# Evrenin Önemli Parametreleri

Kozmolojik bir sabit tipik olarak;

- Gözlenebilir nicelikler arasındaki genel ilişkileri belirten **denklemlerle** birlikte
- Modelin ayrıntılı niceliksel tahminler sağlamak için kullanılmasından önce gözlemlerle elde edilmesi gereken **parametreleri**

içermektedir.

- FRW modellerinde, olayların ayrımı açısından uzay-zaman geometrisini tanımlayan ve

$$(ds^2) = \frac{[R(t)]^2}{\left(1 + \frac{kr^2}{4}\right)^2} \left[(\mathrm{dx})^2 + (\mathrm{dy})^2 + (\mathrm{dz})^2\right] - \mathrm{c}^2(\mathrm{dt})^2$$

olarak verilen genel bir ifade vardır.

- Bu denklem, Evreni homojen ve izotropik olarak tanımlamak için yeterli olmaktadır.

- Böyle bir Evrendeki uzay-zaman özelliklerinin detaylı olarak değerlendirilmesi, modelde ortaya çıkan parametrelerin, özellikle de eğrilik parametresi k ve ölçek çarpanı R(t)'nin belirlenmesini gerektirmektedir.

- Yalnızca bu parametreler bilindiğinde, t zamanında $k/[R(t)]^2$ niceliğiyle belirlenen uzay eğriliği gibi niceliklerin değerlendirilmesi mümkün olmaktadır.

- Gözlenebilir parametrelerin önemini, ölçek çarpanının davranışının Friedmann denklemi ile belirlendiğini göz önünde bulundurularak tekrar vurgulamak gerekir.

- Çünkü bu denklem belirli bir zamanda gözlenebilir parametreler olan eğrilik parametresi k, kozmolojik sabit $\Lambda$ ve ortalama madde yoğunluğu ρ ' yu içermektedir.

- Bu bölüm, FRW modellerinden ortaya çıkan parametrelerle (temel olarak k ve R(t)) ve bunların Evreni karakterize eden gözlemsel parametrelerle (Hubble sabiti gibi) olan ilişkileriyle alakalıdır.

# Hubble Yasası, Hubble Sabiti ve Hubble Parametresi

- FRW kozmolojisi bağlamında ortaya çıkan doğal bir gözlemsel sonuç Hubble yasasıdır.
- Hubble yasası bir galaksinin kırmızıya kaymasının gözlemciden olan uzaklığına oranla artması için genel eğilimi tanımlamakta olup;

$$z = \frac{H_0}{c} d$$

denklemiyle verilmektedir.

- Burada $\frac{H_0}{c}$ sabiti, Hubble sabiti $H_0$ ve ışığın boşluktaki hızı c'den oluşmaktadır.
- Ayrıca herhangi bir galaksi için kırmızıya kayma z, bazı tanımlı tayf çizgilerinin gözlenen ve salınan dalgaboylarıyla ilişkilidir ve;

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}}$$

denklemiyle ifade edilmektedir.

- Uzak galaksilerin kırmızıya kaymalarını hesaplayarak ve bu galaksilerin uzaklıklarını bağımsız olarak ölçerek $z = \frac{H_0}{c}d$ denkleminin kullanılması ile Hubble sabiti $H_0$ ‘ı elde etmek için mümkündür.
- Hubble, sınırlı ve yanlış yorumlanan veriler nedeniyle ortaya çıkan sonuçlar oldukça yanlış olmasına rağmen bunu yapmıştır.
- Daha modern tespitler sonucu büyük ölçüde düzeltmiştir.
- HST’nin 2001 deki sonuçları ile büyük bir gelişme olmuş ve Hubble sabiti;

$$H_0 = (72 \pm 8)\ km\ s^{-1} Mpc^{-1}$$

olarak belirlenmiştir.

- 2012’de ise daha çok bir kabul gören bir sonuç yayınlanmıştır;

$$H_0 = (74.3 \pm 2.1)\ km\ s^{-1} Mpc^{-1}$$

- Bu değerin hatası %3’ten daha azdır, ancak 2013’te Planck uydusunun yaptığı ölçümler bu sabitin

$$H_0 = (67.3 \pm 1.2)\ km\ s^{-1} Mpc^{-1}$$

olduğunu göstermiştir.

- Yukarıdaki iki sonuç hataları göz önüne alındığında tutarlı değildir ve hala ölçümlerin yorumlanmasında dikkatli olunması gerektiğini göstermektedir.

- Hubble sabiti $H_0$ kozmolojideki en önemli gözlemsel parametrelerden biridir.
- Ancak, k ve R(t) parametrelerine sahipken $H_0$ içermeyen FRW modelleriyle nasıl ilişkilidir? Bunun incelenmesi gerekmektedir.

- Şekil bu ilişkinin temelini göstermektedir.
- Şekilde, artan bir ölçek çarpanı R(t)'ye sahip genişleyen bir FRW Evreninin iki görüntüsü verilmektedir.
- A ve B galaksileri Evren ile birlikte genişleyen bir grup komoving koordinatlarının grid noktalarında bulunmaktadır.
- İlk görüntü A galaksisinden ışığın salındığı $t_{em}$ zamanını, ikinci görüntü ise aynı ışığın B galaksisinden gözlendiği sonraki bir $t_{obs}$ zamanını göstermektedir.

