Dengeli Eksik Blok Tasarımları

İstatistiksel Deney Tasarımı

Birdal Şenoğlu

Şükrü Acıtaş

İçindekiler

Giriş

- İlk olarak Yates (1936) tarafından önerilen dengeli eksik blok tasarımları, rasgele tam blok tasarımlarından farklı olarak, denemelerin sayısı bloklardaki deney birimi sayısından daha fazla olduğunda kullanılır.
- Birçok uygulama probleminde eldeki mevcut bloklar tüm denemeleri kullanmak için yeteri kadar büyük olmayabilir. Bu durum, maddi sıkıntılardan, zaman kısıtlamalarından kaynaklanabileceği gibi yeterli sayıda deney birimine ulaşılamamasından da kaynaklanabilir.
- Bazı denemelerin, bazı bloklarda kullanılmamasına yol açan bu durum, bizi dengeli eksik blok tasarımı kullanmaya yöneltir, bkz. John (1971).

Giriş

- Belirtmek gerekir ki, deneyi tamamlamak için elimizde yeteri kadar para, zaman ve deney birimi olsa dahi, etkileri karşılaştırılmak istenen çok sayıda deneme olduğunda rasgele tam blok tasarımı kullanmak uygun olmayabilir. Çünkü çok sayıda deneme olması demek her blokta çok sayıda deney birimi olması anlamına gelir.
- Bloklarda çok sayıda deney birimi kullanmak, bloklama ilkesine ters olarak blok içi homojenliğin dolayısıyla deneyin hassasiyetinin azalmasına yol açar, bkz. Düzgüneş ve ark. (1987).
- Rasgele tam blok şeklinde tasarlanan ancak deney sırasında bir ya da birden fazla gözlemin kaybolmasıyla sonuçlanan durumlarda da dengeli eksik blok tasarımlarının kullanılması gerekir, bkz. Weber & Skillings (2000).

Giriş

- Etki karışımı kullanılarak bloklardaki deney birimi sayısının azaltılması her zaman mümkün olmayabilir. Çünkü, bütün faktöriyel etkilerin eşit derecede önemli olduğu varsayıldığında, etkisi bloklarla karıştırılacak faktöriyel etki olmayabilir. Bu gibi durumlarda yine dengeli eksik blok tasarımları kullanmak uygun olacaktır, bkz Mendenhall (1968).

Giriş: Örnek

Örnek

Dört farklı yemin (A, B, C, D) ineklerin süt verimine olan etkisi araştırılmak isteniyor. Bu amaçla, her biri üç inekten oluşan, dört farklı ırktan (I1, I2, I3, I4) toplam on iki tane inek kullanılıyor. $\diamondsuit$

Giriş: Örnek

- Bu deneyde, deney birimleri arasındaki homojenliği sağlamak amacıyla ırklar blok olarak kullanılır.
- Her blokta toplam üç tane inek (deney birimi) yer alır.
- Deneyde, toplam dört tane deneme bulunmasına karşın her blokta sadece üç tane deney birimi olduğundan her deneme her blokta bulunamaz.
- Bu nedenle, bu tip blok tasarımları **eksik** (incomplete) olarak adlandırılır.
- Dengeli eksik blok tasarımlarında, denemeler, deneme çiftlerinin aynı blokta birlikte bulunma sayıları eşit olacak şekilde her bir bloktaki deney birimlerine rasgele olarak atanır/uygulanır.
- Tasarımın adında geçen **dengeli** (balanced) kelimesi de bu sebepten dolayı kullanılır.

Giriş

Bu deney için denemelerin deney birimlerine atanması/uygulanması aşağıda gösterildiği gibi yapılabilir.

I1	I2	I3	I4
A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B

Giriş

Dikkat edilirse, her deneme her blokta mevcut değildir. Mevcut olan denemeler de aynı blokta sadece bir kez kullanılmıştır. (A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, D) ve (C,D) deneme çiftlerinin aynı blokta birlikte bulunma sayıları "iki" dir. Bütün denemeleri eşit duyarlılıkla karşılaştıran dengeli eksik blok tasarımlarında;

a	:	deneme sayısını,
b	:	blok sayısını,
r	:	denemelerin tekrar sayısını,
k	:	her bir bloktaki deney birimi sayısını ve
λ	:	herbir deneme çiftinin aynı blokta birlikte bulunma sayısını

göstermek için kullanılır, bkz. Yates (1936, 1940).

