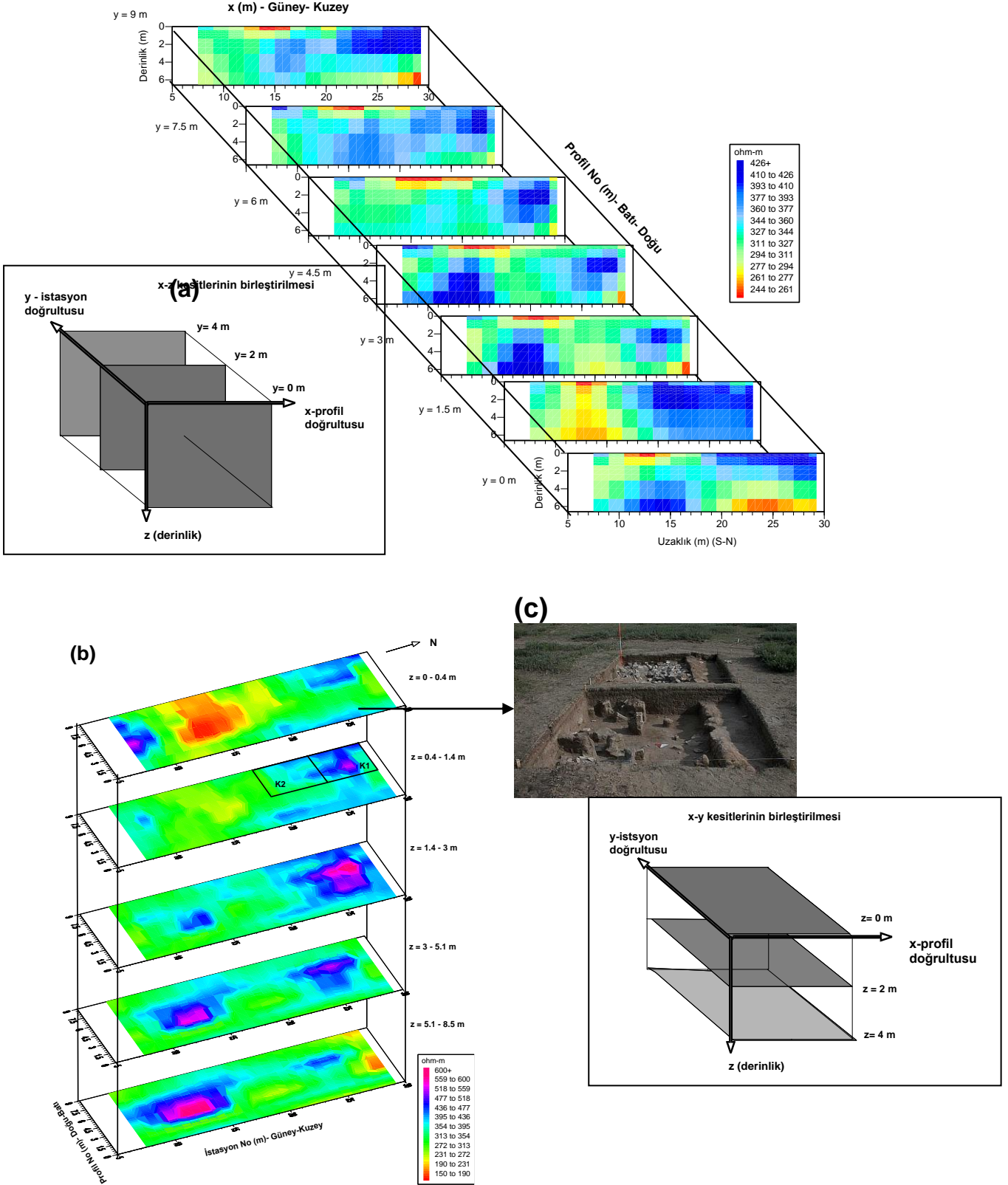
AMN ve MNB GÖ değerleri kullanılarak elde edilen TSG yapma kesitlerinde ise tabakalı yapının etkisinin yok olduğunu, gömülü cismin etkisinin belirginleştiği görülmektedir (Şekil 2.4. c1,c2). Fakat TSG dönüşümü, sadece cismin yeri hakkında bilgi vermektedir. Bu bilgi nitel yorum için ve 2B ters çözümde ön-kestirim modeli oluşturmada kullanılabilir. AMN ve MNB elektrod dizilimlerinin 2-B birleşik ters çözümü sonucu bulunan yer-elektrik modeli Şekil 2.4.d1' de görülmektedir. Ters çözüm ile gerçek modele çok benzeyen bir model görülmektedir.

8.4.2. Moğolistan' da Yapılan DAÖ çalışması

Ters çözüm konusunda arazi uygulaması olarak, Moğolistan'da bulunan Orhun Anıtları etrafında yapılan çalışma verilecektir.

Burada sadece, Bilge Kağan anıtının 65 metre kuzeyinde bulunan, alanın 2-B ters çözüm sonuçları verilmiştir. GÖ değerleri sondaj-profil ölçü tekniği ile çok-elektrodlü ölçü düzeneği kullanılarak, İYÜE dizilimi için toplam 7 doğrultu boyunca alınmıştır. Ölçü aralığı ve doğrultular arasındaki mesafe 1.5m seçilmiş ve $AB/2 = 2.25, 3.75, 5.25, 6.75$ ve 8.25 m ($n=5$) ve $a=MN=1.5$ m değerleri için toplam beş seviye için GÖ değerleri elde edilmiştir. Ölçülen veriler ile yapma-kesit ve seviye haritaları elde edilmiştir. Bu grafikler ile yapılan nitel yorum ile bir sonuç elde edilememiştir.

İYÜE dizilimi verilerinin 2-B birleşik ters çözümü her doğrultudaki AMN ve MNB GÖ yapma-kesit verileri kullanılarak yapılmıştır. Toplam yedi doğrultu için ters çözüm sonuçları Şekil 9' da görülmektedir. Burada tüm modeller yanyana (x-z kesitleri olarak) çizilerek 3-B (x-y ve z-derinlik) bir görüntü elde edilmiştir. Bütün ters çözümlerde aynı model ağı kullanılmıştır. Böylece her doğrultu boyunca 2-B ters çözümden elde edilen yer elektrik kesitleri birleştirilerek, özdirenç kat haritaları elde edilebilir (Şekil 10). Burada da yine 3-B bir görüntü elde edilmiştir. Bir öncekinden farkı, her bir kesit belli derinlik seviyelerindeki x-y düzlemini göstermesidir. Bu haritalarda da kazılan K1 ve K2 alanları çizilmiştir. Özdirenç kat haritalarında, G-K doğrultusu boyunca 20-28, D-B doğrultusunda 1.5-6.5 metreler arasında, 0.5-1.5 metre derinlikler arasında K1 ve K2 alanları içine düşen bir belirti görülmektedir. Kazı sonucunda gösterilen K1 ve K2 alanlarında, söylenen derinlikler arasında kerpiç bir duvar ile Bilge Kağan külliyesine ait olduğu düşünülen taban bulunmuştur (Şekil 11).



Şekil 2.5.(a) Her doğrultu boyunca ölçülmüş verilerin 2-B ters çözümü sonucu bulunan modeller (x-z kesitleri) (b) Bütün x-z kesitlerinde aynı derinlikteki blokların özdirençleri kullanılarak çizilen özdirenç-kat haritaları, (c) Kazılan K1 ve K2 alanları (Candansayar ve diğ., 2002)