- Işık A’dan B’ye seyahat ederken galaksilerin komoving koordinatları değişmemekte, fakat galaksiler arasındaki fiziksel uzaklık artmaktadır.
- Çünkü uzaklık R(t) ile orantılıdır ve $R(t_{obs})$, $R(t_{em})$’den büyüktür.
- $R(t_{em})$ zamanında A ile B arasındaki uzaklık ne olursa olsun, bu uzaklık daha sonraki bir zaman olan $t_{obs}$ da $R(t_{obs})$ / $R(t_{em})$ kat artacaktır.
- Bu $R(t_{obs})$ / $R(t_{em})$ genişleme çarpanı uzayın kendi büyümesini temsil etmektedir.
- Dolayısıyla, bu durum iki galaksi arasında serbest olarak hareket eden ışığın dalgaboyunu da etkileyecektir.

- Sonuç olarak, A galaksisinden $t_{em}$ zamanında λ dalgaboyunda salınan ışık, B galaksisinden $t_{obs}$ zamanında

$$\lambda_{obs} = \lambda_{em} \times \frac{R(t_{obs})}{R(t_{em})}$$

kadar daha uzun bir dalgaboyunda gözlenecektir.

- Dalgaboyundaki bu artma, B galaksisindeki bir gözlemci tarafından bir kırmızıya kayma olarak yorumlanacaktır.

**SORU:** $t_{obs}$ zamanında B galaksisindeki gözlemciye göre A galaksisindeki kırmızıya kaymayı $\frac{R(t_{obs})}{R(t_{em})}$ çarpanı cinsinden ifade ediniz.

**CEVAP:**

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} - \frac{\lambda_{em}}{\lambda_{em}}$$

$$z = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} - 1$$

$\frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}}$ ifadesi eşdeğeri olan genişleme çarpanı $\frac{R(t_{obs})}{R(t_{em})}$ ile değiştirilirse;

$$z = \frac{R(t_{obs})}{R(t_{em})} - 1$$

- FRW modeline göre uzak bir galaksinin kırmızıya kayması temel olarak uzayın genişlemesinden kaynaklanmakta olup uzaydaki hareketten dolayı olan bir Doppler kayması değildir.
- Genişleme temelli kırmızıya kaymalar genellikle **kozmolojik kırmızıya kaymalar** olarak adlandırılır.
- Elbette gerçek galaksiler şekilde verilen ideal galaksiler gibi davranmak durumunda değillerdir.
- Gerçek galaksiler comoving koordinat çizgisine göre özgün hareketlere sahiptirler ve bu özgün hareket, gözlenen galaksilerin kırmızı kaymalarının düzgün genişleyen bir FRW modelinin ifade ettiği kozmolojik kırmızıya kaymalardan biraz farklı olmasına neden olan Doppler kaymalarına neden olabilir.
- Dolayısıyla, kırmızıya kaymalar bir FRW modelindeki genişlemeden ortaya çıkabilir, ancak Hubble yasasının asıl noktası, uzak galaksilerin z kırmızıya kaymasının uzaklıklarıyla orantılı olarak artmasıdır.
- FRW modelleri bunu nasıl açıklamaktadır? Bir galaksinin uzaklığı ne kadar büyük olursa ışığın o galaksiden bize ulaşma süresi o kadar artar.
- Işığın kaynak ve gözlemci arasında yaptığı seyahat süresi ne kadar uzun olursa, $\frac{R(t_{obs})}{R(t_{em})}$ genişleme çarpanı ve $z = \frac{R(t_{obs})}{R(t_{em})} - 1$ kırmızıya kayma miktarı o kadar büyük olur.

- Özellikle, Hubble sabitini ölçek çarpanıyla ilişkilendiren bir denklemin elde edilmesi mümkündür.
- Bunu anlamak için, ölçek parametresi R(t) iken t anında göreli olarak küçük bir d uzaklığıyla ayrılan iki galaksi göz önüne alınsın.
- Bu galaksiler birbirine yakın olduğu için ışığın birinden diğerine seyahat zamanı (d/c) kısa olur ve Δt niceliğiyle temsil edilir.
- $z = \frac{R(t_{obs})}{R(t_{em})} - 1$ denkleminden, bu galaksilerden birinin gözlenen kırmızıya kayması diğerinden gözlendiği zaman

$$z = \frac{R(t + \Delta t)}{R(t)} - 1$$

olur.

$$R(t + \Delta t) = R(t) + \Delta R(t)$$

- Burada $\Delta R(t)$ niceliği, ölçek çarpanında kısa bir $\Delta t$ zamanı süresince meydana gelen küçük bir artışı göstermektedir. $\Delta R(t)$ tek bir niceliği temsil etmektedir. $\Delta$ ve $R(t)$ gibi niceliklerin çarpımının bir sonucu değildir.

- $z = \frac{R(t+\Delta t)}{R(t)} - 1$ denklemindeki $R(t + \Delta t)$ ifadesi $R(t) + \Delta R(t)$ ifadesi ile değiştirilerek;

$$z = \frac{R(t) + \Delta R(t)}{R(t)} - 1$$

elde edilir. Bu denklem ise;

$$z = 1 + \frac{\Delta R(t)}{R(t)} - 1$$

şeklinde yazılabilir. Son olarak ise;

$$z = \frac{\Delta R(t)}{R(t)}$$

olarak sadeleştirilebilir.

