

801400805441 Kendinden Ayarlamalı Kontrol Sistemleri [1-5]

Sürekli kesikli zaman modellerine dönüşüm, fonksiyonların z-dönüşümü, gecikmeli fonksiyonlar, z-dönüşümünün tersi [1-5]

Kaynaklar

- [1] Wellstead P. E., Zarrop M.B., 1991, Self-Tuning Systems, Control and Signal Processing, John-Wiley and Sons.
- [2] Coughanowr D., LeBlanc S., 2009, Process Systems Analysis and Control, McGraw-Hill
- [3] Bequette B.W., 2008, Process Control Modelling; Design and Simulation, Prentice-Hall
- [4] Seborg D.E., Mellichamp D. A., Edgar T.F, Doyle F.J., 2011, Process Dynamics and Control , John Wiley and Sons
- [5] Stephanopoulos G., 1984, Chemical Process Control : an introduction to theory and practice, Prentice-Hall

Sürekli sinyal $f(t)$ den her T örnek alma periyodunda bir örnek alınacak olursa örnek değerler $f(0), f(T), f(2T), \dots$, olarak gösterilirler.

$$Z \{f(0), f(T), f(2T), \dots\} = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT)z^{-n}$$

Bu fonksiyonun z-dönüşümü:

$$Z[f(t)] = f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT)z^{-n}$$

Fonksiyonların Laplace ve z-dönüşümleri, laplace ve z-dönüşüm tersi:

T: örnek alma zaman adımı

n: örnek alma zaman adımı sayısı

FONKSİYON:

$$f(t) = e^{-at}$$

$$f(nT) = e^{-anT}$$

```
>> syms t n z a T nT
```

```
>> f(t)=exp(-a*t)
```

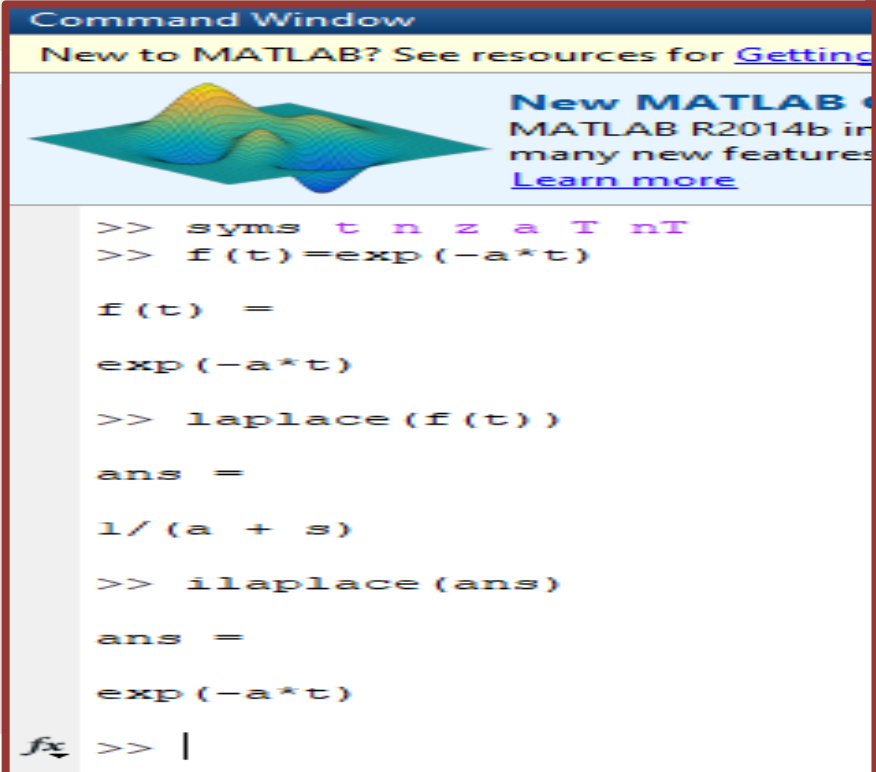
```
f(t) =
```

```
exp(-a*t)
```

```
>> laplace(f(t))
```

```
ans =
```

```
1/(a + s)
```



```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started

New MATLAB R2014b in
many new features
Learn more

>> syms t n z a T nT
>> f(t)=exp(-a*t)

f(t) =
exp(-a*t)

>> laplace(f(t))

ans =
1/(a + s)

>> ilaplace(ans)

ans =
exp(-a*t)

fx >> |
```

```
>> syms t n z a T nT
```

```
>> f(nT)=exp(-a*n*T)
```

```
f(nT) =
```

```
exp(-T*a*n)
```

```
>> ztrans(f(nT))
```

```
ans =
```

```
z/(z - exp(-T*a))
```

```
>> ztrans(f(nT),z)
```

```
ans =
```

```
z/(z - exp(-T*a))
```

```
>> simplify(ans)
```

```
ans =
```

```
z/(z - exp(-T*a))
```

```
>> pretty(ans)
```

```
z
```

```
-----
```

```
z - exp(-T a)
```