Giriş

- Dengeli eksik blok tasarımlarında,

$$\lambda(a-1) = r(k-1)$$

ve

$$b \geq a$$

eşitlikleri geçerlidir.

- Ayrıca toplam gözlem sayısı

$$N = ar = bk$$

dır.

- $a = b$ ve $r = k$ olduğunda simetrik dengeli eksik blok tasarımları olarak isimlendirilir, bkz. John (1971).
- Açıktır ki, a, b, r ve k parametrelerinin aldığı değerler bu eşitlikleri sağlamazsa, dengeli eksik blok tasarımı bulunamaz.

Giriş

- Dengeli eksik blok tasarımlarında rasgeleleştirme yapılırken öncelikle verilen parametre değerlerine uygun olarak, denemeleri "1" den "a" ya kadar olan rakamlarla ifade eden örnek bir plan oluşturulur.
- Bu planda ilk olarak blokların yerleri/sıraları rasgele olarak değiştirilir.
- Daha sonra, her bir blok içerisindeki rakamların yerleri/sıraları rasgele olarak değiştirilir.
- Son olarak, denemeler rasgele olarak "rakamlara" atanır. Böylelikle rasgeleleştirme işlemi tamamlanmış olur, detaylı bilgi için bkz. Kuehl (2000).

Matematiksel Model

Dengeli eksik blok tasarımı için matematiksel model

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij}, i = 1, 2, \cdots, a; \quad j = 1, 2, \cdots, b \qquad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

y_{ij}, $j-$inci bloktaki, $i-$inci denemeye ait gözlem değerini,
μ, genel ortalamayı,
τ_i, i-inci denemenin etkisini,
γ_j, $j-$inci bloğun etkisini ve
ε_{ij}, rasgele hata terimlerini

gösterir.

(1) modelinde, blokların sabit etkili olduğu ve denemelerle etkileşimin olmadığı varsayılmıştır.

Gösterge Terimi

Dengeli eksik blok tasarımlarında her deneme her blokta görülmediğinden işlemlerde kolaylık sağlaması bakımından I_{ij} ile gösterilen ve aşağıdaki gibi ifade edilen bir gösterge terimi tanımlanır:

$$I_{ij} = \begin{cases} 1 & , \quad i\text{-inci deneme } j\text{-inci blokta varsa} \\ 0 & , \quad i\text{-inci deneme } j\text{-inci blokta yoksa} \end{cases} \tag{2}$$

Gösterge Matrisi

Elemanları gösterge terimleri olan matrise **gösterge** (incidence) matrisi denir ve

$$\boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & \cdots & I_{1b} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ I_{a1} & I_{a2} & \cdots & I_{ab} \end{pmatrix}$$

olarak tanımlanır.

Gösterge Matrisi

$\boldsymbol{I}$ matrisinde satırların toplamı r, sütunların toplamı da k dır. Bir başka deyişle,

$$\sum_{j=1}^{b} I_{ij} = r, \quad i = 1, 2, \cdots, a \tag{3}$$

ve

$$\sum_{i=1}^{a} I_{ij} = k, \quad j = 1, 2, \cdots, b \tag{4}$$

eşitlikleri geçerlidir.

Ayrıca,

$$\boldsymbol{l}\boldsymbol{l}' = \begin{pmatrix} r & \lambda & \cdots & \lambda \\ \lambda & r & \cdots & \lambda \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda & \cdots & \cdots & r \end{pmatrix}$$

dır. Çünkü

$$\sum_{j=1}^{b} l_{ij} l_{ij} = r \tag{5}$$

ve

$$\sum_{j=1}^{b} l_{ij} l_{sj} = \lambda \quad (i \neq s) \tag{6}$$

eşitlikleri geçerlidir. Bunun bir sonucu olarak, $\boldsymbol{l}\boldsymbol{l}'$ matrisinin köşegen elemanları r, köşegen dışındaki elemanları λ dır.

Parametre Tahmini

Dengeli eksik blok tasarımlarında, her deneme her blokta bulunmadığından, model parametrelerinin LS tahmin edicileri

$$S = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} I_{ij} \varepsilon_{ij}^2 = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} I_{ij} (y_{ij} - \mu - \tau_i - \gamma_j)^2 \qquad (7)$$

ifadesinin ilgili parametrelere göre minimum yapılmasıyla bulunur.

