

KAPİTAL OLUŞTURULMASI

Kapital oluşturulması, bir kredi kurumuna belli tarihlerde, belli miktarlarda yatırılan paralarla, belli bir süre sonunda belli büyüklükte bir para meydana getirme işlemidir. Küçük olarak görülen miktarlar(taksitler) belli tarihlerde yatırılarak, belli bir süre sonrasında önemli miktara ulaşabilir. Bu şekilde davranarak ciddi büyüklükte bir kapital oluşturulabilir.

Kapital oluşturma işlemi, daha çok uzun vadeli kredi işlemleri niteliğinde olup bileşik faiz metoduna göre incelenmesi gerekmektedir. Ancak konu basit faiz metodu açısından da incelenirse yararlı olacaktır.

Belli tarihlerde yatırılan taksitlerle, belli bir süre sonunda meydana gelecek kapital, taksitlerin baliğleri toplamına eşit olur.

KAPİTAL OLUŞTURMA ÇEŞİTLERİ:

1) Baliğlerin hesabında uygulanan faiz metoduna göre kapital oluşturma iki çeşittir:

a) Basit faiz yöntemiyle kapital oluşturmak.

b) Bileşik faiz yöntemiyle kapital oluşturmak.

2) Belli tarihlerde yatırılan taksit miktarları bakımından kapital oluşturma iki çeşittir:

a) Sabit taksitlerle kapital oluşturmak.

b) Değişik taksitlerle kapital oluşturmak.

3) Taksitler arasında uygulanan süre bakımından kapital oluşturma iki çeşittir:

a) Sabit zaman aralıklı taksitlerle kapital oluşturmak.

b) Değişik zaman aralıklı taksitlerle kapital oluşturmak.

Sabit zaman aralıklı taksitlerle kapital oluştururken, taksitlerin devre başlarında veya sonlarında yatırılmasına göre kapital oluşturulması iki çeşittir:

i) Devre başı taksitlerle kapital oluşturmak.

ii) Devre sonu taksitlerle kapital oluşturmak.

Değişik zaman aralıkları ile kapital oluştururken, belli bir zaman sonra meydana gelecek kapitali hesaplamak için bütün taksitlerin baliğlerini ayrı ayrı hesaplamak gerekeceğinden, sadece sabit zaman aralıkları ile yatırılan eşit taksitlerle kapital oluşturulması kavramı üzerinde durulacaktır.

Konu ile ilgili formüllerde kullanılacak semboller şunlardır:

a=Taksit miktarı(Her devrede yatırılan para)

n=Taksit(veya devre) sayısı, devre sayısı cinsinden süre

t=Faiz oranı

S=Devre sonu taksitlerle n. yinci devre sonunda ulaşılan para miktarı.

C=Devre başı taksitlerle n. yinci devre sonunda ulaşılan para miktarı.

DEVRE SONU TAKSİTLERLE KAPİTAL OLUŞTURULMASI:

Taksitler eşit miktarda ve taksitler arasında geçen süre aynı olacaktır. Basit faiz hesabında a TL anaparanın, n süre sonunda, t faiz oranı üzerinden baliğini,

$$A = a + ant$$

ile göstermiştik. n tane taksitle, n. yinci devre sonunda oluşturulan kapital, taksitlerin her

birinin baliğleri toplamına eşit olur. Buradan eşit zaman aralıklarıyla, eşit miktarlarda yatırılan 1., 2., 3.,..., n.yinci taksitlerin her birinin baliğlerini sırasıyla A_1, A_2, \dots, A_n ile ve n. yinci devre sonunda oluşturulacak kapitali S ile gösterirsek:

$$S = A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

olur. Ayrıca taksitler devre sonlarında yatırıldığında, n.yinci devre sonuna kadar birinci taksit (n-1), ikinci taksit (n-2),... ve n.yinci taksit 0(sıfır) devre faizde kalır. Buradan taksitlerin baliğleri sırasıyla;

$$A_1 = a + a(n-1)t$$

$$A_2 = a + a(n-2)t$$

.....