- Çok önemli bir adım olarak: kısa bir $\Delta t$ zaman aralığında ölçek çarpanında meydana gelen değişim $\Delta R(t)$, t zamanında R'nin değişim oranı ile $\Delta t$ zaman aralığının çarpımına eşit olacaktır.
- t zamanında ölçek faktörünün değişim oranı $\dot{R}(t)$ sembolüyle temsil edilmektedir.
- Dolayısıyla, $\Delta R(t) = \Delta t \times \dot{R}(t)$. Buna göre yukarıdaki denklem tekrar yazılırsa;

$$z = \frac{\Delta t \times \dot{R}(t)}{R(t)}$$

c/c = 1 olduğu için denklem;

$$z = \frac{c\Delta t}{c} \times \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$$

şeklinde yazılabilir.

- Ancak, $c\Delta t = d$ ki burada d iki galaksi arasındaki uzaklıktır. Bunu kullanarak, denklem şu şekilde ifade edilir;

$$z = \frac{1}{c} \times \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \times d$$

- Herhangi bir FRW modelinin bu kestirimi bugünkü $t_0$ zamanındaki Hubble yasasına benzemektedir;

$$z = \frac{H_0}{c} d$$

- Bu benzerlik, denklemdeki zamana bağlı $\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$ niceliğinin $H(t)$ olarak gösterilen zamana bağlı bir Hubble parametresi olarak tanımlanması gerektiğini önermektedir. Böylece,

$$H(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$$

- Bu Hubble parametresinin değeri zamanla değişmektedir, ancak bu değişim R(t)'nin değişimine bağlıdır ve bu nedenle, Hubble parametresi bir FRW modelinden diğerine değişmektedir.
- Ancak, gerçek Evrenin iyi bir tarifini sağlayan herhangi bir modelde, şimdiki zaman $t_0$'da modelin Hubble parametresi değerlendirilirse elde edilen değerin gözlenen Hubble sabitine eşit olması beklenmektedir.
- Bu ise;

$$H(t_0) = \frac{\dot{R}(t_0)}{R(t_0)} = H_0$$

olarak verilebilir.

- Buna göre bir gözlemsel parametre olan $H_0$ ile FRW modelindeki bir diğer parametre olan ölçek çarpanı $R(t)$ ile ilişkilendirilmiş olur.
- $\dot{R}(t_0)$ t anında R'nin değişim oranını göstermekte olup $\frac{\dot{R}(t_0)}{R(t_0)}$ niceliği ölçek çarpanının kesirsel değişim oranını temsil etmektedir.
- Bu denkleme göre FRW kozmolojisinde, Hubble sabiti, şimdiki $t_0$ anında değerlendirilen ölçek çarpanındaki değişimin kesirsel oranını temsil etmektedir.
- Kısa ve öz olarak, gözlenen Hubble sabiti, modeldeki Hubble parametresinin şimdiki değerini göstermektedir.

**SORU:** Bir grup galaksi için kırmızıya kayma – uzaklık grafiği şekilde verilmiştir. Grafik yapılan en iyi fiti de içermektedir. Evrenin genişleyen bir FRW modeliyle temsil edildiği varsayılarak fitin eğiminin önemini belirtiniz. Grafikten eğimi hesaplayarak Hubble sabitinin değerini bulunuz.

**CEVAP:**

Hubble yasası:

$$z = \frac{H_0}{c} d$$

Dolayısıyla Çizginin eğimi $\frac{H_0}{c}$ değerini temsil etmektedir.
Çizginin eğimi bir $\Delta z$ değerinin bir $\Delta d$ değerine bölünmesiyle hesaplanır.

$$\frac{H_0}{c} = \frac{\Delta z}{\Delta d} = \frac{0.15}{0.64 \times 10^3 Mpc} = 2.34 \times 10^{-4} Mpc^{-1}$$

$$H_0 = 2.34 \times 10^{-4} Mpc^{-1} \times 3 \times 10^5 kms^{-1}$$
$$H_0 = 70\ kms^{-1} Mpc^{-1}$$

**SORU:** Einstein modelindeki R'nin değişim oranı nedir? Cevabınız Einstein modelindeki Hubble parametresiyle ilgili neyi ifade etmektedir?

**CEVAP:** Einstein modelinde R zamanla değişmemektedir. Dolayısıyla, tüm zamanlar için $\dot{R} = 0$'dır. Einstein modeli için bu Hubble parametresinin tüm zamanlar için sıfır olacağını ifade etmektedir. Böylece, H(t) = 0'dır.

# Hubble Yasasından olan Sistematik Sapmalar ve Yavaşlama Parametresi

- FRW modellerine göre, herhangi bir t zamanında Hubble parametresi Evrenin genişlemesinin kesirsel oranını ölçmektedir ve R-t grafiğinin eğimi tarafından belirlenen R'nin değişim oranına bağlıdır.
- Ancak, birçok FRW modelinde zaman ilerledikçe genişlemenin ya hızı artar ya da azalır.
- Yani, genişleme hızlanır veya yavaşlar. Bu durum R-t grafiğinin eğriliği ile gösterilmektedir.