Parametre Tahmini

S toplamının model parametrelerine göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial S}{\partial \mu} = (-2)\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} I_{ij}(y_{ij}-\mu-\tau_i-\gamma_j)=0 \qquad (8)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \tau_i} = (-2)\sum_{j=1}^{b} I_{ij}(y_{ij}-\mu-\tau_i-\gamma_j)=0 \qquad (9)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \gamma_j} = (-2)\sum_{i=1}^{a} I_{ij}(y_{ij}-\mu-\tau_i-\gamma_j)=0 \qquad (10)$$

dır.

Parametre Tahmini

Gerekli işlemler yapıldığında

$$\begin{aligned}
N\tilde{\mu} + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} l_{ij}\tilde{\tau}_i + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} l_{ij}\tilde{\gamma}_j &= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} l_{ij}y_{ij} \\
r\tilde{\mu} + \sum_{j=1}^{b} l_{ij}\tilde{\tau}_i + \sum_{j=1}^{b} l_{ij}\tilde{\gamma}_j &= \sum_{j=1}^{b} l_{ij}y_{ij} \\
k\tilde{\mu} + \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\tilde{\tau}_i + \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\tilde{\gamma}_j &= \sum_{i=1}^{a} l_{ij}y_{ij}
\end{aligned} \tag{11}$$

denklem sistemi elde edilir.

Parametre Tahmini

Bu denklem sistemi çözüldüğünde,

$$\tilde{\mu} = \bar{y}_{..} \tag{12}$$

ve

$$\tilde{\tau}_i = \frac{k\left(r\bar{y}_{i.} - \sum_{j=1}^{b} l_{ij}\bar{y}_{.j}\right)}{\lambda a}, \quad i = 1, 2, \cdots, a \tag{13}$$

elde edilir.

Parametre Tahmini

- Burada yapılan analiz, literatürde **bloklar içi analiz** (intrablock analysis) olarak adlandırılır; çünkü blok etkileri deneme etkilerinden arındırılmıştır, bkz. John (1971).
- Bloklar içi analiz, blokların sabit etkili veya rasgele etkili olup olmadığına bakmaksızın her zaman kullanılabilir, bkz. Montgomery (2001).

Bloklarlar Arası LS Tahmin Edicileri

- (1) modelinde, bloklar birbirleriyle ilişkisiz, 0 ortalamalı ve σ_γ^2 varyanslı rasgele değişkenler olabilir, bkz. Yates (1940).
- Bu durumda, denemeler hakkında çıkarsama yapmak için **bloklar arası analiz** (intrablock analysis) adı verilen yöntem kullanılarak, deneme etkileri hakkında bazı ilave bilgiler elde edilebilir, bkz. Montgomery (2001).
- Bloklarlar arası analiz yapılırken, blok etkileri ile hata terimlerinin ilişkisiz olduğu varsayılır.

Bloklarlar Arası LS Tahmin Edicileri

(1) modelinde,

$$\sum_{i=1}^{a} l_{ij}y_{ij} = \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\mu + \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\tau_i + \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\gamma_j + \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\varepsilon_{ij} \quad (14)$$

$$y_{.j} = k\mu + \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\tau_i + \left(k\gamma_j + \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\varepsilon_{ij}\right) \quad (15)$$

eşitliği yazılabilir.

Bloklarlar Arası LS Tahmin Edicileri

- (15) de, $y_{.j}$ sembolü ile gösterilen blok toplamları gözlemler olarak düşünülebilir, bkz. John (1971). Burada,

$$\varepsilon_{ij} \quad \text{ve} \quad c_j = k\gamma_j + \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\varepsilon_{ij}$$

  ifadeleri sırasıyla bloklar içi hata terimlerini ve birleştirilmiş hata terimlerini gösterir.

- Açıktır ki, birleştirilmiş hata terimleri c_j lerin beklenen değeri 0, varyansları da $k^2\sigma_\gamma^2 + k\sigma^2$ olur.

Bloklarlar Arası LS Tahmin Edicileri

c_j birleştirilmiş hata terimlerinin kareler toplamının minimum yapılmasıyla bloklar arası LS tahmin edicileri bulunur.
Bir başka deyişle,

$$S = \sum_{j=1}^{b} \left(y_{.j} - k\mu - \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\tau_i \right)^2 \tag{16}$$

olmak üzere, μ ve τ_i parametrelerinin bloklar arası LS tahmin edicileri S toplamını ilgili parametrelere göre minimum yapan değerlerdir.