$$A_{n-1} = a + at$$

$$A_n = a$$

şeklinde elde edilir. İfade ettiğimiz baliğ değerleri (7.1)'de yerlerine yazılırsa:

$$S = [a + a(n-1)t] + [a + a(n-2)t] + \dots + [a + at] + a$$

olur. (7.2) eşitliği, ortak farkı (-at) olan bir aritmetik dizidir ve aritmetik dizilerde baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin toplamı sabit olduğundan, S'yi baştan sona ve sondan başa doğru yazıp alt alta topladığımızda:

$$S = [a + a(n-1)t] + [a + a(n-2)t] + \dots + [a + at] + a$$

$$+ S = a + [a + at] + \dots + [a + a(n-2)t] + [a + a(n-1)t]$$

$$2S = [a + a(n-1)t + a] + [a + a(n-2)t + a + at] + \dots + [a + a(n-1)t + a]$$

$$\Rightarrow 2S = n[a + a(n-1)t + a]$$

$$\Rightarrow 2S = n[2a + a(n-1)t]$$

$$\Rightarrow S = \frac{n.a.[2 + (n-1)t]}{2}$$

formülü elde edilir.

Örnek 1: Ay sonlarında yatırılan 10000 TL'lik taksitlerle bir yıl sonunda kaç TL toplanmış olur? (Aylık $t=0,02$)

çözüm:

$$a=10000 \text{ TL} \quad n=12 \quad t=0,03 \quad S=?$$

$$S = \frac{n.a.[2 + (n-1)t]}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{10000.12.[2 + (12-1).0,03]}{2}$$

$$\Rightarrow S = 139800 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek 2: Ay sonlarında yatırılacak kaç TL'lik taksitlerle bir yıl sonra 73200 TL para toplanır?(Aylık $t=0,04$)

çözüm:

$$n=12 \quad t=0,04 \quad S=73200 \text{ TL} \quad a=?$$

$$S = \frac{n.a.[2 + (n-1)t]}{2}$$

$$\Rightarrow 73200 = \frac{12.a.[2 + (12-1).0,04]}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{73200.2}{12(2+11.0,04)}$$

$$\Rightarrow a = \frac{146400}{29,28} = 5000\text{TL bulunur.}$$

Örnek 3: Ay sonlarında yatırılan 2800 TL taksitlerle 1 yıl sonunda 35448 TL para toplandığına göre aylık faiz oranı nedir?

çözüm:

$$a=2800 \text{ TL} \quad n=12 \quad S=35448 \text{ TL} \quad t=?$$

$$S = \frac{n.a.[2 + (n-1)t]}{2}$$

$$\Rightarrow 35448 = \frac{12.2800.[2+11.t]}{2}$$

$$\Rightarrow 70896 = 33600(2+11t)$$

$$\Rightarrow t = \frac{3696}{369600}$$

$$\Rightarrow t = 0,01$$

$$\Rightarrow \%1 \text{ faiz oranı bulunur.}$$

Örnek 4: Ay sonlarında yatırılacak 1000 TL taksitlerle kaç ayda 25650 TL para toplanır?
(Aylık $t=0,05$)

çözüm:

$$a=1000 \text{ TL} \quad S=25650 \text{ TL} \quad t=0,05 \quad n=?$$

$$S = \frac{n \cdot a \cdot [2 + (n-1)t]}{2}$$

$$\Rightarrow 25650 = \frac{n \cdot 1000 \cdot [2 + (n-1) \cdot 0,05]}{2}$$

$$\Rightarrow n^2 + 39n - 1026 = 0 \quad (*)$$

(*) denklemini, ikinci dereceden n bilinmeyenine bağlı (bir bilinmeyenli) bir denklemdir. Bu denklemi çözebilmek için matematik bilgimizden faydalanırsak; önce diskriminant değerini bulmamız gerekir:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Rightarrow \Delta = 39^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1026) = 5625 > 0$$

olduğundan (7.3) denkleminin farklı iki reel kökü vardır. Bu kökler;

$$n_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-39 + \sqrt{5625}}{2}$$

ve

$$n_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-39 - \sqrt{5625}}{2}$$

dir. n değerleri devre sayısını veya devre sayısı cinsinden süreyi göstereceğinden pozitif olmak zorundadır. Halbuki n_2 değeri negatiftir. O halde çözüm değeri olarak n_2 'yi alamayız. Çözümümüz sadece n_1 değeri olacaktır.

