801400805441 Kendinden Ayarlamalı Kontrol Sistemleri[1-8]

Proses tanımlama, sistem ve sinyal modelleri, sistem model parametrelerinin hesaplanması, Bierman algoritması[1-8]

Kaynaklar

[1] Wellstead P. E., Zarrop M.B., 1991, Self-Tuning Systems, Control and Signal Processing, John-Wiley and Sons.

[2] Coughanowr D., LeBlanc S., 2009, Process Systems Analysis and Control, McGraw-Hill

[3] Bequette B.W., 2008, Process Control Modelling; Design and Simulation, Prentice-Hall

[4] Seborg D.E., Mellichamp D. A., Edgar T.F, Doyle F.J., 2011, Process Dynamics and Control , John Wiley and Sons

[5] Stephanopoulos G., 1984, Chemical Process Control : an introduction to theory and practice, Prentice-Hall

[6] Hapoğlu H., 1993, Self-tuning Control of Packed Distillation Columns, The University of Wales, Ph.D. Thesia, U.K.

[7] Bierman, G.J., 1976, Measurement Updating Using The U-D Factorisation, Automatica, 12, 375-382.

[8] Bierman, G.J., 1977, Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation, Academic Press, London, U.K.

Sistem ve Sinyal Modelleri:

Zamana göre sürekli gerçek dinamik süreçler genelde doğrusal olmayan yapıya sahiptir. Gerçek sistemlerin davranışlarını bütün detaylarıyla ortaya koyabilen bir matematiksel model yoktur. Böyle bir matematiksel modele gereksinimde yoktur. İhtiyaç duyulan model, seçilen deneysel hedefi takip edecek verilen deneysel koşullar altında tatmin edici olabilecek modeldir. Bu nedenle herhangi bir seçilmiş model sadece koşullu olarak geçerlidir ve ilgili koşulların korunması şarttır.

Kendinden ayarlamalı kontrol ile kullanılan parametrik modeller doğrusal olabilir. Bu tasarım hesaplama ve analizde kolaylık sağlar ve bu alanda kesikli zaman modelleri uygulanır.

$$x(t) + a_1 x(t-1) + \cdots + a_{n_a} x(t-n_a) = b_0 u(t) + b_1 u(t-1) + \cdots + b_{n_b} u(t-n_b)$$

Burada gürültüden bağımsız x(t) sistem cevabı ile u(t) arasında bir bağıntı yazılmıştır. Giren sinyal u(t) bir kontrolör değişkeni olup, x(t) ise sistem çıktısıdır. Sistem modeli kesikli (ayrık) zaman (digital) model olarak varsayılmıştır. Burada u(t) ve x(t) ayrık zaman değerleridir. Örnek alma zaman adımı sayısı t tam sayı değerler alır.

Geri kaydırma işlemcisi (z^{-i}) tanımı:

$$z^{-i}x(t) = x(t-i)$$

Modelin ayrık zaman transfer fonksiyonu:

$$x(t) = \frac{B}{A}u(t)$$

Burada A ve B polinomlarının z^{-1} kullanımına göre gösterimi:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b}$$

Transfer fonksiyonu z-cinsinden, z^{-1} ‘in iki polinomunun oranı olarak yazılır.

$$\frac{x(z)}{u(z)} = Z\{H(s).G(s)\}$$

Sıfırıncı derece tutucu kullanılması durumunda en az bir zaman adımlık gecikme tutucudan dolayı olarak vardır.

$$Z\{H(s).G(s)\} = z^{-1}\frac{B[z^{-1}]}{A[z^{-1}]}$$

Eğer sistemin zaman gecikmesi örnek alma zaman adımının birden fazla tam katı kadar ise ölü zaman:

$$\kappa = k\Delta t$$

Ölü zamanı örnek alma adımının k katı olan sistem için model:

$$x(t) = \frac{z^{-k}B}{A}u(t)$$

Ölü zamanın örnek alma adımına bağlı genel gösterimi:

$$\kappa = k\Delta t + m\Delta t \qquad (0 < m < 1)$$

Yük Sinyal Modelleri:

Genelde yük sinyallerinin hepsi bir arada oluşmaz, tipik yük sinyalleri şunlardır:

Sistem çıktısı sabit bir ofsete maruz kalır. Bu ofset sürecin bir parçası veya ölçüm elemanlarından kaynaklanabilir.

$$s(t) = d$$

$$s(t) = Đ(t) = d_0 + d_1 t + \cdots + d_{n_d} t^{n_d}$$

$$s(t) = Đ(t)/A$$

Sistem çıktısı ölçülebilen bir yük etkisi için ileri beslemeli kontrol kullanılabilir. Bu sinyal modeli:

$$s(t) = \frac{D}{A}v(t)$$

$$D = ð_0 + ð_1 z^{-1} + \cdots + ð_{n_ð} z^{-n_ð}$$

$$A = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

Sistem çıktısını ortalama gelişigüzel yüklerin etkilediği durum için sinyal modeli:

$$s(t) = \frac{C}{A}e(t)$$

$$C = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \cdots + c_{n_c} z^{-n_c}$$

$$A = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

Bu sinyal (yük) modelinin değiştirilmiş şekli, gürültü tanımını, entegre edilmiş gürültü şeklinde geliştirerek yapılır.

$$s(t) = s(t-1) + \frac{C}{A}e(t)$$

$$s(t) = \frac{C}{\Delta A}e(t)$$

Tüm yük sinyal modeli:

“Deterministic”, “random” ve ölçülebilir tüm sinyalleri bir arada şu şekilde gösterilebilir:

$$s(t) = \frac{Đ(t)}{A} + \frac{D}{A}v(t) + \frac{C}{A}e(t)$$

Bu modeli kullanarak, kendinden ayarlamalı (Self-tuning) kontrol algoritmalarında kullanılabilecek hemen hemen her sinyal formu ifade edilebilir.