Bloklarlar Arası LS Tahmin Edicileri

S nin, μ ve τ_i parametrelerine göre kısmi türevleri sırasıyla

$$\frac{\partial S}{\partial \mu} = (-2k)\sum_{j=1}^{b}\left(y_{.j} - k\mu - \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\tau_i\right) = 0 \qquad (17)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \tau_i} = (-2)\sum_{j=1}^{b}\left(y_{.j} - k\mu - \sum_{i=1}^{a} l_{ij}\tau_i\right) l_{ij} = 0 \qquad (18)$$

dir.

Bloklarlar Arası LS Tahmin Edicileri

Buradan,

$$
\begin{aligned}
N\,\tilde{\tilde{\mu}} + r\sum_{i=1}^{a}\tilde{\tilde{\tau}}_i &= y_{..} \\
rk\tilde{\tilde{\mu}} + r\tilde{\tilde{\tau}}_i + \lambda\sum_{s=1}^{a}{}^{*}\,\tilde{\tilde{\tau}}_s &= \sum_{j=1}^{b} l_{ij}y_{.j}
\end{aligned}
\tag{19}
$$

denklem sistemi elde edilir.

Bloklarlar Arası LS Tahmin Edicileri

(19) denklem sisteminin çözümü,

$$\tilde{\tilde{\mu}} = \bar{y}_{..} \tag{20}$$

$$\tilde{\tilde{\tau}}_i = \frac{k\left(\sum_{j=1}^{b} l_{ij}\bar{y}_{.j} - r\bar{y}_{..}\right)}{r-\lambda} \tag{21}$$

olur.

- $\tilde{\tilde{\mu}}$, $\tilde{\tilde{\tau}}_i$, μ ve τ_i parametrelerinin **bloklar arası** LS tahmin edicileridir.

Bloklarlar Arası LS Tahmin Edicileri

Bloklar içi $\tilde{\tau}_i$ ile bloklar arası $\tilde{\tilde{\tau}}_i$ LS tahmin edicileri aşağıdaki özelliklere sahiptirler:

- $\tilde{\tau}_i$ ve $\tilde{\tilde{\tau}}_i$ tahmin edicileri ilişkisizdir.
- $\tilde{\tau}_i$ ve $\tilde{\tilde{\tau}}_i$ her ikisi de τ_i parametresinin yansız tahmin edicisidir.
- $Var(\tilde{\tau}_i) = \dfrac{k(a-1)}{\lambda a^2}\sigma^2.$
- $Var(\tilde{\tilde{\tau}}_i) = \dfrac{k(a-1)}{a(r-\lambda)}(k\sigma_\gamma^2 + \sigma^2).$

bkz. Montgomery (2001).

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

- Bloklar içi tahmin edici $\tilde{\tau}_i$, bloklar arası tahmin edici $\tilde{\tilde{\tau}}_i$ ile bu tahmin edicilerin varyansları kullanılarak model parametresi τ_i nin minimum varyanslı yansız bir tahmin edicisi bulunur, bz. Graybill & Seshadri (1960).
- Bu tahmin edici, $\hat{\tau}_i$ ile gösterilir ve **birleştirilmiş** (combined) tahmin edici olarak adlandırılır.

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

- Birleştirilmiş tahmin edici,

$$\hat{\tau}_i = w_1\tilde{\tau}_i + w_2\tilde{\tilde{\tau}}_i \tag{22}$$

  doğrusal bileşimi yardımıyla elde edilir.
- $\hat{\tau}_i$ nın minimum varyanslı bir tahmin edici olabilmesi için, w_1 ve w_2 ağırlıklarının sırasıyla $\tilde{\tau}_i$ ve $\tilde{\tilde{\tau}}_i$ tahmin edicilerinin varyansları ile ters orantılı olması gerekir.

