3. HAFTA

BÖLÜM 1 : KATI CİSİMLERİN TEMEL DİNAMİĞİ

EYLEMSİZLİK MOMENTLERİ

SABİT EKSENLER ETRAFINDA DÖNMELER: HAREKETİN ZAMANA BAĞLILIĞI

Bazı Özel Durumlar

- Dairesel Disk

Bir dairesel diskin, Δr genişlikte ve r yarıçapındaki bir halka parçasının kütlesi ΔM olsun.

$$\Delta M = \frac{\pi(r+\Delta r)^2 - \pi r^2}{\pi R^2} M \cong \frac{2r\Delta r}{R^2} M$$

Burada $(\Delta r)^2$ çok küçük olup ihmal edilmiştir.

Bazı Özel Durumlar

Bu halka parçasının diskin merkezinden geçen dik bir eksene göre bulunan eylemsizlik momentine katkısı

$$\Delta I = r^2 \Delta M \approx \frac{2M}{R^2} r^3 \Delta r$$

Tüm halka parçalarının eylemsizlik momentine katkısı toplanırsa

$$I = \frac{2M}{R^2} \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} M R^2$$

Bazı Özel Durumlar

Disklerin üst üste konulmasıyla, düzgün yoğunluklu bir silindir elde edileceğinden, silindirin merkezinden geçen bir eksene göre eylemsizlik momenti de $I = \frac{1}{2}MR^2$ olur.

İnce diskin düzleminde bulunan bir eksene göre eylemsizlik momenti ise dik eksen teoreminden

$$I = \frac{1}{4}MR^2$$

Bazı Özel Durumlar

- Dikdörtgen Plaka

Uzunluğu a, genişliği b olan dikdörtgen şeklindeki bir plak olsun. Plak merkeze x uzaklığındaki Δx genişliğindeki dilimlerden oluşsun.

$$\Delta M = \frac{\Delta x}{a} M$$

M kütlesine sahip dilimin kendi merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti $1/12(\Delta x/a)Mb^2$'dir.

Bazı Özel Durumlar

Buna göre, paralel eksen teoreminden, bu dilimin levhanın merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momentine katkısı aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\Delta I = \frac{\Delta x}{a} M \left(\frac{b^2}{12} + x^2 \right)$$

Diğer kütle elemanlarından gelen toplan katkı da bulunursa sonuç

$$I = \frac{M}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{b^2}{12} + x^2 \right) dx = \frac{M}{12} (a^2 + b^2)$$

Bazı Özel Durumlar

Bu z ekseni etrafındaki eylemsizlik momentidir. Benzer şekilde hesaplarla I_x ve I_y de bulunabilir.

$$I_x = \frac{M}{12} b^2 \qquad I_y = \frac{M}{12} a^2$$

SABİT EKSENLER ETRAFINDA DÖNMELER: HAREKETİN ZAMANA BAĞLILIĞI

- Uzayda, dönme ekseninin yönü ve cisme göre konumu sabit olduğundan, cismin eksene göre eylemsizlik momentleri de sabit kalacaktır. Hareket incelenirken ***N*** dönme momentinin ve ***J*** açısal momentumunun bu eksenlere göre bileşenini almak yeterli olacaktır.

- Bu durumda vektörel hareket denklemi skaler bir denkleme dönüşür. Skaler hareket denklemi, vektörel denklemin eksen doğrultusundaki izdüşüm alınarak kolayca bulunur.

SABİT EKSENLER ETRAFINDA DÖNMELER: HAREKETİN ZAMANA BAĞLILIĞI

- Açısal momentumun bileşeni gerekli işlemler yapıldıktan sonra aşağıdaki gibi bulunur.

$$J_a = \sum_i m_i R_i^2 \omega$$

- Burada R_i i. Parçacığın dönme eksenine olan uzaklığıdır.

SABİT EKSENLER ETRAFINDA DÖNMELER: HAREKETİN ZAMANA BAĞLILIĞI

- Cismin dönme eksenine göre eylemsizlik momenti $I_a = \sum_i m_i R_i^2$ alınırsa hareket denklemi aşağıdaki gibi bulunur.

$$I_a \frac{d\omega}{dt} = N_a$$

- Açısal momentum ve dönme eksenine göre bileşenler bulunduktan sonra kinetik enerji aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$K_a = \frac{1}{2} I_a \omega^2$$

KAYNAKLAR

- Bu slaytların hazırlanmasında ‘**MEKANİK BERKELEY FİZİK DERSLERİ CİLT 1**’ kullanılmıştır.