Sistem ve Sinyal Modellerinin Birleşimi:

Burada yük etkisinde olmayan sistem çıktısı ve yük sinyali birlikte tüm proses çıktısını verir. Tüm proses çıktısı y(t) şu şekilde yazılır:

$$y(t) = x(t) + s(t)$$

$$= \frac{B}{A}u(t-1) + \frac{Đ(t)}{A} + \frac{D}{A}v(t) + \frac{C}{A}e(t)$$

Sistem Model Parametrelerinin Hesaplanması:

Gürültüden bağımsız sistem modeli:

$$\frac{B}{A}u(t-1) = \frac{B}{A}z^{-1}u(t)$$

Sistem çıktısının gelişigüzel yük etkisinde olduğu durum için model:

$$y(t) = \frac{B}{A}u(t-1) + \frac{C}{A}e(t)$$

Bu model ARMA modeline “Control” (veya “Exogenous”) ilavesi ile yazılır ve CARMA(veya ARMAX) olarak adlandırılır.

Modele ayrıca ofset tipi yük ilavesi yapıldığı durum için model:

$$Ay(t) = Bu(t-1) + Ce(t) + d$$

CARMA modelin bir değiştirilmiş şekli, gürültü tanımını entegre edilmiş gürültü şeklinde geliştirerek yapılır. Bu model CARIMA (veya ARIMAX) olarak adlandırılır.

$$y(t) = \frac{B}{A}u(t-1) + \frac{C}{\Delta A}e(t)$$

Sistem Modeli Parametrelerinin Hesaplanması

Bierman algoritması ile parametre hesabı için sistem modelinden hesaplanan çıktı ile ölçülen çıktı y(t) arasındaki bağıntı hata (e(t)) tanımı kullanılarak yazılır:

$$y(t) = \mathbf{x}^T(t)\Theta + e(t)$$

Burada θ bilinmeyen parametreler vektörüdür.

$$\Theta^T = [-a_1, \ldots, -a_{n_a}, b_0, \ldots, b_{n_b}, d_0, c_1, \ldots, c_{n_c}]$$

$$\mathbf{x}^T = [y(t-1), \ldots, y(t-n_a), u(t-1), \ldots, u(t-n_b-1), 1, e(t-1), \ldots, e(t-n_c)]$$

Eğer $n_c=0$ ise $c_1, c_2, c_3, \ldots = 0$

Bierman algoritması

1.Adım: **f** ve **g** vektörlerini hesapla

$$\mathbf{g} = \mathbf{D}(t-1)\mathbf{f}$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{U}^T(t-1)\mathbf{x}(t)$$

Burada $\beta_0 = \lambda = 1$ unutma faktör değeri kullanılabilir. Üst üçgen matris U ve diagonal matris D gösterimi:

$$\mathbf{U}(t) = \begin{bmatrix} 1 & u_{12}(t) & \cdot & \cdot & \cdot & u_{1m}(t) \\ 0 & 1 & u_{23}(t) & \cdot & \cdot & u_{2m}(t) \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & u_{m-1,m}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}(t) = \begin{bmatrix} d_1(t) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & d_2(t) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & d_m(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{U}(t)\mathbf{D}(t)\mathbf{U}^T(t)$$

Çalışmada $\propto$=1000 kullanılabilir. $\mathbf{P}(t) = \alpha \mathbf{I}$

2. Adım: $\xi(t)$ hesaplaması yapılır.

$$\zeta(t) = y(t) - \mathbf{x}^T(t)\Theta(t-1)$$

3. Adım: (For j=1 to m) j değeri birden m ye kadar birer artış ile değişirken (a-) ve (b-) şıkları tekrarlanarak hesaplanır.

(a-) Hesapları:

$$\beta_j = \beta_{j-1} + f_i g_i$$

$$d_j(t) = \beta_{j-1} d_j(t-1) / \beta_j \lambda$$

$$v_j = g_j$$

(b-) Hesapları: (For i=1 to j-1) (j>1) j birden büyük için i birden j-1 e kadar birer artış ile hesaplamalar tekrar eder.

$$u_{ij}(t) = u_{ij}(t-1) - v_i f_j / \beta_{j-1}$$

$$v_i = v_i + u_{ij}(t-1) v_j$$

4. Adım: hesapla

$$\mathbf{L}^T(t) = [\ v_1, \ \ldots, \ v_m]$$

5.Adım: Hesaplanan parametreleri güncelleştir.

$$\Theta(t) = \Theta(t-1) + \mathbf{L}(t)\zeta(t) / \beta_m$$

6. Adım: t=t+1 zamanı bir adım kaydır ve 1. Adıma dön.

Bu algoritmaya ait bilgisayar programı Bierman (1976) tarafından yayımlanmıştır [7].