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

w_1 ve w_2 aşağıda gösterildiği gibi bulunur:

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{\dfrac{1}{Var(\tilde{\tau}_i)}}{\dfrac{1}{Var(\tilde{\tau}_i)} + \dfrac{1}{Var(\tilde{\tilde{\tau}}_i)}} && (23) \\ &= \frac{Var(\tilde{\tilde{\tau}}_i)}{Var(\tilde{\tau}_i) + Var(\tilde{\tilde{\tau}}_i)} && (24) \\ &= \frac{\dfrac{k(a-1)}{a(r-\lambda)}(k\sigma_\gamma^2 + \sigma^2)}{\dfrac{k(a-1)}{\lambda a^2}\sigma^2 + \dfrac{k(a-1)}{a(r-\lambda)}(k\sigma_\gamma^2 + \sigma^2)} && (25) \end{aligned}$$

ve

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

$$
\begin{aligned}
w_2 &= \frac{\dfrac{1}{Var(\tilde{\tilde{\tau}}_i)}}{\dfrac{1}{Var(\tilde{\tau}_i)} + \dfrac{1}{Var(\tilde{\tilde{\tau}}_i)}} && (26) \\
&= \frac{Var(\tilde{\tau}_i)}{Var(\tilde{\tau}_i) + Var(\tilde{\tilde{\tau}}_i)} && (27) \\
&= \frac{\dfrac{k(a-1)}{\lambda a^2}\sigma^2}{\dfrac{k(a-1)}{\lambda a^2}\sigma^2 + \dfrac{k(a-1)}{a(r-\lambda)}(k\sigma_\gamma^2 + \sigma^2)} && (28)
\end{aligned}
$$

dır.

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

(22) eşitliğinde, w_1 ve w_2 yerlerine yazılıp ifade düzenlendiğinde

$$\hat{\tau}_i = \frac{k(r\bar{y}_{i.} - \sum_{j=1}^{b} l_{ij}\bar{y}_{.j})(k\sigma_\gamma^2 + \sigma^2) + \left(k\sum_{i=1}^{a} l_{ij}\bar{y}_{.j} - kr\bar{y}_{..}\right)\sigma^2}{(r-\lambda)\sigma^2 + \lambda a(k\sigma_\gamma^2 + \sigma^2)} \quad (29)$$

elde edilir.

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

- σ_γ^2 ve σ^2 bilinmediğinden (29) ifadesinde bu parametrelerin yerlerine tahmin edicileri kullanılarak $\hat{\tau}_i$ elde edilir.
- Doğal olarak,

$$\tilde{\sigma}^2 = MS_{Hata} \tag{30}$$

dır.

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

Denemelere göre düzeltilmiş blok kareler ortalaması

$$MS_{Blok_{\mathbf{Duzeltilmis}}} = \frac{\left(\dfrac{k \sum_{i=1}^{a} (r\bar{y}_{i.} - \sum_{j=1}^{b} l_{ij}\bar{y}_{.j})^2}{\lambda a} + \sum_{j=1}^{b} \dfrac{y_{.j}^2}{k} - \sum_{i=1}^{a} \dfrac{y_{i.}^2}{r} \right)}{b-1} \tag{31}$$

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

ve beklenen değeri

$$E(MS_{Blok_{Duzeltilmis}}) = \sigma^2 + \frac{a(r-1)}{b-1}\sigma_\gamma^2 \quad (32)$$

olduğundan

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

$$\tilde{\sigma}_{\gamma}^{2} = \begin{cases} \dfrac{(MS_{Blok_{Duzeltilmis}} - MS_{Hata})(b-1)}{a(r-1)} & , \quad MS_{Blok_{Duzeltilmis}} > MS_{Hata} \text{ ise} \\ 0 & , \quad MS_{Blok_{Duzeltilmis}} \leq MS_{Hata} \text{ ise} \end{cases} \tag{33}$$

olarak elde edilir, bkz. Yates (1940), Graybill (1961).

Birleştirilmiş LS Tahmin Edicileri

$\tilde{\sigma}_\gamma^2$ tahmin edicisinin pozitiflik ve negatiflik durumuna göre

$$\hat{\tau}_i = \begin{cases} \dfrac{k(r\bar{y}_{i.} - \sum\limits_{j=1}^{b} l_{ij}\bar{y}_{.j})(k\tilde{\sigma}_\gamma^2 + \tilde{\sigma}^2) + k\left(\sum\limits_{i=1}^{a} l_{ij}\bar{y}_{.j} - r\bar{y}_{..}\right)\tilde{\sigma}^2}{(r-\lambda)\tilde{\sigma}^2 + \lambda a(\tilde{\sigma}^2 + k\tilde{\sigma}_\gamma)} & , \quad \tilde{\sigma}_\gamma^2 > 0 \text{ ise} \\ \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} & , \quad \tilde{\sigma}_\gamma^2 = 0 \text{ ise} \end{cases} \tag{34}$$

olur.