- R’nin değişim oranının $\dot{R}(t)$ ile gösterilmesi gibi, $\dot{R}(t)$’nin değişim oranı $\ddot{R}(t)$ ile gösterilmektedir.
- Eğer Evrenin genişlemesi t zamanında hızlanıyorsa $\ddot{R}(t)$ pozitif olacaktır.
- Eğer Evrenin genişlemesi yavaşlıyorsa $\ddot{R}(t)$ negatif olacaktır. Herhangi bir yavaşlama ya da hızlanma yoksa $\ddot{R}(t) = 0$.
- FRW modelleri bağlamında, yavaşlayan veya hızlanan genişleme oranını karakterize etmenin kullanışlı bir yolu **yavaşlama parametresi** olarak adlandırılan bir niceliği kullanmaktır.
- Bu parametre zamanla değişmekte ve q(t) ile gösterilmektedir. Aşağıdaki şekilde de ifade edilir;

$$q(t) = \frac{-R(t)}{[\dot{R}(t)]^2}\ddot{R}(t)$$

- İfadedeki negatif işaret, $\ddot{R}(t)$ pozitifse (yani genişleme hızlanıyorsa) yavaşlama parametresi negatif olacaktır anlamına gelmektedir.
- Şekil 5.28’de gösterilen durumlarda, t’nin büyük olduğu değerlerde yavaşlama parametresi A eğrisi için negatif, B eğrisi için sıfır ve C eğrisi için pozitif olacaktır.

**SORU:** Şekil 5.23'teki grafiklerden Şekil 5.28'te gösterilen A, B ve C eğrilerine karşılık gelen 3 FRW modeli gösteriniz.

**CEVAP:** A --- hızlanan model ($k = 0$, $\Lambda > 0$)

B --- açık model ($k = -1$, $\Lambda = 0$)

C --- kritik model ($k = 0$, $\Lambda = 0$)

**SORU:** 3 FRW modeli için t'nin küçük olduğu değerlerde sonuçlar nasıl olurdu?

**CEVAP:** Şekil 5.23'te gösterildiği üzere, 3 modelde R-t grafiğindeki eğriler erken zamanlarda aşağı doğrudur ve yine erken zamanlardaki Einstein-de Sitter modelinin davranışına benzemektedir. Bu durum, erken dönemlerde genişlemenin yavaşladığını göstermekte ve $q(t)$ nin her üç durumda da pozitif olacağını ifade etmektedir.

- Daha önce belirtildiği üzere, genişleyen Evren modelleri z ve d arasında doğru bir orantı olduğunu göstermektedir.
- Ancak, bu durum ışığın bir galaksiden diğerine olan seyahat süresinin kısa olarak değerlendirilecek kadar yakın olan galaksilerin davranışlarına dayanmaktadır.
- Daha uzak galaksiler göz önüne alındığında, FRW modelleri z ve d arasındaki doğru orantının bozulacağını ve Hubble yasasından sistematik sapmalar gözleneceğini öngörmektedir.
- Ayrıca, modeller Hubble yasasından olan sistematik sapmaların gözlem zamanında yavaşlama parametresinin değerine bağlı olduğunu göstermektedir.
- Aslında, FRW modelleri ilk yaklaşım olarak günümüzdeki galaksi kırmızıya kayma gözlemlerinin ve uzaklıkların

$$d = \frac{cz}{H_0}$$

ilişkisi göstermesini öngörmektedir.

- Bu ilişki $z < 0.2$ olan gözlemlerle uyumludur.
- Ancak FRW modelleri aynı zamanda daha iyi bir yaklaşımı öngörmektedir;

$$d = \frac{cz}{H_0}\left[1 + \frac{1}{2}(1 - q_0)z\right]$$

- Burada $q_0$ yavaşlama parametresinin günümüzdeki değeridir.

- Verilen yeteri kadar iyi gözlemsel veriler için, z-d grafiğinin düz kısmı Hubble parametresi $H_0$'ın günümüzdeki değerini bulmak için kullanılabilir.
- Ayrıca, düzlükten olan sapmalar ise yavaşlama parametresi $q_0$'ın günümüzdeki değerini elde etmek için kullanılmaktadır.
- Son yıllarda yapılan gözlemler $q_0$'ın negatif olduğunu, dolayısıyla da Evrenin genişlemesinin hızlandığını ortaya koymaktadır.
- Eğer gerçekten hızlanarak genişleyen bir Evrende yaşıyorsak o zaman kozmolojik sabit sıfırdan büyüktür.

Şekilde, z = 1'e kadar Hubble yasasından çeşitli q değerleri için beklenen sistematik sapmaların türünü gösteren ilişkiyi vermektedir.

**SORU:** «Eğer gerçekten $q_0$'ın negatif olduğu, dolayısıyla hızlanarak genişleyen bir Evrende yaşıyorsak o zaman kozmolojik sabit sıfırdan büyüktür» iddiasını şekilden yararlanarak doğrulayınız.

