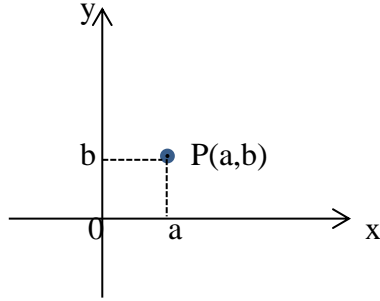


## DİK (KARTEZYEN) KOORDİNAT SİSTEMİ:

Bir O noktasında dik olarak kesişen yatay ve düşey doğrultudaki iki sayı eksenini ele alalım. O noktasına, bu eksenlerin “sıfır noktası(orijin, merkez)” denir. Pozitif sayılar, yatay eksenin sağında ve düşey eksenin üst tarafında gösterilir. Yatay eksene “Ox eksen(x- eksen)” ve düşey eksene de “Oy eksen(y-eksen)” denir.

$A=B=\mathbb{R}$  ise,  $A \times B = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2 = \{(x,y):x,y \in \mathbb{R}\}$  kümesine, “dik (kartezyen) koordinat sistemi” denir. Bu düzlem Oxy ile gösterilir.



$\mathbb{R}^2$  düzlemi ile düzlemin noktaları arasında birebir bir eşleme vardır.  $\mathbb{R}^2$  kümesiyle düzlemin tüm noktaları eşleşmiş olur. P noktası (a, b) sıralı ikilisine karşılık gelmişse(a, b)'ye P noktasının “koordinatları” denir. a'ya P noktasının “apsisi” ve b'ye de P noktasının “ordinatı” denir.

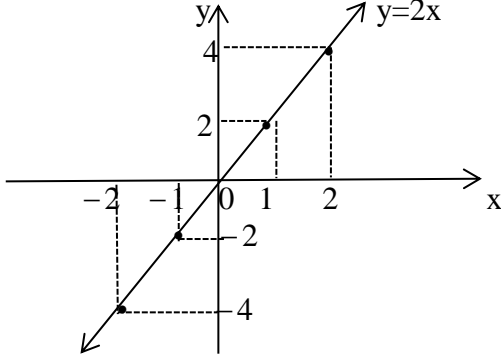
x ve y değişkenlerinden birisini veya ikisini içeren denklemin grafiği, kartezyen düzlemde koordinatları bu denklemi sağlayan tüm noktaların kümesidir.

**Örnek:**  $y=2x$  denkleminin grafiğinin geçtiği bazı noktaları bularak grafiğini çiziniz.

çözüm:

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

$(-2, -4)$ ,  $(-1, -2)$ ,  $(0,0)$ ,  $(1,2)$  ve  $(2,4)$  noktaları  $y=2x$  denklemini sağlıyor. O halde,  $y=2x$  denkleminin grafiği bu noktalardan geçen doğrudur. Bu doğrunun grafiği belirlenen noktalardan geçecek şekilde aşağıdaki gibidir:



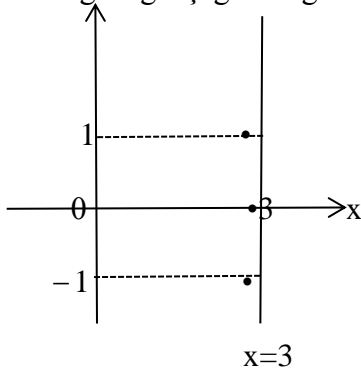
**Örnek:**  $x=3$  denkleminin grafiğini çiziniz.

çözüm:

x	3	3	3
y	-1	0	1

$(3,-1)$ ,  $(3,0)$ ,  $(3,1)$ , ... noktaları verilen denklemini sağlarlar. Böylece  $x=3$

denkleminin grafiği aşağıdaki gibi olacaktır:

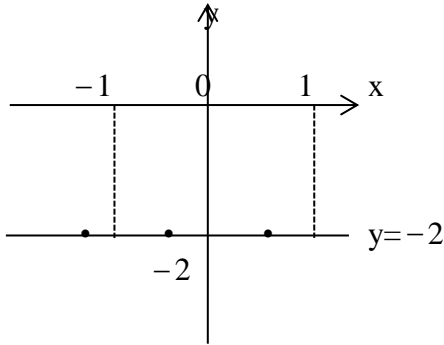


**Örnek:**  $y=-2$  denkleminin grafiğini çiziniz.

çözüm:

x	-1	0	1
y	-2	-2	-2

$(-1, -2), (0, -2), (1, -2), \dots$  noktaları verilen denklemi sağlar. Böylece  $y= -2$  denkleminin grafiği aşağıdaki gibi olacaktır:



**NOT:** Daha genel olarak;

1)  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $x=a$  denkleminin grafiği, x-ekseni üzerindeki a noktasından geçen ve y-eksenine paralel olarak çizilen dikey doğrultudaki doğrudur.