Hipotez Testi

(1) modelinde,

$$H_0 : \forall \tau_i = 0, i = 1, 2, \cdots, a \tag{35}$$

hipotezi sınanır. Bu hipotezi sınamak için gerekli test istatistiği genel kareler toplamının bileşenlerine ayrılmasıyla elde edilir.

Hipotez Testi: Genel Kareler Toplamının Parçalanışı

(1) modelinde, genel kareler toplamı

$$SS_{Toplam} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij} - \bar{y}_{..}) \tag{36}$$

dır. Burada,

$$\bar{y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} I_{ij} y_{ij}}{N} \tag{37}$$

dir.

Hipotez Testi: Genel Kareler Toplamının Parçalanışı

- (36) de verilen SS_{Toplam} ifadesi diğer bölümlerde olduğu gibi deneme kareler toplamı, blok kareler toplamı ve hata kareler toplamı şeklinde yazılamaz; çünkü dengeli eksik blok tasarımlarında her deneme her blokta görünmez.
- Bu da denemelerin ve blokların birbirlerine “dik" olmadığı anlamına gelir. Bu durumda **düzeltilmiş** (adjusted) deneme kareler toplamı kullanılır.
- Düzeltilmiş deneme kareler toplamı, blok etkileri deneme etkilerinden arındırıldıktan sonraki deneme kareler toplamı olarak ifade edilir.

Hipotez Testi: Genel Kareler Toplamının Parçalanışı

Genel kareler toplamı,

$$SS_{Toplam} = SS_{Deneme_{\boldsymbol{Duzeltilmis}}} + SS_{Blok} + SS_{Hata} \tag{38}$$

olarak bileşenlerine ayrılır.

Hipotez Testi: Genel Kareler Toplamının Parçalanışı

Burada,

$$
\begin{aligned}
SS_{Deneme_{Duzeltilmis}} &= \frac{k\sum_{i=1}^{a}\left(r\bar{y}_{i\cdot} - \sum_{j=1}^{b} l_{ij}\bar{y}_{\cdot j}\right)^2}{\lambda a} \\
SS_{Blok} &= k\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2 \\
SS_{Hata} &= SS_{Toplam} - SS_{Deneme_{Duzeltilmis}} - SS_{Blok}
\end{aligned}
\qquad (39)
$$

Hipotez Testi: Genel Kareler Toplamının Parçalanışı

ve

$$\bar{y}_{i\cdot} = \frac{\sum_{j=1}^{b} l_{ij} y_{ij}}{r} \quad , \quad \bar{y}_{\cdot j} = \frac{\sum_{i=1}^{a} l_{ij} y_{ij}}{k} \tag{40}$$

dir.

Hipotez Testi: Test İstatistiği

(1) modelinde,

$$H_0 : \forall \tau_i = 0, \quad i = 1, 2, \cdots, a$$

hipotezini sınamak için

$$F_{Deneme} = \frac{SS_{Deneme_{Duzeltilmis}} \Big/ (a-1)}{SS_{Hata} \Big/ (N-a-b+1)} = \frac{MS_{Deneme_{Duzeltilmis}}}{MS_{Hata}} \qquad (41)$$

test istatistiği kullanılır.

Hipotez Testi: Test İstatistiği

Teorem

(1) modelinde, H_0 hipotezi altında, F_{Deneme} test istatistiği, $a-1$ ve $N-a-b+1$ serbestlik dereceli merkezi ***F*** *dağılımına sahiptir.*

Hipotez Testi: KARAR

- F_{Deneme} test istatistiğinin değeri, α anlam düzeyinde, $a-1$ ve $N-a-b+1$ serbestlik dereceli $\boldsymbol{F}$ tablo değerinden daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir. Bir başka deyişle,

$$F_{Deneme} > \boldsymbol{F}_{\alpha;a-1;N-a-b+1}$$

ise "*Denemeler arasında anlamlı bir farklılık vardır*" denir. ♣

ANOVA Tablosu

Yukarıda elde edilen bilgiler ışığında, dengeli eksik blok tasarımı için ANOVA tablosu, aşağıda gösterildiği gibi oluşturulur.

Kaynak	df	SS	MS	F
Bloklar	$b-1$	SS_{Blok}	MS_{Blok}	
Denemeler	$a-1$	$SS_{Deneme_{Duzeltilmis}}$	$MS_{Deneme_{Duzeltilmis}}$	F_{Deneme}
Hata	$N-a-b+1$	SS_{Hata}	MS_{Hata}	
Genel	$N-1$	SS_{Toplam}		