**CEVAP:** Şekil 5.23 tüm hızlanan FRW modellerinin $\Lambda > 0$ ile uyumlu olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, eğer $q_0$ gerçekten negatifse, gerçek Evren en iyi şekilde bir FRW modeliyle tanımlanıyorsa $\Lambda > 0$ olması beklenmektedir

# Kritik Yoğunluk ve Yoğunluk Parametreleri

- Maddenin ortalama yoğunluğu herhangi bir FRW modelindeki önemli bir parametredir.
- Genişleyen veya daralan bir FRW modelinde, bu nicelik, madde giderek dağıldıkça veya sıkıştırıldıkça zamanla değişecektir; bu nedenle ρ(t) ile temsil edilmektedir.
- Evrenin yeteri kadar geniş bir bölgesindeki tüm galaksi kümeleri ve galaksilerin kütleleri toplanarak ve bu toplam, bölgenin hacmine bölünerek mevcut ρ(t) yoğunluk değerinin gözlemsel olarak elde edilmesi umulmaktadır.
- Bunun için birçok deneme yapılmasına rağmen;
    - gözlemsel hatalar,
    - uzak mesafelerin gözlenmesi,
    - sönük galaksilerin gözlenmesi ve
    - herhangi bir bölgedeki karanlık maddenin toplam kütlesinin

elde edilmesindeki problemler nedeniyle tam bir sonuç elde edilememektedir.

- Bu nedenle, ρ yoğunluğunun tespiti için dolaylı yaklaşımlara ihtiyaç vardır.

- Kozmik yoğunluktan bahsederken, k = 0 ve Λ = 0 olan FRW modelindeki madde yoğunluğu kullanışlı bir referans değerdir.

- Hatırlanacağı üzere bu özel model **kritik model** olarak adlandırılmaktadır.
- Çünkü Λ = 0 açık ve kapalı modelleri arasında bir sınır teşkil etmektedir.
- Bu kritik konumu devam ettirmek için kritik modeldeki madde yoğunluğu, her zaman Hubble parametresinin değeri ile tam olarak ilişkili olmalıdır.
- Gerçekte, eğer t zamanında kritik modeldeki madde yoğunluğu $\rho_{kr}(t)$ ile gösterilirse, Friedmann denklemi bunu;

$$\rho_{kr}(t) = \frac{3H^2(t)}{8\pi G}$$

şeklinde ifade eder.

- $\rho_{kr}(t)$ niceliği t anındaki **kritik yoğunluk** olarak bilinmektedir.

- Kritik yoğunluğun şimdiki değerini Hubble parametresinin güncel değerinden hesaplamak her zaman mümkündür.

---

**SORU:** Eğer Evren kritik model ile oldukça iyi bir şekilde temsil edilebiliyor olsaydı Evrenin yoğunluğunun şimdiki değeri ne olurdu? ($H_0 = 72\ kms^{-1}Mpc^{-1} = 2.3 \times 10^{-18}\ s^{-1}$)

**CEVAP:** Bu şartlar altında $\rho(t_0)$ yoğunluğunun mevcut değeri, kritik yoğunluk $\rho_{kr}(t_0)$'ın mevcut değerine eşit olacaktır.

$$\rho_{kr}(t_0) = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

$$= \frac{3 \times (2.3 \times 10^{-18})^2}{8\pi \times 6.67 \times 10^{-11}}\ kg\ m^{-3}$$

$$= 1 \times 10^{-26} kg\ m^{-3}$$

- Kritik yoğunluk referans bir değer olarak kullanılarak, herhangi bir zamanda kozmik maddenin gerçek yoğunluğu o andaki kritik yoğunluğun bir kesri olarak ifade edilebilir.
- Bu oran **madde için yoğunluk parametresi** olarak adlandırılır ve $\Omega_m(t)$ ile gösterilir;

$$\Omega_m(t) = \frac{\rho(t)}{\rho_{kr}(t)}$$

$$\rho_{kr}(t) = \frac{3H^2(t)}{8\pi G}$$

- Bu parametre her türlü maddeyi (karanlık, aydınlık, baryonik ve baryonik olmayan madde) içermektedir.

- Kozmolojik sabitin değerini de benzer şekilde temsil etmek mümkündür.
- $\dot{R}^2 = \frac{8\pi G R^2}{3}\left(\rho + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}\right) - kc^2$ Friedmann denkleminde $\frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$ sabiti denkleme madde yoğunluğu $\rho$'ya benzer bir şekilde girmektedir.
- Bu durum, $\frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$ teriminin, kozmoloji sabitiyle ilişkili bir çeşit yoğunluk olarak yorumlanabileceğini belirtmektedir.
- $\frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$ çok garip bir tür yoğunluktur. Çünkü $\rho$ madde yoğunluğunun genişleyen bir Evrende $1/R^3$ ile orantılı olarak azalması beklenirken, bu terimin Evren genişledikçe sabit kalması beklenmektedir.
- Bununla birlikte, $\frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$ terimi $\rho_\Lambda$ ile temsil edilirse, **kozmolojik sabit için yoğunluk parametresi** şu şekilde tanımlanabilir;

$$\Omega_\Lambda(t) = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{kr}(t)}$$

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$$

- $\Lambda$ ve $\rho_\Lambda$ sabit olmasına rağmen yoğunluk parametresi $\Omega_\Lambda(t)$ zamana bağlıdır.
- Çünkü bu nicelik zamana bağlı olan kritik yoğunluğu içermektedir.