z-Dönüşümü: z-dönüşümü zamana bağlı kesikli sinyalleri z bağımsız değişkenine bağlı sinyallere dönüştürür. Bir fonksiyonun z-dönüşümü örnek alma periyodu seçimine bağlıdır. Eğer örnek alma zamanlarında iki ayrı fonksiyon aynı örnek değerlerine sahipse bu fonksiyonların z-dönüşümü aynı olur ve bu fonksiyonlar ayırt edilemez hale dönüşür.

FONKSİYON:

T: örnek alma zaman adımı

n: örnek alma zaman adımı sayısı

$$f(t) = 1 * u(t)$$

$$f(nT) = u(nT) = 1$$

Bir birim fonksiyonu $u(t)=1, t>0$

$$u(t)=0, t<0$$

```
>> syms t n z a T nT u
```

```
>> u=sym(heaviside(t))
```

```
u =
```

```
heaviside(t)
```

```
>> laplace(u)
```

```
ans =
```

```
1/s
```

```
>> ztrans(1,z)
```

```
ans =
```

```
z/(z - 1)
```

```
>> u(nT)=1
```

```
u(nT) =
```

```
1
```

```
>> ztrans(u(nT),z)
```

```
ans =
```

```
z/(z - 1)
```

% Bu z dönüşümünün tersini almak için iztrans komutu kullanılır.

```
>> iztrans(z/(z-1), z,n)
```

```
ans =
```

```
1
```

FONKSİYON:

T: örnek alma zaman adımı

n: örnek alma zaman adımı sayısı

$\delta(t)$: impulse veya dirac fonksiyonu

$$f(t) = 1 * \delta(t)$$

$$f(nT) = \delta(nT) = 1$$

```
>> syms t n z a T nT u
```

```
>> d=dirac(t)
```

```
d =
```

```
dirac(t)
```

```
>> laplace(d)
```

```
ans =
```

```
1
```

FONKSİYON:

T: örnek alma zaman adımı

n: örnek alma zaman adımı sayısı

$$f(t) = t * e^{-at}$$

$$f(nT) = nT * e^{-anT}$$

```
>>
```

```
>> syms t n z a T nT u
```

```
>> f(t)=t*exp(-a*t)
```

```
f(t) =
```

```
t*exp(-a*t)
```

```
>> laplace(f(t))
```

```
ans =
```

```
1/(a + s)^2
```

```
>> f(nT)=n*T*exp(-a*n*T)
```

```
f(nT) =
```

```
T*n*exp(-T*a*n)
```

```
>> ztrans(f(nT),z)
```

```
ans =
```

```
(T*z*exp(T*a))/(z*exp(T*a) - 1)^2
```

```
>> pretty(ans)
```

```
  T z exp(T a)
```

```
-----
```

```
  2
```

```
(z exp(T a) - 1)
```

FONKSIYON:

