

KONU 5: ULAŞTIRMA MODELLERİ – III

Duyarlılık Analizleri

Bir ulaştırma probleminde zamanla değişme gösterecek katsayılar sadece **c** ve **b** katsayılarıdır. Bu katsayılarda değişiklik olması, en iyi çözümü nasıl etkiler?

- **c katsayılarında meydana gelen değişim**

Burada iki durum söz konusudur.

- i. X_{ij} temel değişkeninin c_j katsayısındaki değişim

Örnek 5.1: Bir ulaştırma probleminin MODİ testi sonrasında bulunan en iyi çözüm tablosu (optimal atama miktarları) aşağıdaki gibidir.

Maliyet Tablosu		Depolar				Kapasite
		D1	D2	D3	D4	
Fabrikalar	F1	20	26	27	18	75
			30		45	
	F2	50	55	40	68	55
			5	50		
F3	70	80	75	90	25	
	20	5				
Talep	20	40	50	45	155	

Buna göre,

- i. X_{22} temel değişkenine ait c_{22} maliyeti Δ kadar artırılırsa optimal çözüme nasıl bir etkisi olur? Optimal çözüm değişir mi? Optimal çözümün değişmemesi için c_{22} parametresinin sınırları ne olmalıdır?
- ii. X_{11} temel dışı değişkenine ait c_{11} maliyeti Δ kadar artırılırsa optimal çözüm nasıl etkilenir?

Çözüm:

- i. X_{22} temel değişkeninde yapılacak Δ değişiminden etkilendiği düşünülen satır ve sütundaki (2. Satır ve 3. kolon) temel dışı değişkenlere ilişkin $u_i + v_j - c_{ij} \leq 0$ olup olmadığı kontrol edilerek Δ değişim aralığı belirlenir.

$$u_1 + v_3 - c_{13} = 0 + 11 - \Delta - 27 \leq 0 \Rightarrow \Delta \geq -16$$

$$u_2 + v_1 - c_{21} = 29 + \Delta + 16 - 50 \leq 0 \Rightarrow \Delta \leq 5$$

$$u_2 + v_4 - c_{24} = 29 + \Delta + 18 - 68 \leq 0 \Rightarrow \Delta \leq 21$$

$$u_3 + v_3 - c_{33} = 54 + 11 - \Delta + 16 - 75 \leq 0 \Rightarrow \Delta \geq -10$$

olup, buradan

$$-10 \leq \Delta \leq 5$$

dir.

$$\hat{c}_{22} = c_{22} + \Delta \Rightarrow \Delta = \hat{c}_{22} - c_{22}$$

olmak üzere, yeni fiyat değeri \hat{c}_{22}

$$-10 \leq \Delta \leq 5$$

$$-10 \leq \hat{c}_{22} - c_{22} \leq 5$$

$$45 \leq \hat{c}_{22} \leq 60$$

bu sınırlar arasında olursa en iyi çözüm değişmez.

ii. $Z_{11} - \hat{c}_{11} \leq 0$ olmalı.

$$u_1 + v_1 - (c_{11} + \Delta) \leq 0$$

$$0 + 16 - (20 + \Delta) \leq 0$$

$$\Delta \geq -4$$

$$\hat{c}_{11} = c_{11} + \Delta \Rightarrow \hat{c}_{11} - c_{11} \geq -4 \Rightarrow \hat{c}_{11} \geq 16$$

için en iyi çözüm değişmez.

• b katsayılarında meydana gelen değişim

Burada iki durum söz konusudur.

- Eğer, X_{ij} temel değişken ise, X_{ij} Δ kadar artırılır.
- Eğer, X_{ij} temel dışı değişken ise, X_{ij} yi içeren bir döngü veya çevrit oluşturulur.

Örnek 5.2:

Maliyet Tablosu		Depolar				Kapasite
		D1	D2	D3	D4	
Fabrikalar	F1	20	26	27	18	75
			30		45	
	F2	50	55	40	68	55
			5	50		
	F3	70	80	75	90	25
		20	5			
	Talep	20	40	50	45	155

Yukarıda optimal atama tablosu verilen minimum maliyetli ulaştırma problemi için,

- i. 1. Kaynaktan 2. Hedefe 2 birimlik bir artış olduğunda ($\Delta = 2$) amaç fonksiyonunun yeni değeri ne olur?
- ii. 1. Kaynaktan 1. Hedefe 1 birimlik bir artış olduğunda ($\Delta = 1$) amaç fonksiyonunun yeni değeri ne olur?

Çözüm:

i.

Maliyet Tablosu		Depolar				Kapasite		
		D1	D2	D3	D4			
Fabrikalar	F1	20	26	27	18	45	75+2	$u_1 = 0$
	F2	50	55	40	68		55	
	F3	70	80	75	90		25	
	Talep	20	40+2	50	45		155+2	

$v_2 = 26$

$$\hat{Z} = Z + \Delta u_1 + \Delta v_2 = 5665 + 0 + 52 = 5717$$

ii.

Maliyet Tablosu		Depolar				Kapasite		
		D1	D2	D3	D4			
Fabrikalar	F1	20	26	27	18	45	76	$u_1 = 0$
	F2	50	55	40	68		55	$u_2 = 29$
	F3	70	80	75	90		25	$u_3 = 54$
	Talep	21	40	50	45		156	

$v_1 = 16 \quad v_2 = 26 \quad v_3 = 11 \quad v_4 = 18$

$$\hat{Z} = Z + \Delta u_1 + \Delta v_2 = 5665 + 0 + 16 = 5681$$