- $\rho_\Lambda$, madde yoğunluğu olarak anlam ifade etmese bile, bu terim $c^2$ ile çarpıldığında $Jm^{-3}$ (metre küp başına düşen joule) biriminde ölçülebilen bir nicelik elde edilmektedir.

$$\rho_\Lambda c^2 = \frac{\Lambda c^4}{8\pi G}$$

niceliği bir **enerji yoğunluğu** olarak yorumlanabilir.

- Kozmolojik sabiti bu şekilde temsil etmek bazı ilginç fiziksel spekülasyonlara yol açmaktadır.
- Bir düşünceye göre, kozmolojik sabiti temsil eden enerji yoğunluğunun, boş uzayda doğal olarak oluşan kuantum dalgalanmaları ile ilişkili enerjiden ortaya çıktığıdır.
- Bu, **boşluk enerjisi** olarak bilinmektedir ve uzayın genişlemesinin neden kozmolojik sabitin etkisini azaltmadığını açık bir şekilde açıklardı.
- Aksine, genişleyen uzay basit olarak daha fazla boş uzay ve daha fazla boşluk enerjisi üretir; sonuçta, kozmolojik sabitle ilişkili enerji yoğunluğu değişmeden kalırken, her türlü madde ve ışınımla ilişkili enerji yoğunluğu azaltılır.
- Ne yazık ki, vakum içindeki kuantum dalgalanmalarından kaynaklanması beklenen enerji yoğunluğunun basit tahminleri gerçekçi olamayacak kadar yüksektir (yaklaşık $10^{120}$ kat).

- Farklı bir yaklaşım, $\rho_\Lambda c^2$ 'nin gerçekten sabit olmadığı hatta dağılımında tamamen tekdüze olmadığı anlamına gelebilecek daha geniş bir olasılık aralığını değerlendirmektir.
- Bu yaklaşımda $\rho_\Lambda c^2$ enerji yoğunluğu, **karanlık enerjinin ortalama yoğunluğu** olarak tanımlanmaktadır ve bir takım egzotik özelliklere sahip şimdiye kadar tanımlanmamış kozmik bileşene atfedilir.
- Karanlık enerji kaynağı, ortalama bir $\rho_\Lambda c^2$ enerji yoğunluğunun yanı sıra p = -$\rho_\Lambda c^2$ negatif bir ortalama basınca sahip egzotik bir akışkan olsaydı, o zaman onun kozmik etkisi, kozmoloji sabitinden ayırt edilemezdi.
- Karanlık enerji basit olarak karanlık maddeyle ilişkilendirilemez.
- Çünkü karanlık enerji kozmik genişlemenin hızlanmasından sorumluyken karanlık madde kozmik genişlemeyi yavaşlatma eğilimindedir.
- Karanlık enerjinin kaynağı gizemli olmaya devam etse de, $\rho_\Lambda c^2$ 'ya **karanlık enerji yoğunluğu** olarak bakmak yaygın bir uygulama halini almıştır ve $\Omega_\Lambda(t)$ **karanlık enerji için yoğunluk parametresi** olarak adlandırılmaktadır.

- $\Omega_{\mathrm{m}}(t)$ (veya $\Omega_{\mathrm{m},0}$) ve $\Omega_{\Lambda}(t)$ (veya $\Omega_{\Lambda,0}$) ‘in mevcut değerini elde etmek için birçok gözlem yapılmaktadır.
- Bu iki parametre oldukça önemlidir. Çünkü bunlar, Hubble sabitinin gözlenen değeriyle birlikte, çeşitli FRW modellerinin ayırt edilmesinde kullanılmaktadırlar (Şekil 5.30).

- Kırmızı çizgide bulunan tüm noktalarda $\Omega_{\mathrm{m},0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1$’dir.
- $\Omega_{\mathrm{m},0}$ ve $\Omega_{\Lambda,0}$’ın gözlenen değerleri bu şartı sağlıyorsa uzayın geometrisi düz olacaktır ve k = 0 durumu olmalıdır.
- Diğer taraftan, eğer $\Omega_{\mathrm{m},0} + \Omega_{\Lambda,0} > 1$ ise k = +1 veya eğer $\Omega_{\mathrm{m},0} + \Omega_{\Lambda,0} < 1$ ise k = -1’dir.
- Dolayısıyla, uzayın geometrik özellikleri önemli şekilde $\Omega_{\mathrm{m},0}$ ve $\Omega_{\Lambda,0}$’ın toplamına bağlıdır.
- Ayrıca şekilde gösterildiği gibi, $\Omega_{\mathrm{m},0}$ ve $\Omega_{\Lambda,0}$’ı içeren diğer bir durum (mavi çizgi) Evrenin en sonunda çöküp çökmeyeceğini ya da sonsuza kadar genişlemeye devam edip etmeyeceğini belirleyecektir.
- Eğer Evrenin kaderi kalıcı bir genişlemeyse, $\Omega_{\mathrm{m},0}$ ve $\Omega_{\Lambda,0}$ ‘ı içeren başka bir koşul (yeşil çizgi), genişlemenin hızlanıp hızlanmayacağını belirleyecektir

- Bu yoğunluk parametrelerinin mevcut değerlerini elde etmek kolay değildir.
- Ancak, son zamanlarda yapılan birçok gözlem k = 0 ile uyumludur ki bu da

$\Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1$ durumunu en popüler seçenek haline getirmektedir.