T: örnek alma zaman adımı

n: örnek alma zaman adımı sayısı

$$f(t) = \sin(w * t)$$
$$f(nT) = \sin(n * T * w)$$

```
>>
```

```
>> syms t n z a T nT u w
```

```
>> f(t)=sin(w*t)
```

```
f(t) =
```

```
sin(t*w)
```

```
>> laplace(f(t))
```

```
ans =
```

```
w/(s^2 + w^2)
```

```
>> f(nT)=sin(w*n*T)
```

```
f(nT) =
```

```
sin(T*n*w)
```

```
>> ztrans(f(nT),z)
```

```
ans =
```

```
(z*sin(T*w))/(z^2 - 2*cos(T*w)*z + 1)
```

```
>> pretty(ans)
      z sin(T w)
-----
      2
z  - cos(T w) z 2 + 1
```

```
fx >> |
```

Zaman Gecikmeli fonksiyonlar: $f(t)$ fonksiyonunun t_{dead} saniye kadar gecikmeli olması $t_{dead}=kT$ durumunda , örnek alma zaman periyodunun tam katına eşit olan bu gecikme ile gecikmeli fonksiyon z-dönüşümü:

$$Z[f(t - t_{dead})] = Z[f(t - kT)] = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT - kT)z^{-n} = f(z)z^{-k}$$

türevlerin z-dönüşümünü

$$f'(X_0) = \frac{3f_0 - 4f_{-1} + f_{-2}}{2\Delta X}$$

$$y(z) = \frac{3f[nT] - 4f[(n-1)T] + f[(n-2)T]}{2\Delta X} = \frac{(3 - 4z^{-1} + z^{-2})}{2T} f(z)$$

$$f'(X_0) = \frac{f_{-2} - 8f_{-1} + 8f_1 - f_2}{12\Delta X}$$

$$y(z) = \frac{f[(n-4)T] - 8f[(n-3)T] + 8f[(n-1)T] - f[nT]}{12\Delta X}$$

$$y(z) = \frac{1}{12T} [z^{-4} - 8z^{-3} + 8z^{-1} - 1] f(z)$$

integralin z-dönüşümünü alınız:

$$y(nT) = y[(n-3)T] + \int_{(n-3)T}^{nT} f(x) dx$$

$$\int_{x_0}^{x_3} f(x)dx = \frac{3T}{8} (f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3)$$

$$y(nT) = y[(n-3)T] + \frac{3T}{8} [f((n-3)T) + 3f((n-2)T) + 3f((n-1)T) + f(nT)]$$

$$y(z) = y(z)z^{-3} + \frac{3T}{8} [f(z)z^{-3} + 3f(z)z^{-2} + 3f(z)z^{-1} + f(z)]$$

$$y(z) = \frac{3T}{8} \frac{(1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3})}{(1 - z^{-3})}$$

z-dönüşümü verilen fonksiyonun parçalara ayırma ve bölme teknikler ile z-dönüşümünün tersini alınız

$$y(z) = \frac{7 - 2z^{-1}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}} = \frac{-2z^{-1} + 7}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{5z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} + \frac{7}{(1 - z^{-1})}$$

$$Z^{-1}[y(z)] = Z^{-1}\left[\frac{5z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}\right] + Z^{-1}\left[\frac{7}{(1-z^{-1})}\right]$$

$$y(nT) = 5nT + 7$$

T=1 ise

n=	0	1	2	3	4
y(nT)=	7	12	17	22	27

Aynı fonksiyonun bölme yolu ile tersi

$$y(z) = \frac{-2z^{-1} + 7}{(1-z^{-1})^2} = \frac{7 - 2z^{-1}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}$$

$$\begin{array}{r}
 2z^{-1} \phantom{+7z^{-2}} 2z^{-1}+z^{-2} \\
 \underline{7-14z^{-1}+7z^{-2}} \phantom{7+12z^{-1}+17z^{-2}+22z^{-3}} \\
 \\
 12z^{-1}-7z^{-2} \\
 \underline{12z^{-1}-24z^{-2}+12z^{-3}} \\
 \\
 17z^{-2}-12z^{-3} \\
 \underline{17z^{-2}-34z^{-3}+17z^{-4}} \\
 \\
 22z^{-3}-17z^{-4}
 \end{array}$$

$n=$	0	1	2	3
$y(nT)=$	7	12	17	22