2)  $b \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $y=b$  denkleminin grafiği, y-ekseni üzerindeki b noktasından geçen ve x-eksenine paralel olan yatay doğrultudaki doğrudur.

### Lineer Denklem:

A, B ve C, A ile B'nin her ikisi aynı anda sıfır olmayacak şekilde reel sayılar olsun.

$$\boxed{Ax+By+C=0}$$

şeklinde yazılabilen denkleme "lineer denklem" denir.

Örneğin;  $3x-2y+5=0$ ,  $x+y-2=0$ ,  $y-4=0$ ,  $2x+3=0$  denklemlerinden her biri birer lineer denklemdir.

Lineer denklemlere karşılık gelen grafikler birer doğrudur.

### Birinci Dereceden Fonksiyonlar:

$a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  olmak üzere,  $f(x) = ax + b$  şeklindeki fonksiyonlara “birinci dereceden fonksiyon” denir. Örneğin;  $f(x) = 2x - 3$ ,  $f(x) = x + 5$  fonksiyonları birinci dereceden fonksiyonlardır.

Birinci dereceden fonksiyonların grafiği, lineer denklem içerdiklerinden birer doğru belirtir.

Genel olarak;  $f(x) = ax + b$  şeklindeki fonksiyonun grafiğini çizerken, doğrunun eksenleri kestiği noktaları belirlemek yeterlidir. Doğrunun  $x$ -eksenini kestiği noktanın ordinatı 0 (sıfır) ve  $y$ -eksenini kestiği noktanın apsisi 0 (sıfır) olduğundan,  $f(x) = ax + b$  fonksiyonunun belirttiği doğrunun  $x$  ve  $y$  eksenlerini kestiği noktalar sırasıyla  $x'$  e ve  $y'$  ye 0 (sıfır) değeri verilerek bulunur. Daha sonra eksenlerin kesildiği noktalar birleştirilerek  $y = ax + b$  doğrusu çizilir.

$y = f(x) = ax + b$  olduğundan:  $x = 0$  için  $y = b$  ve  $y = 0$  için  $x = -\frac{b}{a}$  bulunur. Yani

$y = ax + b$  doğrusu,  $x$ -eksenini  $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$  noktasında,  $y$ -eksenini de  $(0, b)$  noktasında kesmektedir.

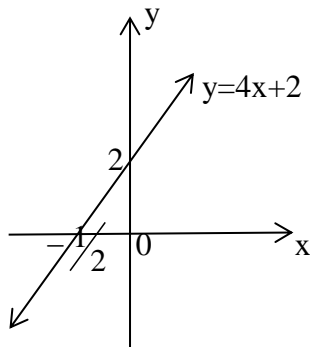
**Örnek:**  $f(x) = 4x + 2$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm:  $y = 4x + 2$  olduğundan;

$$x = 0 \text{ için } y = 2 \text{ ve}$$

$$y = 0 \text{ için } x = -\frac{1}{2}$$

bulunur. Yani  $y = 4x + 2$  doğrusu,  $x$ -eksenini  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$  ve  $y$ -eksenini  $(0, 2)$  noktasında kesmektedir. Buradan  $y = 4x + 2$  doğrusunun grafiği,



şeklinde bulunmuş olur.

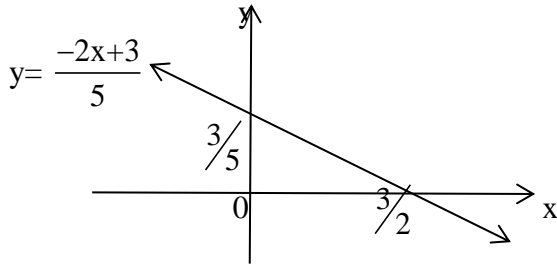
**Örnek:**  $f(x) = \frac{-2x+3}{5}$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm:  $y = \frac{-2x+3}{5}$  olduğundan:

$$x=0 \text{ için } y = \frac{3}{5} \text{ ve}$$

$$y=0 \text{ için } x = \frac{3}{2}$$

bulunur. Yani  $y = \frac{-2x+3}{5}$  doğrusu, x-eksenini  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$  ve y-eksenini  $\left(0, \frac{3}{5}\right)$  noktasında kesmektedir.



### İkinci Dereceden Fonksiyonlar:

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  olmak üzere,  $f(x) = ax^2 + bx + c$  şeklindeki fonksiyonlara “ikinci dereceden fonksiyon” denir. Örneğin;  $f(x) = 3x^2 - x - 1$ ,  $f(x) = -2x^2 + 5$ ,  $f(x) = \frac{9}{2}x^2$  fonksiyonları ikinci dereceden fonksiyonlardır.