- Gerçekten, son dönemlerdeki hesaplamalar, $\Omega_{m,0} \approx 0.3$ ve $\Omega_{\Lambda,0} \approx 0.7$ olduğunu göstermektedir.
- Bu durum, Evrendeki enerjinin çoğunun şu an karanlık enerji olduğunu, uzayın düz bir geometriye sahip olduğunu ve kozmik genişlemenin sonsuza kadar artan bir oranda devam edeceğini göstermektedir.

# Hubble Zamanı ve Evrenin Yaşı

- Kritik model kozmik yoğunluk için sadece kullanışlı bir referans sağlamakla kalmaz aynı zamanda da Evrenin yaşıyla ilgili bilgiler sağlar.
- Kritik modelin kullanışlılığı, ölçek parametresinin zamanla çok basit bir şekilde değiştiği gerçeğinden kaynaklanmaktadır.

$$R(t) = At^{2/3} \text{ , burada A sabit}$$

- Bu denklem, $H(t)$ Hubble parametresinin tanımıyla birleştirilerek kritik modelde

$$H(t) = \frac{2}{3t}$$

olarak gösterilebilir.

- Bu noktadan hareketle, kritik model ile temsil edilen bir Evrende bulunan gözlemcilerin uzak galaksi gözlemleri, Evren bir $t_0$ zamanı kadar genişledikten sonra Hubble sabitinin

$$H_0 = \frac{2}{3t_0}$$

değerine sahip olduğunu gösterecektir.

- Dolayısıyla, bu da gözlemciler bu Evrenin yaşını; $H_0$'ı ve $t_0 = \frac{2}{3H_0}$ ilişkisini hesaplayarak bulabilecekleri anlamına gelmektedir.
- $H_0$ parametresi $s^{-1}$ biriminde ifade edildiği için $1/H_0$ saniye veya yıl olacak şekilde zaman biriminde ifade edilebilir.
- $1/H_0$ niceliği **Hubble zamanı** olarak bilinmektedir ve kozmik yaş için referans bir değer olarak kullanılmaktadır (aynı $\rho_{\mathrm{kr}}$'nin kozmik yoğunluk için referans değer olması gibi).
- Hubble zamanının tam değeri $H_0$ parametresinin ölçümlerindeki belirsizlik nedeniyle net değildir.
- Ancak $4.3 \times 10^{17}$ saniye olduğu düşünülmektedir ki bu 13.8 milyar yıla karşılık gelmektedir.

**SORU:** Eğer Evrenimiz kritik model ile edilebiliyor olsaydı, yaşı kaç olarak hesaplanırdı?

**CEVAP:** Kritik modele göre, Evrenin yaşı $t_0$ Hubble zamanının 2/3'ü kadardır. Evrenimiz için Hubble zamanı 14 milyar olarak kabul edilirse, Evrenin yaşı 9 milyar yıl olacaktır. Bu değer gerçek olmak için çok kısadır. Dolayısıyla Evren kritik model ile temsil edilemez.

- Kritik model, Hubble sabitinin gözlenen değeriyle Evrenin yaşı arasındaki basit bir ilişkiyi sağlamak için alışıldık değildir.
- Benzer ilişkiler FRW modellerinde bulunmaktadır, ancak bunlar genelde daha karmaşıktır.
- Bunları grafiksel olarak göstermek daha kolaydır. Şekil 5.31'de genel bir gösterim verilmektedir.

Şekil 4 farklı FRW modeli için ölçek katsayısının büyümesini göstermektedir.

1. $\Lambda = 0$ ve k = +1 olan kapalı bir model
2. $\Lambda = 0$ ve k = 0 olan kritik bir model
3. $\Lambda = 0$ ve k = -1 olan açık bir model
4. $\Lambda > 0$ ve k = 0 olan hızlanan bir model

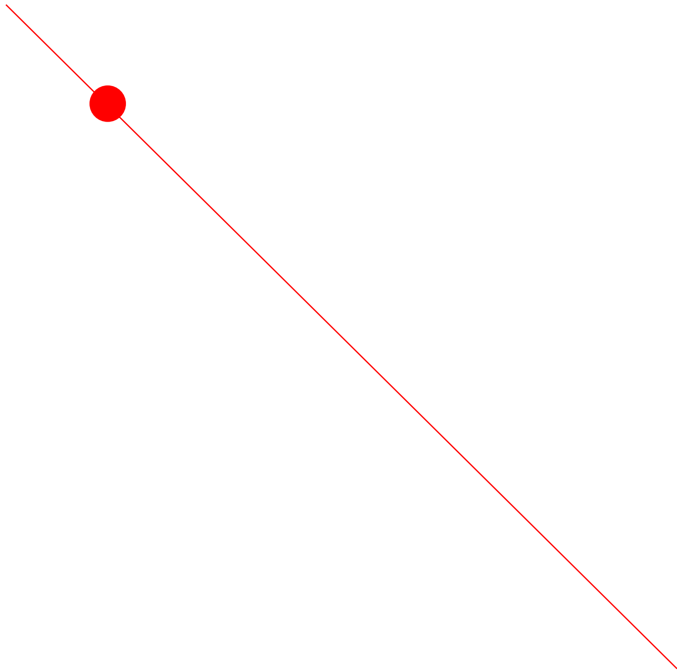
Şekil 5.31: $t_0$ anında aynı Hubble sabitine sahip kapalı, kritik, açık ve hızlanan FRW modellerinde ölçek katsayısının evrimi. Sıfırdan faklı kozmolojik sabite sahip tek model olan hızlanan model en büyük yaşa sahiptir.