$$n_1 = \frac{-39 + \sqrt{5625}}{2}$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{-39 + 75}{2} = 18 \text{ ay olarak bulunur.}$$

DEVRE BAŞI TAKSİTLERLE KAPİTAL OLUŞTURULMASI:

Taksitler, devre başlarında yatırılırsa, devre sonunda yatırılan taksitlerden birer devre fazla faizde kalmış olurlar. Dolayısıyla devre başı yatırılan taksitlerle n. yinci devre sonunda toplanan para, devre sonunda yatırılan taksitlerle n. yinci devre sonunda toplanan paradan, n tane taksit toplamının bir devrelik faizi kadar fazla olması gerekir. Devre başlarında eşit miktarlarda yatırılacak taksitlerle n. yinci devre sonunda oluşturulan kapitali C ile gösterelim. Bu durumda:

$$C = S + \text{ant} \Rightarrow C = \frac{n.a.[2 + (n-1)t]}{2} + \text{ant}$$

$$\Rightarrow C = \frac{2an + na(n-1)t + 2ant}{2} = \frac{2an + an^2 - ant + 2ant}{2}$$

$$\Rightarrow C = \frac{n.a.[2 + (n+1)t]}{2}$$

formülü elde edilir.

Bu formülü, devre sonu taksitlerle kapital oluştururken bulduğumuz formüle benzer yolla da elde edebiliriz:

Devre başlarında eşit miktarlarda yatırılacak taksitlerle n.yinci devre sonunda oluşturulacak C kapitali, yine aynı biçimde taksitlerin baliğleri toplamına eşit olacaktır. Yani,

$$C = A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

yazılabilir. Taksitler devre başlarında yatırıldığında, n.yinci devre sonuna kadar birinci taksit n, ikinci taksit (n-1), ... ve n.yinci taksit 1 devre faizde kalır. Buradan taksitlerin balıĝları sırasıyla;

$$\begin{aligned} A_1 &= a + ant \\ A_2 &= a + a(n-1)t \\ &\dots\dots\dots \\ A_{n-1} &= a + 2at \\ A_n &= a + at \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. İfade ettiĝimiz balıĝ değerleri (7.5) eşitliğinde yerlerine yazılırsa:

$$C = [a + ant] + [a + a(n-1)t] + \dots + [a + 2at] + [a + at]$$

olur. (7.6) eşitliği, ortak farkı (-at) olan bir aritmetik dizidir. Bu kısımdan sonrasını da önceden yaptığımız gibi yaparsak:

$$\begin{aligned} C &= [a + ant] + [a + a(n-1)t] + \dots + [a + 2at] + [a + at] \\ + \quad C &= [a + at] + [a + 2at] + \dots + [a + a(n-1)t] + [a + ant] \\ \hline 2C &= [a + ant + a + at] + [a + a(n-1)t + a + 2at] + \dots + [a + at + a + ant] \\ \Rightarrow 2C &= n[a + a(n+1)t + a] \\ \Rightarrow 2C &= n[2a + a(n+1)t] \\ \Rightarrow C &= \frac{n.a.[2 + (n+1)t]}{2} \end{aligned}$$

şeklinde (7.4) formülünü aynı biçimde elde etmiş oluruz.

Not 1: Devre başı taksitlerle oluşturulacak kapital ile ilgili problemlerin çözümü, devre sonu taksitlerle oluşturulacak kapital ile ilgili problemlerin çözümünün aynısıdır.

Örnek 5: İki aylık devre başlarında yatırılan 9000 TL'lik taksitlerle, bir yıl sonunda kaç TL birikir? (İki aylık devre için $t=0,02$)

çözüm: $a=9000$ TL $n=\frac{12}{2}=6$ $t=0,02$ $C=?$

$$C = \frac{n.a.[2 + (n+1)t]}{2}$$

$$\Rightarrow C = \frac{6.9000.[2 + (6+1).0,02]}{2}$$

=115560 TL bulunur.