İkinci dereceden fonksiyonun grafiğine “parabol” denir.  $a > 0$  ise parabolün kolları yukarıya doğru ve  $a < 0$  ise parabolün kolları aşağıya doğrudur. Parabolün kolları yukarı doğru iken fonksiyonun minimumu ve kollar aşağı doğru iken de maksimumu vardır.

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ denkleminde göre } \Delta = b^2 - 4ac \text{ olmak üzere,}$$

- 1)  $\Delta > 0 \Rightarrow$  Denklemin iki farklı reel kökü vardır. Grafik x-eksenini iki farklı noktada keser.
- 2)  $\Delta = 0 \Rightarrow$  Denklemin bir tek (çakışık) kökü vardır. Grafik x-eksenine teğettir.
- 3)  $\Delta < 0 \Rightarrow$  Denklemin reel kökü yoktur ve grafik x-eksenini kesmez.

Parabol daima  $(0,c)$  noktasında y-eksenini keser.

$x = -\frac{b}{2a}$  apsisi nokta, parabolün tepe noktasını verir.

**Örnek:**  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm  $y=f(x) = x^2 - 4x + 3$  olduğundan:

$$x=0 \text{ için } y=3$$

$$y=0 \text{ için } x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-3).(x-1) = 0 \Rightarrow x=3 \text{ veya } x=1 \text{ bulunur.}$$

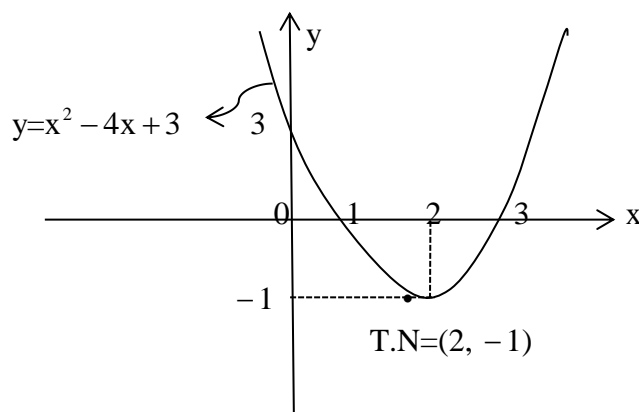
Parabol, y-eksenini  $(0,3)$  ve x-eksenini  $(1,0)$  ve  $(3,0)$  noktalarında keser.

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$f(2) = 2^2 - 4.2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$

O halde, parabol eğrisinin tepe noktası: T.N= $(2, -1)$  noktasıdır.

$a=1 > 0$  olduğundan, parabol eğrisinin kolları yukarı doğrudur.



**Örnek:**  $f(x) = -x^2 + 3x - 2$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm:  $y=f(x) = -x^2 + 3x - 2$  olduğundan:

$$x=0 \text{ için } y = -2$$

$$y=0 \text{ için } -x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x=2 \text{ veya } x=1 \text{ bulunur.}$$

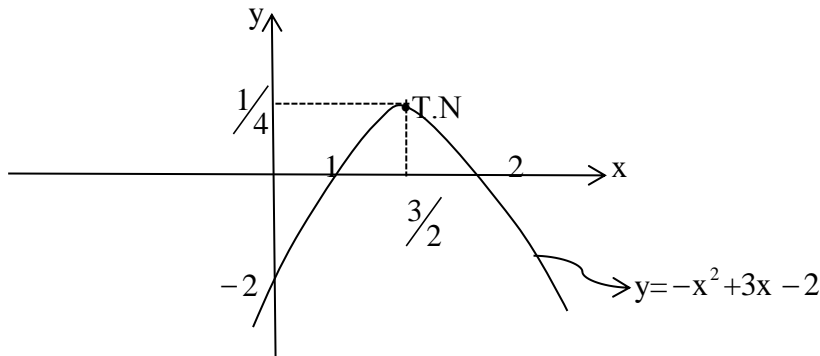
Parabol, y-eksenini  $(0, -2)$  ve x-eksenini  $(1,0)$  ile  $(2,0)$  noktalarında keser.

$$-\frac{b}{2a} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} - 2 = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} - 2 = \frac{1}{4}$$

Parabolün tepe noktası: T.N =  $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$  noktasıdır.

$a = -1 < 0$  olduğundan, parabolün kolları aşağı doğrudur.



**Örnek:**  $f(x) = x^2 - 4x + 4$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm:  $y = x^2 - 4x + 4$  olduğundan:

$$x=0 \text{ için } y=4$$

$$y=0 \text{ için } x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x=2 \text{ (Çift katlı kök)}$$

Parabol y-eksenini (0,4) ve x-eksenini (2,0) noktasında keser.

$$-\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0$$

Böylece parabolün tepe noktası: T.N= (2,0) noktası olarak bulunmuş olur.

$a=1 > 0$  olduğundan parabolün kolları yukarı doğrudur.