- Eğrilerin tamamı günümüzle uyumlu olan $t_0$ anında aynı $\dot{R}$ ve $R$ değerlerine sahip olacak şekilde yatay olarak kaydırılmışlardır.
- Yani, tümü aynı Hubble sabiti değerini gösterecek şekilde çizilmiştir.
- Şekildeki dört eğrinin hepsi eğer aynı Hubble sabitine karşılık geliyorsa, bu durum dört Evrenin yaşları hakkında ne söylüyor olabilir?
- Her model Evrenin yaşı, R'nin sıfıra ve $t_0$ zamanına eşit olduğu anlar arasında geçen süreyle temsil edilmektedir. Bu zamanlar 4 model için de farklıdır ve T1, T2, T3 ve T4 ile gösterilmektedir. Kapalı Evren en küçük, hızlanan Evren en büyük yaşa sahip olacak her model şekilde kendinden önce gelen Evren modelinden büyüktür.

- Evrenimizde Hubble sabitinin gözlenen değeri, kritik değerin Evren için gerçek olmayacak kadar küçük bir yaşı ifade ettiği oldukça büyük bir değerdir.
- Bir çok kozmolog bu durumu kozmolojik sabitin sıfırdan farklı olduğu bir kanıt olarak görmektedirler.
- Şekil 5.32, 3 faklı FRW modelinde Hubble sabiti ($t_0$ anında Hubble parametresi) ile Evrenin yaşı (genişliyor olduğu zamanın uzunluğu) arasındaki ilişkiyi göstermektedir.
- Eğriler, $\Lambda = 0$ olan açık ve kritik modelleri ve açık model ile aynı yoğunluğa fakat pozitif bir kozmolojik sabite sahip hızlanan bir modeli göstermektedir.
- Verilen bir Hubble sabiti için, hızlanan model her zaman daha uzun süre genişleyen modeldir.

Şekil 5.32: Kritik, açık ve hızlanan Evrenler için Evren yaşı – Hubble sabiti grafiği.

- Son olarak, Şekil 5.33, Hubble sabitinin herhangi bir değeri ve daha geniş bir $\Omega_{m,0}$ - $\Omega_{\Lambda,0}$ değer aralığı için Evrenin yaşını gösteren kapsamlı bir gösterimdir.
- Hubble sabitinin olası değeri, şemada herhangi bir yerde açıkça görülememekle birlikte, diyagramı boydan boya süpüren eğri çizgiler, Hubble zamanının katları cinsinden ölçülen çeşitli modellerin yaşlarını göstermektedir.
- Şekil 5.33'ün eksenleri $\Omega_{m,0}$ ve $\Omega_{\Lambda,0}$'dır.
- Dolayısıyla, k = 0 düz uzay için, $\Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1$ olan kırmızı çizgiyle temsil edilmektedir.
- Daha önce belirtildiği üzere, karanlık madde ve karanlık enerji için yoğunluk parametrelerinin değerleri $\Omega_{m,0} = 0.3$ ve $\Omega_{\Lambda,0} = 0.7$'dir.
- Bu değerler, Evrenimizin kabaca kırmızı noktayla gösterildiği anlamına gelmektedir.
- Bu durum, Big Bang ile başlayan ve şimdi Hubble zamanından biraz daha küçük bir yaşa sahip olan genişleyen ve hızlanan bir Evreni göstermektedir. Hubble zamanının mevcut değerine dayanarak, bu, Evrenin yaşının 13.8 milyar yıl olduğunu işaret etmektedir.



Şekil 5.33: Hubble zamanı biriminde ($1/H_0$) Evrenin yaşı çeşitli eğrilerle gösterilmektedir.

**SORU:** Friedmann-Robertson-Walker modellerinin ve Friedmann denkleminin varsayımlarını açıklayınız

**CEVAP:**

**FRW modelleri için;**

- Uzay ve Zaman genel göreliliğe göre davranır
- Enerji ve momentum büyük ölçekte homojen ve izotropik olarak dağılmaktadır

**Friedmann denklemi için;**

- Evren yoğunluğu $\rho$ olan bir gaz ile uniform (tekdüze) olarak doldurulmuştur.

**SORU:** FRW modelleri çerçevesinde 3 boyutlu uzayın pozitif eğriliğinin yaratabileceği olası sonuçları açıklayınız

**CEVAP:**

Soru homojen ve izotropik RW modelleriyle alakalı olduğu için;

- Verilen herhangi bir zamanda eğrilik uniform (tekdüze) olmalıdır (her yönde ve her yerde aynı).
- Pozitif eğriliğe sahip bir üç boyutlu uzayda uzay sonlu bir hacme sahip olacaktır.

Dolayısıyla,

- düz çizgiler kendi üzerlerine kapanacak,
- paralel çizgiler birleşecek,
- üçgenlerin iç açıları toplamı 180 dereceden büyük olacak ve
- herhangi bir dairenin çevresi 2 π R ‘den küçük olacaktır.