

II. AÇISAL MOMENTUMLARIN TOPLANMASI VE CLEBSCH-GORDON KATSAYILARI:

İki açısai momentuma sahip bir sistemi ele alalım. Bu iki açısai momentuma karşılık gelen operatörleri \hat{J}_1 ve \hat{J}_2 ile gösterelim.

Sıra deęiřtiren operatör kümesi olarak

$$\left\{ \hat{J}_1^2, \hat{J}_2^2, \hat{J}_{1Z}, \hat{J}_{2Z} \right\}$$

operatör kümesini alalım. Bu kümedeki operatörlerin ortak özfonksiyonları

$$|j_1, m_1\rangle \otimes |j_2, m_2\rangle$$

olarak verilir. Bu ifade bazen

$$|j_1, j_2, m_1, m_2\rangle$$

olarak da gösterilir.

Eğer sistemin Hamiltoniyeninde $\hat{J}_1 \cdot \hat{J}_2$ ile orantılı bir bağlaşım mevcutsa, $\{\hat{J}_1^2, \hat{J}_2^2, \hat{J}_{1Z}, \hat{J}_{2Z}\}$ kümesi Hamiltoniyen ile sıra değiştirmediğinden sistemin tarifini vermek için uygun olmaz.

Böyle bir durumda,

$$\{\hat{J}_1^2, \hat{J}_2^2, \hat{J}^2, \hat{J}_Z\}$$

kümesi kullanılır. Bu kümedeki operatörlerin ortak özfonksiyonları

$$|j_1, j_2\rangle \otimes |j, M\rangle$$

olarak verilir. Bu ifade bazen

$$|j_1, j_2, j, M\rangle$$

olarak da gösterilir.

Burada şu bağıntılar mevcuttur:

$$\hat{J} = \hat{J}_1 + \hat{J}_2$$

$$\hat{J}_1^2 |j_1, j_2, j, M\rangle = j_1(j_1 + 1)\hbar^2 |j_1, j_2, j, M\rangle$$

$$\hat{J}_2^2 |j_1, j_2, j, M\rangle = j_2(j_2 + 1)\hbar^2 |j_1, j_2, j, M\rangle$$

$$\hat{J}^2 |j_1, j_2, j, M\rangle = j(j + 1)\hbar^2 |j_1, j_2, j, M\rangle$$

$$\hat{J}_Z |j_1, j_2, j, M\rangle = M\hbar |j_1, j_2, j, M\rangle$$

Hem $\{|j_1, j_2, m_1, m_2\rangle\}$ vektörleri kümesi hem de $\{|j_1, j_2, j, M\rangle\}$ vektörleri kümesi Hilbert uzayını geren iki farklı baz oluşturmaktadırlar. Dolayısıyla, Hilbert uzayında verilen bir vektör bu bazlardan istenilen birinin bir serisine açılabilir.

$$\sum |j_1, j_2, m_1, m_2\rangle \langle j_1, j_2, m_1, m_2| = \hat{I}$$

$$\sum |j_1, j_2, j, M\rangle \langle j_1, j_2, j, M| = \hat{I}$$

KAYNAKLAR:

*Kuantum Mekaniki Temel Kavramlar ve Uygulamaları,
T. Dereli ve A. Verçin, Türkiye Bilimler Akademisi Ders
Kitapları, Türkiye 2014.

*Quantum Physics, S. Gasiorowicz , Wiley, New York 1976.

*Mathematical Physics- A Modern Introduction to Its
Foundations- S. Hassani, Springer-Verlag, New York 1999.